Межрегиональная предметная олимпиада по физике, 9 февраля 2014 г.

Возможные решения

Вариант 1

Задача 1. На горизонтальной поверхности покоятся два бруска — один на другом (рис. 1). Какую силу, направленную горизонтально, необходимо приложить к нижнему бруску, чтобы выдернуть его из-под верхнего? Коэффициент трения между любыми поверхностями равен μ, масса нижнего бруска — m_1, верхнего — m_2.

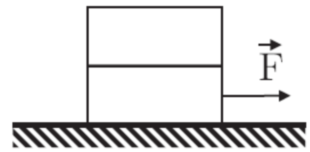

Рис. 1.

Ответ: $F > 2\mu(m_1 + m_2)g$.

Решение: Запишем 2-й закон Ньютона в проекции на горизонтальное направление для каждого из брусков:

$$m_2 a_2 = F_{\text{тр}2}, \quad m_1 a_1 = F - F_{\text{тр}1} - F_{\text{тр}2}.$$

Здесь $F_{\text{тр}1}$ — сила трения, возникающая между горизонтальной поверхностью и нижним бруском, $F_{\text{тр}2}$ — сила трения, возникающая между брусками, a_1 и a_2 — ускорения нижнего и верхнего бруска соответственно. Найдём величины сил трения:

$$F_{\text{тр}2} = \mu m_2 g, \quad F_{\text{тр}1} = \mu(m_1 + m_2)g.$$

Отсюда получаем, что $a_2 = \mu g$, $a_1 = (F - \mu(m_1 + 2m_2)g)/m_1$. Так как, по условию, нижний груз нужно выдернуть из-под верхнего, $a_1 > a_2$. Подставляя в это неравенство выражения для ускорений, находим, что $F > 2\mu(m_1 + m_2)g$.

Задача 2. Физик-экспериментатор Пётр Иванов собрал электрическую цепь (рис. 2), состоящую из нелинейного элемента X, резистора, идеального амперметра и источника, напряжение которого можно изменять. В результате своих измерений он обнаружил, что при напряжении $U_1 = 1$ В амперметр показывал силу тока $I_1 =$ $= 0{,}5$ А, а при напряжении $U_2 = 5$ В его показания увеличивались до $I_2 = 4$ А. Исходя из приведённых данных, найдите сопротивление резистора. Известно, что сила тока, проходящего через элемент X, пропорциональна приложенному к нему напряжению в степени 3/2 ($I \sim U^{3/2}$).

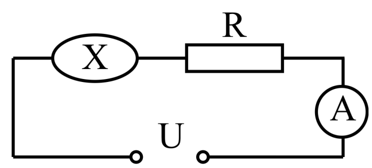

Рис. 2.

Ответ: 0,5 Ом.

Решение: Пусть U_X — напряжение на элементе X, а R — сопротивление резистора, тогда

$$U_{X1} = U_1 - I_1 R, \quad U_{X2} = U_2 - I_2 R.$$

Так как $I \sim U^{3/2}$, получаем

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{U_{X2}}{U_{X1}}\right)^{3/2} = \left(\frac{U_2 - I_2 R}{U_1 - I_1 R}\right)^{3/2}.$$

Отсюда находим сопротивление резистора:

$$R = \frac{U_2 - U_1 (I_2/I_1)^{2/3}}{I_2 - I_1 (I_2/I_1)^{2/3}} = 0{,}5 \text{ Ом}.$$

Задача 3. Определите число действительных изображений источника S в оптической системе, состоящей из собирающей линзы и плоского зеркала AB (см. рис. 3). Найдите расстояние от каждого из них до оптического центра линзы. Фокусное расстояние линзы равно f, расстояние между источником и линзой — 7f/4, между линзой и зеркалом — 2f.

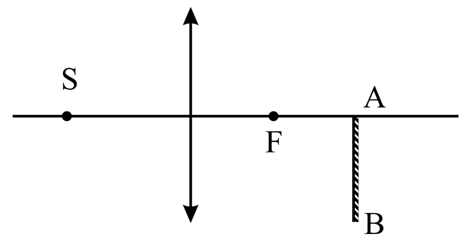

Рис. 3.

Ответ: Три изображения. Первое находится за зеркалом на расстоянии 7f/3; второе — перед зеркалом на расстоянии 5f/3, третье — левее источника S на расстоянии 5f/2 от линзы.

Решение: Пусть O — оптический центр линзы. Первое изображение S_1 формируется лучами, прошедшими сквозь линзу, но не попавшими на зеркало AB. По формуле для тонкой линзы

$$\frac{1}{OS} + \frac{1}{OS_1} = \frac{1}{f}.$$

Так как, по условию, $OS = 7f/4$, то $OS_1 = 7f/3$.
Найдём теперь положение изображения S_2, получающегося при отражении лучей, прошедших через линзу от зеркала. Так как $OA = 2f$, то $AS_1 = 7f/3 - 2f = f/3$. Изображения S_1 и S_2 расположены симметрично относительно зеркала, поэтому $AS_2 = AS_1 = f/3$. Отсюда получаем, что $OS_2 = OA - AS_2 = 5f/3$.
Отражённые от зеркала лучи, проходя обратно через линзу, формируют третье изображение S_3, расположенное слева от линзы. Его положение можно найти, снова используя формулу для тонкой линзы:

$$\frac{1}{OS_2} + \frac{1}{OS_3} = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad OS_3 = 5f/2.$$

Задача 4. Внутри П-образной рамки закреплена система, состоящая из двух одинаковых пружин и маленького груза массой m между ними. Сначала данную конструкцию поставили вертикально. При этом грузик сместился вниз на величину x_1 (рис. 4a). Затем её расположили горизонтально. В этом случае смещение грузика стало $x_2 = 5x_1$ (рис. 4b). Найти коэффициент жёсткости пружин. В свободном состоянии длина каждой пружины равна L, расстояние между точками крепления пружин к рамке — 2L.

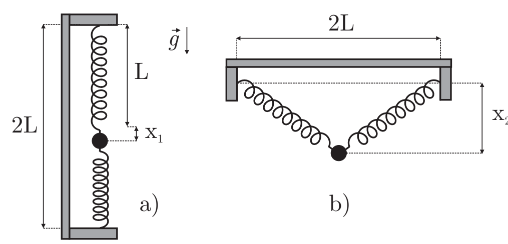

Рис. 4.

Ответ: $k = \dfrac{10mg}{3L}$.

Решение: Рассмотрим систему в положении, изображённом на рис. 4a. Из условия равновесия получаем, что

$$mg = 2kx_1.$$

Для системы, изображённой на рис. 4b, условие равновесия будет иметь вид:

$$mg = 2k\Delta L \cos\alpha,$$

где $\Delta L = \sqrt{x_2^2 + L^2} - L$ — удлинение пружины, α — угол между пружиной и вертикалью. Так как $\cos\alpha = x_2/\sqrt{x_2^2 + L^2}$, мы получим, что

$$mg = 2kx_2\left(1 - \frac{L}{\sqrt{x_2^2 + L^2}}\right) = 10kx_1\left(1 - \frac{L}{\sqrt{25x_1^2 + L^2}}\right).$$

Из полученных формул следует, что

$$2kx_1 = 10kx_1\left(1 - \frac{L}{\sqrt{25x_1^2 + L^2}}\right) \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{3L}{20}.$$

Отсюда находим величину k:

$$mg = 2k \cdot \frac{3L}{20} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{10mg}{3k}.$$

Задача 5. В рукописи одного из известных учёных был найден листок с циклом, изображённом в координатах p-T (см. рис. 5). Определить температуру T_0, если из текста рукописи известно, что данный цикл совершал $\nu = 1$ моль идеального газа и работа газа за цикл равна 2500 Дж. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(К · моль).

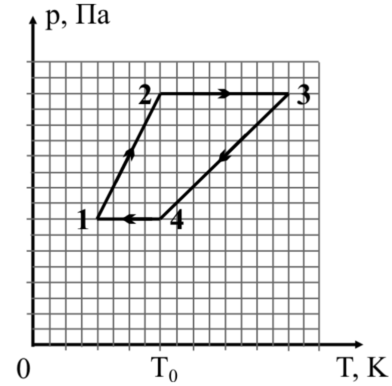

Рис. 5.

Ответ: $T_0 = 600$ К.

Решение: Очевидно, что процессы 41 и 23 являются изобарными. Участки 12 и 34 являются изохорами. Чтобы убедиться в этом, достаточно подсчитать количество клеток и проверить справедливость равенств

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}, \quad \frac{p_3}{T_3} = \frac{p_4}{T_4}.$$

Работа газа за цикл равна

$$A = A_{23} + A_{41} = p_2(V_3 - V_2) + p_1(V_1 - V_4).$$

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона, преобразуем это выражение к виду

$$A = \nu R(T_3 - T_2) + \nu R(T_1 - T_4).$$

Так как, по рисунку, $T_2 = T_4 = T_0$, $T_1 = T_0/2$, $T_3 = 2T_0$, получаем, что

$$A = \nu R(2T_0 - T_0) + \nu R(0{,}5T_0 - T_0) = 0{,}5\nu RT_0.$$

Отсюда находим величину T_0:

$$T_0 = \frac{2A}{\nu R} = \frac{2 \cdot 2500 \text{ Дж}}{1 \text{ моль} \cdot 8{,}31 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль)}} \approx 600 \text{ К}.$$