

8 класс

Задача 8.1. Затор на дороге.

По однополосной дороге мимо неподвижного наблюдателя автомобили проезжают со скоростью $v = 15$ м/с и с частотой $n = 20$ автомобилей в минуту. В некоторый момент на дороге произошло ДТП, в результате чего дорога оказалась полностью перекрытой, и на ней образовался затор. Считая, что средняя длина автомобилей равна $L = 5$ м, а дистанция между автомобилями в заторе равна $d = 1$ м, определите среднюю скорость увеличения длины затора.

(П. А. Гусихин)

Ответ: $v_{\text{зат}} \approx 2,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Решение: Пусть S – среднее расстояние между машинами в потоке (от заднего бампера передней до переднего бампера задней машины). Скорость машин и их частота связаны соотношением $v = (S + L)n$, откуда $S = \frac{v}{n} - L = 40$ м.

Каждая новая машина, вставшая в заторе, увеличивает его длину на $L + d = 6$ м. Время, необходимое для подъезда каждого следующего автомобиля, находится как

$$t = \frac{S - d}{v} = \frac{39 \text{ м}}{15 \text{ м/с}} = 2,6 \text{ с.}$$

Отсюда определяем среднюю скорость увеличения длины затора

$$v_{\text{зат}} = \frac{L + d}{t} \approx 2,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Задача 8.2. Сложный механизм.

Груз какой массы можно поднять, прикладывая силу $F = 100$ Н, если использовать механизм, состоящий из двух одинаковых гидравлических машин и рычага, способного вращаться вокруг точки O (см. рис. 1)? Площади малого и большого поршней равны $S_1 = 50 \text{ см}^2$ и $S_2 = 250 \text{ см}^2$.

(А. Е. Заяц)

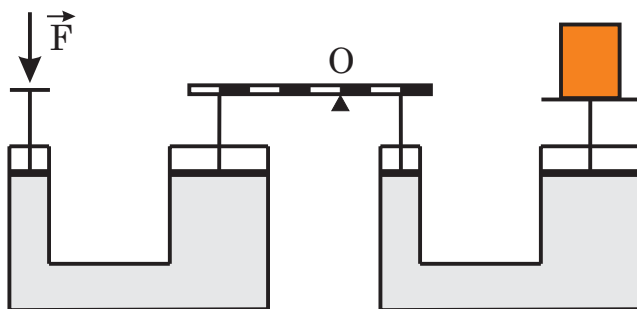


Рис. 1

Ответ: $m_{\text{гр}} = 500$ кг.

Решение: По закону Паскаля, давление, оказываемое на жидкость левым поршнем, передаётся на правый без изменения:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}.$$

Отсюда получаем, что гидравлические машины, указанные в условии задачи, дают выигрыш в силе в

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1} = 5 \text{ раз.}$$

Поскольку плечи рычага, изображённого на рисунке, относятся как 2:1 (левое плечо составляет четыре деления, правое — два), данный рычаг даёт выигрыш в силе в два раза.

В результате, механизм, описанный с условиями, даёт выигрыш в силе в $5 \times 2 \times 5 = 50$ раз, и с помощью силы $F_1 = 100$ Н можно поднять груз весом $P_{\text{гр}} = 50F_1 = 5000$ Н. Масса такого груза, следовательно, равна $m_{\text{гр}} = 500$ кг.

Задача 8.3. Маломощный чайник.

Восьмиклассник Петя решил вскипятить воду для чая, однако в его распоряжении оказался только небольшой чайник собственной конструкции. Петя выяснил, что если напряжение на выводах нагревательного элемента составляет $U_1 = 10$ В, вода

в чайнике нагревается только до $t_1 = 30\text{ }^\circ\text{C}$; при напряжении $U_2 = 20\text{ В}$ максимальная температура воды увеличивается до $t_2 = 40\text{ }^\circ\text{C}$. При каком напряжении вода в таком чайнике может быть доведена до кипения? Сопротивление нагревательного элемента не зависит от его температуры.

Примечание. Количество теплоты, отданное нагретым телом за единицу времени, пропорционально разности температур между телом и окружающим воздухом. Температура воздуха во время экспериментов оставалась постоянной.

(А. Е. Заяц)

Ответ: $U_3 \approx 47\text{ В}$.

Решение: Количество теплоты, отдаваемое воде нагревателем за время τ , равно $Q_{\text{нагр}} = \frac{U^2}{R}\tau$, где U — напряжение в цепи нагревателя, R — его сопротивление. С другой стороны, количество теплоты, отдаваемое чайником в окружающий воздух, равно $Q_{\text{отд}} = k(t - t_0)\tau$, где t — температура воды в чайнике, t_0 — температура воздуха в комнате, k — коэффициент пропорциональности. Вода не сможет дальше нагреваться, если

$$Q_{\text{нагр}} = Q_{\text{отд}} \quad \Rightarrow \quad U^2 = kR(t - t_0).$$

Подставляя в полученное выражение данные из условия задачи, получаем

$$\begin{cases} U_1^2 = kR(t_1 - t_0), \\ U_2^2 = kR(t_2 - t_0) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{U_2^2}{U_1^2} = \frac{t_2 - t_0}{t_1 - t_0} \quad \Rightarrow \quad \frac{40\text{ }^\circ\text{C} - t_0}{30\text{ }^\circ\text{C} - t_0} = 4.$$

Отсюда находим температуру воздуха в комнате — $t_0 = \frac{80}{3}\text{ }^\circ\text{C}$.

Найдём теперь напряжение U_3 , при котором вода прогреется до температуры кипения $t_3 = 100\text{ }^\circ\text{C}$:

$$\frac{U_3^2}{U_1^2} = \frac{t_3 - t_0}{t_1 - t_0} = \frac{100\text{ }^\circ\text{C} - \frac{80}{3}\text{ }^\circ\text{C}}{30\text{ }^\circ\text{C} - \frac{80}{3}\text{ }^\circ\text{C}} = 22 \quad \Rightarrow \quad U_3 = U_1\sqrt{22} \approx 47\text{ В}.$$

Задача 8.4. Чудеса новых технологий.

Профессор У. Шизз во время экспериментов с изобретённым им новым материалом случайно уронил брусок из этого материала в жидкий азот, где тот остыл до -196°C . Достав брусок из жидкого азота, профессор Шизз, чтобы быстрее его нагреть, опустил брусок в большой сосуд с водой при температуре 0°C . В сосуде брусок вначале утонул, а затем всплыл. При какой максимальной плотности материала он может себя так странно вести? Измеренная профессором удельная теплоёмкость изобретённого материала равна $990 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, а удельная теплота плавления льда — $330 \text{ кДж}/\text{кг}$, плотность воды — $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$, плотность льда — $900 \text{ кг}/\text{м}^3$.

(Т. М. Шакиров)

Ответ: $\rho = 1070 \text{ кг}/\text{м}^3$.

Решение: Так как брусок сначала тонет, его плотность больше плотности воды. Последующее всплытие бруска объясняется тем, что на него намерзает некоторое количество льда. Найдём массу $m_{\text{Л}}$ образовавшегося льда, используя уравнение теплового баланса ($m_{\text{БР}}$ — масса бруска, c — его теплоёмкость, λ — удельная теплота плавления льда)

$$\lambda m_{\text{Л}} = c m_{\text{БР}} (0^\circ\text{C} - (-196^\circ\text{C})) \Rightarrow m_{\text{Л}} = \frac{c m_{\text{БР}} 196^\circ\text{C}}{\lambda} = 0,588 m_{\text{БР}}.$$

Брусок со льдом начнет всплывать, если значение силы Архимеда, действующей на эту систему, достигнет значения силы тяжести:

$$\rho_{\text{В}}(V_{\text{БР}} + V_{\text{Л}})g = (m_{\text{Л}} + m_{\text{БР}})g,$$

где $V_{\text{БР}} = \frac{m_{\text{БР}}}{\rho}$ — объём бруска, ρ — искомая плотность материала, из которого он сделан, $V_{\text{Л}} = \frac{m_{\text{Л}}}{\rho_{\text{Л}}}$ — объём льда. Подставляя указанные соотношения, после математических преобразований приходим к равенству

$$\frac{m_{\text{БР}}}{\rho} + \frac{m_{\text{Л}}}{\rho_{\text{Л}}} = \frac{m_{\text{Л}} + m_{\text{БР}}}{\rho_{\text{В}}} \Rightarrow \frac{m_{\text{БР}}}{\rho} + \frac{0,588 m_{\text{БР}}}{\rho_{\text{Л}}} = \frac{1,588 m_{\text{БР}}}{\rho_{\text{В}}}.$$

Сокращая на $m_{БР}$, получаем, что

$$\frac{1}{\rho} + \frac{0,588}{\rho_{Л}} = \frac{1,588}{\rho_{В}} \Rightarrow \rho = \frac{1}{\frac{1,588}{\rho_{В}} - \frac{0,588}{\rho_{Л}}} \approx 1070 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 8.5. Мышка из проволоки.

Школьник Петя Иванов спаял из однородной проволоки фигуру, изображённую на рис. 2. Затем он измерил сопротивление между различными точками этой фигуры. Измерения показали, что $R_{AB} = 30 \text{ Ом}$, $R_{BC} = 70 \text{ Ом}$, $R_{AC} = 72 \text{ Ом}$, $R_{CD} = 68 \text{ Ом}$. Найти длину участков АВ, ВС и АС, если $AD = 12 \text{ см}$.

(А. Е. Заяц)

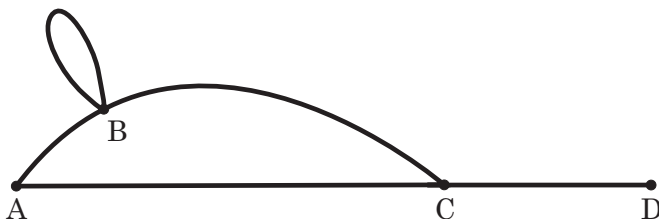


Рис. 2

Ответ: $AB = 2 \text{ см}$, $BC = 7 \text{ см}$, $AC = 8 \text{ см}$.

Решение: Обозначим сопротивление непосредственно участков АВ, АС, ВС и CD как r_{AB} , r_{AC} , r_{BC} и r_{CD} . При подключении напряжения к точкам А и В участок АВ оказывается соединённым параллельно с последовательно идущими участками АС и ВС («ухо» мыши и её «хвост» не учитываются, так как ток через эти участки не идёт). Тогда

$$R_{AB} = \frac{r_{AB}(r_{AC} + r_{BC})}{r_{AB} + r_{AC} + r_{BC}} = 30 \text{ Ом.}$$

Аналогично получаем, что

$$R_{AC} = \frac{r_{AC}(r_{AB} + r_{BC})}{r_{AB} + r_{AC} + r_{BC}} = 72 \text{ Ом}, \quad R_{BC} = \frac{r_{BC}(r_{AB} + r_{AC})}{r_{AB} + r_{AC} + r_{BC}} = 70 \text{ Ом.}$$

Решая полученную систему уравнений, находим

$$r_{AB} = 34 \text{ Ом}, \quad r_{AC} = 136 \text{ Ом}, \quad r_{BC} = 119 \text{ Ом}.$$

При подключении напряжения к точкам С и D ток идёт только по отрезку CD, поэтому $r_{CD} = R_{CD} = 68 \text{ Ом}$. Это значит, что сопротивление отрезка AD без учёта остальной цепи равно $r_{AC} + r_{CD} = 204 \text{ Ом}$.

Сопротивление однородного проводника прямо пропорционально его длине, следовательно

$$\frac{AB}{AD} = \frac{r_{AB}}{r_{AC} + r_{CD}} \Rightarrow AB = \frac{AD \cdot r_{AB}}{r_{AC} + r_{CD}} = 2 \text{ см}.$$

$$\frac{BC}{AD} = \frac{r_{BC}}{r_{AC} + r_{CD}} \Rightarrow BC = \frac{AD \cdot r_{BC}}{r_{AC} + r_{CD}} = 7 \text{ см}.$$

$$\frac{AC}{AD} = \frac{r_{AC}}{r_{AC} + r_{CD}} \Rightarrow AC = \frac{AD \cdot r_{AC}}{r_{AC} + r_{CD}} = 8 \text{ см}.$$