

Задача 6. Вырубка леса

В лесу растут **X деревьев**. Работают **2 лесоруба**.

Первый лесоруб срубает по **A** деревьев в день, отдыхает каждый **K**-й день.

Второй лесоруб срубает по **B** деревьев в день, отдыхает каждый **M**-й день.

Требуется определить **за сколько дней два лесоруба срубят все X деревьев**.

Во входном файле заданы значения величин

A, K, B, M и X

$1 \leq A, B \leq 10^9,$

$2 \leq K, M \leq 10^{18}, 1 \leq X \leq 10^{18}$

Выходной файл должен содержать одно целое число: искомое количество дней.

Количество деревьев D , которое может вырубить один лесоруб за T дней, отдыхая каждый K -ый день, можно определить по формуле:

$$D = A * (K - 1) * (T \text{ div } K) + A * (T \text{ mod } K)$$

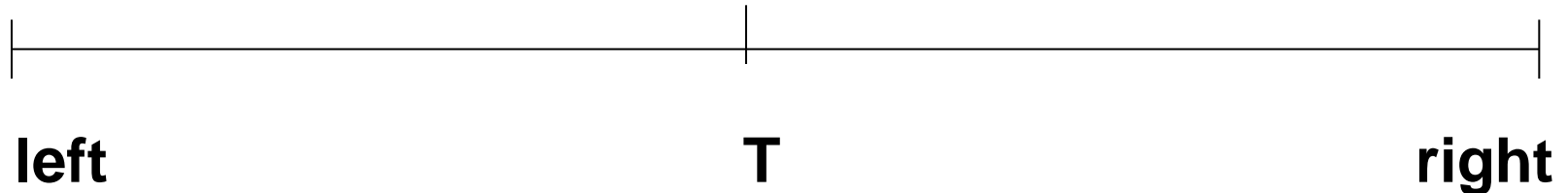
$T \text{ div } K$ – количество периодов по K дней, когда срубается по A деревьев каждый день, кроме дня отдыха.

$T \text{ mod } K$ оставшееся количество дней (оно меньше K и нет дня отдыха), когда также срубается по A деревьев каждый день.

Если два лесоруба в сумме вырубят за T дней не меньше X деревьев, тогда T дней достаточно для вырубки леса, иначе — недостаточно.

Метод решения задачи:

ДВОИЧНЫЙ ПОИСК



Для выбора значений левой и правой границы поиска нужно учесть следующее:

1. за 0 дней вырубить лес нельзя;
2. количество дней равно

$$2 * X / (A + B),$$

округленное вверх, заведомо достаточно.

Фрагмент программы-решения на языке C++:

```
long long left = 0;
long long right = 2 * x / (a + b) + 1;
long long t;
long long d1, d2;
while (left + 1 < right) {
    long long t = (left + right) / 2;
    long long d1 = a * (k - 1) * (t / k) + a * (t % k);
    long long d2 = b * (m - 1) * (t / m) + b * (t % m);
    if (d1 + d2 >= x)
        right = t;
    else
        left = t;
}
```

Ответ: значение переменной right.

Подзадача 1 (32 балла)

$$1 \leq X \leq 1000,$$
$$1 \leq A, B \leq 1000, 2 \leq K, M \leq 1000$$

Для решения подзадачи 1 можно применить моделирование по дням:

уменьшать количество оставшихся деревьев на количество вырубленных за день деревьев:

```
for (i = 1; x > 0; i++)  
    x -= a * !(i % k) + b * !(i % m);
```

Ответ: значение переменной $i-1$.

Подзадача 2 (10 баллов)

$$1 \leq X \leq 10^{18}$$

$$X < K$$

$$X < M$$

При решении этой подзадачи можно считать, что лесорубы не отдыхают, поэтому каждый день срубается $(A + B)$ деревьев.

Ответ: округленное вверх значение выражения

$$X / (A + B)$$

Подзадача 3 (10 баллов)

$$1 \leq X \leq 10^{18}, \quad K = M$$

Лесорубы отдыхают в один и тот же день, поэтому количество срубленных деревьев за каждые K дней равно

$$(K - 1) * (A + B)$$

Количество периодов по K дней равно Z и будет срублено Y деревьев:

$$Z = X \operatorname{div} ((K - 1) * (A + B))$$

$$Y = Z * (K - 1) * (A + B)$$

Ответ: если $Y = X$, то значение выражения

$$Z * K - 1$$

иначе, значение выражения

$$Z * K + (X - Y + A + B - 1) \operatorname{div} (A + B)$$

Подзадача 4 (48 баллов)

$$1 \leq X \leq 10^{18}, 1 \leq A, B \leq 10^9, 2 \leq K, M \leq 10^{18}$$

Для решения подзадачи 4 необходим

ДВОИЧНЫЙ ПОИСК.

Можно получить частичные баллы, если есть:

- ошибки в двоичном поиске;
- ошибки, связанные с переполнением из-за неверно выбранных типов данных или неверно выбранной правой границы двоичного поиска.

Спасибо за внимание