

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности



Д.А.Таюрский

«15 января» 2017г.



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

для поступающих на программы подготовки научно-педагогических  
кадров в аспирантуре

**Направление 01.06.01 – Математика и механика**

*Направленность (профиль): 01.01.05 – Теория вероятностей  
и математическая статистика*

Казань 2017

1. **Вопросы программы вступительного экзамена в аспирантуру по направленности (профилю) подготовки**

по специальной дисциплине, соответствующей направленности (профилю) программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

**01.01.05 Теория вероятностей и математическая статистика**

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Алгебра событий. Булевы алгебры, порожденные классами множеств.

Аксиомы вероятности, сигма-аддитивность и непрерывность.

Булевы сигма-алгебры. Монотонные классы. Булевы сигма-алгебры, порожденные булевыми алгебрами.

Вероятностное пространство. Нулевые множества, пополнение вероятностных пространств.

Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру.

Измеримые отображения. Ступенчатые случайные величины. Действительные случайные величины, как пределы ступенчатых и как измеримые отображения. Борелевские множества на прямой. Функции распределения.

Математические ожидания действительных случайных величин. Конструкция интеграла Лебега и его свойства.

Сходимости почти наверное и по вероятности. Слабая сходимость.

Меры, их представления и разложения. Разложения Жордана-Хана и Лебега. Теорема Радона-Никодима. Плотности вероятностных мер.

Условное математическое ожидание и его свойства. Условное распределение вероятностей. Регулярные вероятности.

Векторные случайные величины. Условные и маргинальные распределения. Формула Байеса.

Независимость. Независимые классы и сигма-алгебры. Независимые случайные величины.

Вероятности на произведениях измеримых пространств. Переходные вероятности. Теорема Фубини.

Бесконечные произведения измеримых пространств. Случайные функции. Цилиндрические множества. Условие согласованности. Теорема Колмогорова.

Характеристические функции. Формула обращения. Теоремы единственности и непрерывности.

Основные законы теории вероятностей. Закон нуля и единицы. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

Вероятностные модели. Распределения двухточечное, Бернулли, Пуассона, отрицательное биномиальное, равномерное, показательное, гамма, Вейбулла, нормальное, лог-нормальное. Связи между этими распределениями. Многомерное нормальное распределение.

Корреляция и регрессия. Частная и сводная корреляция.

Случайные блуждания. Закон арксинуса. Пуассоновский, винеровский и ветвящиеся процессы.

Цепи Маркова. Уравнения для вероятностей перехода. Теорема о предельных вероятностях.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Понятие случайной выборки. Распределение случайной выборки. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма.  
Выборочные характеристики. Выборочные моменты и квантили; их асимптотическое распределение.  
Достаточные статистики. Теорема факторизации. Экспоненциальные семейства.  
Оценка параметров по методу моментов и методу максимального правдоподобия.  
Состоятельность оценок и их асимптотическое распределение.  
Несмещенные оценки с минимальной дисперсией.  
Регрессионный и корреляционный анализы. Метод наименьших квадратов.  
Проверка статистических гипотез. Критерий, его размер, уровень значимости, критический уровень значимости, вероятности ошибок, функция мощности.  
Теорема Неймана-Пирсона. Равномерно наиболее мощные критерии для распределений с монотонным отношением правдоподобия. Наиболее точные доверительные границы. Критерий типа - квадрат (согласия, независимости и однородности).  
Инвариантные критерии. Сравнение средних и дисперсий нормальных распределений (дисперсионный анализ).  
Непараметрические ранговые критерии. Критерии однородности: знаков, Вилконсона, Смирнова.

### ***2. Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы вступительного экзамена в аспирантуру по направленности (профилю) подготовки***

по специальной дисциплине, соответствующей направленности (профилю) программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

#### **01.01.05 Теория вероятностей и математическая статистика.**

### ***Основная литература***

1. Володин, Игорь Николаевич (д-р физ.-мат. наук ; 1937-) .  
Оптимальные статистические решения [Текст: электронный ресурс] : [учебное пособие] / И. Н. Володин. -- Казань: Казанский университет, 2012. - 182 с.  
<URL:[http://libweb.ksu.ru/ebooks/09\\_66%20\\_ds004.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/09_66%20_ds004.pdf)>.
2. Володин, Игорь Николаевич  
Лекции по теории статистических выводов [Текст: электронный ресурс] : [учебное пособие] / И. Н. Володин ; Казан. (Приволж.) федер. ун-т, Каф. мат. статистики, 2010. - 174 с.  
<URL:[http://libweb.ksu.ru/ebooks/09\\_66%20\\_ds007.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/09_66%20_ds007.pdf)>.

3. Володин, Игорь Николаевич

Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Текст: электронный ресурс] : [учебник] для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010200 "Прикладная математика и информатика" и по направлению 510200 "Прикладная математика и информатика" / И. Н. Володин ; Казан. гос. ун-т, Каф. мат. статистики, 2006. - 271 с.  
<URL:[http://libweb.ksu.ru/ebooks/09\\_66%20\\_ds006.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/09_66%20_ds006.pdf)>.

4. Ширяев А. Н. Вероятность - 1. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев. - Москва: МЦНМО, 2007. - 552 с.

ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9448](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9448)

5. Ширяев А. Н. Вероятность - 2. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев. - Москва: МЦНМО, 2007. - 416 с.

ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9449](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9449)

### *Дополнительная литература*

1. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб.: Лань, 2011. - 256с.

ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026)

2. Боровков А.А. Математическая статистика.- СПб.: Лань, 2010. - 704 с.

ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3810](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3810)

3. Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей.- М.: Лань, 2012. - 480 с.

ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3184](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3184)

4. Бородин А.Н. Случайные процессы. - СПб.: "Лань", 2013. - 640 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/12935/>

5. Ширяев А.Н., Эрлих И.Г., Яськов П.А. Вероятность в теоремах и задачах (с доказательствами и решениями). Книга 1. - М.: МЦНМО, 2014. - 648 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/56417/>

Интернет-ресурсы по математике: <http://exponenta.ru>;

Портал математических интернет-ресурсов: <http://www.math.ru>

Портал математических интернет-ресурсов: <http://www.allmath.com>

Портал ресурсов по математике и ИТ: <http://algotlist.manual.ru>

Электронная библиотечная система «Лань»: <http://e.lanbook.com>

Электронная библиотечная система «Znanium»: <http://znanium.com>

Программа вступительного экзамена в аспирантуру составлена на основе федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования по программам специалитета и магистратуры

Автор: к.ф.-м.н., доцент Симушкин С.В.

Рецензент: д. ф. – м. н., профессор Володин И.Н.

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии Института ВМиИТ КФУ от 9 сентября 2015 г., протокол № 1