

УДК 523.34

doi: 10.26907/2541-7746.2020.2.223-236

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И ФРАКТАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ЛУННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

*А.О. Андреев, Ю.А. Нефедьев, Л.А. Нефедьев, Е.Н. Ахмедшина,
Н.Ю. Демина, А.А. Загидуллин*

Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия

Аннотация

Работа посвящена вопросам исследования структуры лунной поверхности с использованием многопараметрического анализа и методов фрактальной геометрии. Для построения цифровой модели лунной поверхности использовались данные космических миссий Clementine, Kaguya и LRO. В процессе выполнения работы построена электронная база альтиметрических измерений, которые приведены в единую систему отсчета данных с помощью робастного моделирования. Для построения цифровой модели альтиметрические спутниковые данные разлагались в гармонические ряды по сферическим функциям. Затем с использованием созданной модели определены фрактальные параметры и коэффициенты фрактального подобия структуры поверхности Луны и построены диаграммы их распределения в монохромном и цветном вариантах. Для анализа цифровой картографической поверхности использовался метод оценки фрактальных коэффициентов подобия и фрактальных размерностей. Цифровая модель трансформирована в цветовую карту согласно высотной цветовой шкале. С использованием авторского метода определены цветовые фрактальные размерности SRGB (Square, Red, Green, Blue) для модели лунной поверхности. Проведен анализ более 150 площадей SRGB, и для них найдены цветовые фрактальные параметры. Полученные результаты могут быть использованы при создании глобальной структурной модели Луны.

Ключевые слова: космические спутниковые измерения, цифровые карты лунной поверхности, многопараметрический анализ, фрактальная геометрия

Введение

В последние годы существенно расширилось число стран, участвующих в исследованиях Луны. К многолетним программам России и США присоединились ученые Европейского Космического Агентства, Японии, Китая, Индии. Среди наиболее интересных проектов прошедших лет следует назвать проекты NASA Clementine (1994 г.) [1], Lunar Prospector (1998–1999 гг.) [2], Лазерная локация Луны (1969–2010 гг.) [3]; европейский спутник SMART-1 (2003–2006 гг.) [4]; японский спутник Kaguya (2007–2009 гг.) [5]; китайские зонды Chang'e 1 (2007–2009 гг.), Chang'e 2 (2010 г.); Chang'e 3 (2014 г.) [6], Chang'e 4 (2018 г.) [7]; американский спутниковый дуэт LRO (2009–2010 гг.) [8]; индийские спутники Chandrayaan-1 (2008–2009 гг.), Chandrayaan-2 (2013 г.) [9]; космическая миссия GRAIL [10]. Российские планы космических миссий к Луне включают в себя проведение работ, которые обеспечат привязку снимков лунной поверхности к системе селенографических координат. Выполнение этих планов может вывести селенодезию на уровень, сравнимый с геодезией Земли. В то же время анализ данных в упомянутых

проектах предъявляет повышенные требования к описанию сложной динамической и гравитационной модели структуры Луны. Повышение точности координатных измерений, запланированное в ближайших российских миссиях к Луне, должно обеспечить существенно более высокий уровень моделирования цифровых лунных карт [11]. При этом их построение является исходным базисом для изучения Луны космическими методами. Точность посадки космических модулей на поверхность Луны в настоящее время задается эллипсом ошибок размером 30×15 км [12]. При геологических исследованиях для взятия образцов пород или проведения их анализа на месте используются луноходы. Доставка научной аппаратуры в запланированное место исследований позволит многократно снизить их стоимость и повысить эффективность. Еще более актуальным достижение высокой точности координатного обеспечения космической деятельности на Луне будет при создании постоянной лунной станции из доставляемых с Земли модулей: нужно будет либо доставлять модули на расстоянии их стыковки гибкими узлами, либо предусмотреть средства перемещения на значительные расстояния крупных модулей по лунной поверхности [13]. Положение каждой точки на поверхности Луны определяется тремя величинами – долготой, широтой и радиус-вектором, отсчитываемым от лунного центра масс. Для повышения точности координатного сопровождения миссий во времени необходимо разработать теоретические основы как проводимых спутниковых наблюдений, так и обработки их результатов.

Обработка экспериментальных данных выполнялась при помощи оригинальных численных алгоритмов и компьютерных программ, включающих в себя построение цифровой лунной карты. С одной стороны, сканирование физической поверхности Луны с помощью спутникового альтиметра описывает рельеф с высокой точностью, но не может использоваться для создания опорной селеноцентрической сети [14]. С другой стороны, лунные позиционные наблюдения в системе звезд могут использоваться для создания опорной селеноцентрической сети, но не позволяют создать цифровую карту Луны высокого разрешения [15]. Все вышеперечисленные аспекты возникают по той причине, что космические измерения относятся к системе, у которой оси не совпадают с осями инерции Луны, а центр отсчета координат лежит в центре масс. Такая система называется квазидинамической, и ее имеет большинство построенных ранее моделей Луны. Поэтому главная задача нашей работы связана с созданием имитационной модели лунной физической поверхности на основе современных спутниковых наблюдений.

При исследовании как структурных параметров, так и эволюционных характеристик небесных тел успешно применяются различные подходы статистического оценивания [16–18]. К ним относятся и методы, основанные на фрактальной геометрии. Фрактальность предполагает высокую степень идентичности при масштабировании. Ключевыми задачами при этом являются расчет фрактальной размерности (ФР) для наборов данных, полученных в результате эксперимента, а также определение условий, при которых исследуемая структура проявляет фрактальность. Так как базовым свойством фрактальных структур является их самоподобие, наборы экспериментальных данных характеризуются ФР и коэффициентом самоподобия (КС). Наличие фрактальности обнаружено и в динамических системах, примерами которых являются поверхности малых (астероиды) и сравнительно крупных (Марс, Земля) небесных тел. В настоящей статье на основании описанных в работе [19] подходов разработана авторская методика высокоточного учета КС и цветовых ФР по набору свойств анализируемых моделей.

1. Создание цифровой модели лунной поверхности

Для создания цифровой модели было использовано разложение в гармонический ряд по сферическим функциям альтиметрических данных космических миссий Clementine, Kaguya, LRO согласно выражению [20, 21]:

$$h(\lambda, \beta) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \cdot \bar{P}_{nm}(\cos \beta) + \varepsilon, \quad (1)$$

где $h(\lambda, \beta)$ – функция высоты, зависящая от долготы и широты; λ, β – долгота, широта (известные параметры); $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ – гармонические нормализованные амплитуды; \bar{P}_{nm} – функции Лежандра, нормализованные и ассоциированные; ε – случайная регрессионная ошибка.

Разложение альтиметрических измерений по сферическим функциям в гармонический ряд является основным методом для анализа структуры поверхности Луны, при этом применяются численно-аналитический подход и методы робастного анализа. В настоящее время регрессионное моделирование наиболее часто используется для обработки наблюдений. С помощью регрессионного моделирования можно создавать модели с включением в обработку разнородных наблюдений. Регрессионная модель содержит системные связи искомым параметров с данными наблюдений. Можно выделить четыре основных момента регрессионного моделирования:

- 1) перевод наблюдательных данных в математическую форму;
- 2) создание регрессионной модели связи искомым параметров и наблюдательных данных;
- 3) нахождение искомым параметров решением регрессионной модели методом наименьших квадратов (LSM);
- 4) выбор и создание наиболее адекватной структуры модели с использованием искомым параметров.

Таким образом, для построения цифровых лунных карт применено регрессионное моделирование.

С этой целью этого был создан программный комплекс «Автоматизированная система трансформации координат» (ASTC). Существуют специальные программные комплексы (SSP), построенные российскими и зарубежными коллективами и направленные на анализ наблюдений с применением методов математической статистики. Однако эти SSP не подходят для проблем селенодезии, рассматриваемых в настоящей работе. Программный пакет ASTC построен по модульному принципу. Компоненты этого программного пакета позволяют проводить исследования в любой области селенодезии. В данном варианте используется системный подход, основанный на математических системах анализа наблюдений, позволяющий автоматизировать как редукцию наблюдений, так и управление процессом обработки. Автоматизированная система ASTC предназначена для проведения процедур регрессионного моделирования и анализа процессов, происходящих в астрономических и геодезических системах. В частности, этот программный пакет позволяет изучать топографию и гравитационное поле Луны. К основным возможностям пакета программного обеспечения относятся создание стохастических моделей с последующим определением неизвестных параметров, а также полный контроль над вычислительным процессом. Этот программный комплекс разработан с учетом специфического подхода к решению поставленных задач, который требовал большого количества вариантов решения и использования различных методов обнаружения ошибок неизвестных. Актуальным остается вопрос согласования остатка с основными параметрами МНК при определении параметров модели.

Программные модули, включенные в ASTC, позволяют решить переопределенные и нормальные системы условных линейных алгебраических уравнений. Решение таких уравнений реализовано на основе МНК. Выходные данные представляют собой параметры значений элементов корреляционной матрицы, искомые параметры и их ошибки, внешние и внутренние показатели качества, характеризующие точность вычислений и используемые для уточнения структуры цифровых карт. Существует возможность использования пошагового регрессионного анализа, который применяется для получения модели с меньшим количеством наблюдений n , чем число коэффициентов p . Это возможно, поскольку термины вводятся в модель последовательно, и процедура расчета может закончиться раньше, чем появятся избыточные решения.

В результате разложения спутниковых данных миссий Clementine, Kaguya и LRO была построена цифровая модель физической поверхности Луны. Анализ данных цифровой модели посвящен следующий раздел.

2. Метод анализа цифровой модели поверхности Луны

Допустим, что исследуемая сложная физическая структура представляется в виде частично упорядоченного множества $A(N^2)$, где N^2 – число элементов a_{ij} в множестве $a_{ij} \in A(N^2)$, где $i, j = 1 \dots N$.

Предположим также, что элементы этого множества имеют определенные общие свойства $H_\xi(a)$, характерные только этим элементам $\forall a_{ij} (a_{ij} \in (a | H_\xi(a)))$. В том случае, если существует более одного свойства, рассматриваемое множество будет характеризоваться несколькими значениями ФР. Определим верхнюю и нижнюю границы множества $A(N^2)$ по всем свойствам $H_\xi(a)$ как $G_\xi = \sup A(N^2)$ и $g_\xi = \inf A(N^2)$. Сопоставляя верхней и нижней границам числа R_ξ и r_ξ соответственно, покроем исследуемое множество кубической структурой объемом $V_\xi = (R_\xi - r_\xi)^3$. Очевидно, что каждый элемент $A(N^2)$ будет покрывать некоторую область, площадь которой $s_\xi = (R_\xi - r_\xi)^2 / N^2$. При этом на каждое подмножество исследуемого множества, количество которых составит $\sup Q^{(k)}(n^2) \in Q^{(k)}(n^2)$, будет приходиться куб объема $\vartheta_\xi = V_\xi / \alpha^3$, а общая площадь всех элементов подмножества будет равна $S_\xi(n^2) = s_\xi n^2$.

Вычислим ФР D_ξ множества $A(N^2)$ по свойству $H_\xi(a)$ через угол наклона зависимости $\log \Gamma_\xi(n^2)$ от $\log s_\xi(n^2)$, где $\Gamma_\xi(n^2)$ – количество непересекающихся граней кубических структур, покрывающих подмножество $Q^{(k)}(n^2)$:

$$D_\xi = \sum_{\gamma} \frac{\log \Gamma_\xi(n_{\gamma+1}^2) - \log \Gamma_\xi(n_\gamma^2)}{|\log S_\xi(n_{\gamma+1}^2)| - |\log S_\xi(n_\gamma^2)|} \frac{\alpha_{\gamma+1} - \alpha_\gamma}{N - 1}. \quad (2)$$

Коэффициент самоподобия K_ξ будет задаваться отношением

$$K_\xi = \frac{D_\xi^o}{D_\xi}, \quad (3)$$

в котором символом D_ξ^o обозначена ФР самоподобного множества:

$$D_\xi^o = \frac{\log \Gamma_\xi(N^2) - \log \Gamma_\xi(1)}{|\log S_\xi(N^2)| - |\log S_\xi(1)|}. \quad (4)$$

При анализе фрактальных характеристик альтиметрических моделей Луны, разработанных на основании данных спутниковых миссий Clementine, Kaguya и LRO, цветовые коды пикселей выбраны в качестве параметров ξ : Red ($\xi = R$), Green ($\xi = G$) и Blue ($\xi = B$).

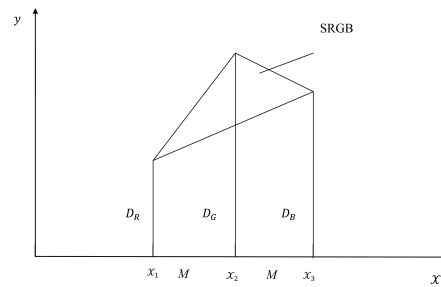


Рис. 1. Система SRGB

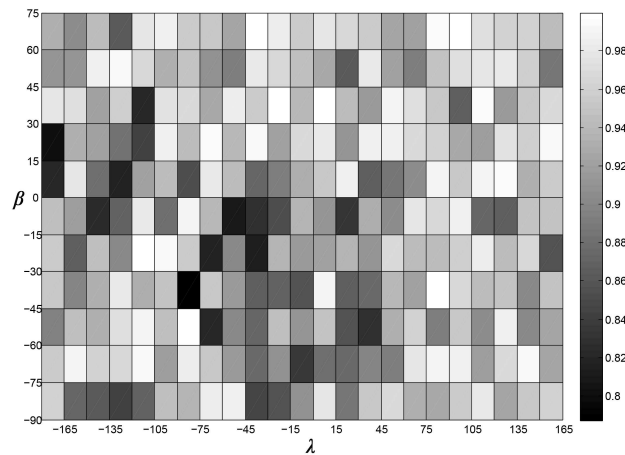


Рис. 2. Изменение коэффициента самоподобия в зависимости от селенографических долготы и широты

В результате рассматриваемые поверхностные структуры были описаны тремя ФП – D_R , D_G , D_B . По этим значениям сформированы треугольники и определены их площади (SRGB) (рис. 1), которые с высокой степенью чувствительности к изменению цветовых показателей характеризуют исследуемые области поверхности.

По результатам редукции альтиметрических данных сформированы изображения вариаций коэффициентов самоподобия (рис. 2) и 3D-модель значений фрактальной размерности (рис. 3) для различных областей цифровой модели поверхности Луны.

На рис. 2 модель поверхности разделена на квадратные области со стороной 15° по селенографическим долготе и широте. Показано также, что КС изменяется в диапазоне от 0.8 до 1, что подтверждает фрактальность рассмотренной модели.

На рис. 3 представлены значения площади SRGB для квадратных областей (сторона = 15°) рассматриваемой модели.

Исследование распределения площади SRGB по участкам лунной поверхности позволяет определить зоны с идентичной структурой. В качестве примера на рис. 4 приведена диаграмма изменений SRGB по долготе при фиксированной широте ($45^\circ < \varphi < 60^\circ$).

Равенство значений SRGB для нескольких участков лунной сферы указывает на подобие представленных на них структур.

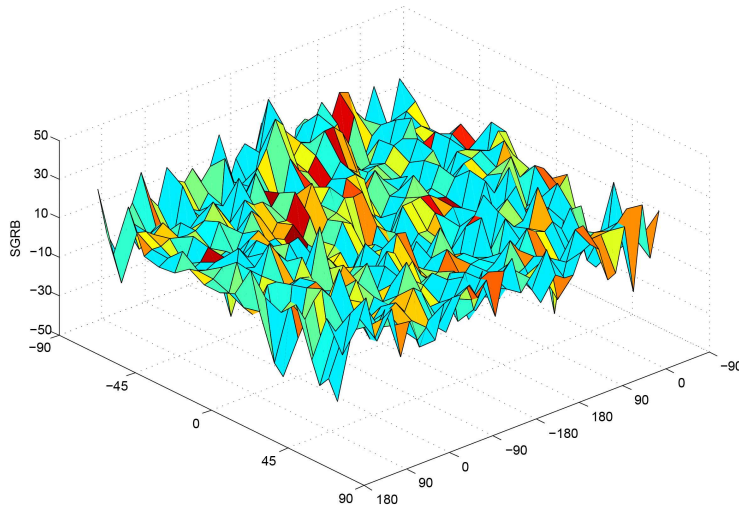


Рис. 3. Изменение площади SGRB в зависимости от селенографических долготы и широты

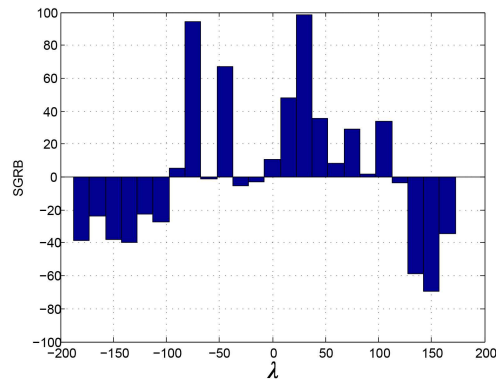


Рис. 4. Диаграмма распределения площади SGRB в зависимости от долготы при фиксированной широте ($45^\circ < \varphi < 60^\circ$)

3. Анализ макрофигуры Луны

В настоящее время, несмотря на успехи космических и наземных исследований Луны, не существует селеноцентрической модели макрофигуры лунной сферы. Тем не менее без знания динамических параметров фигуры Луны очень трудно решать вопросы, связанные с ее эволюционной теорией и определением спин-орбитальных характеристик. Учитывая все вышесказанное, в настоящей работе с использованием уравнения (1) построены модели макрофигуры Луны (ММЛ) на основе разложения в гармонический ряд по сферическим функциям данных альтиметрических наблюдений космических миссий Clementine, LRO, KAGUYA и каталога “DSC” [22]. В процессе создания ММЛ проведен анализ влияния на точность получаемых гармонических коэффициентов различных порядков разложения. Определено, что, начиная с 18-го порядка, увеличение порядка разложения нецелесообразно. На основе этого установлены оптимальные структуры параметров моделей и их влияние на точность определения гармонических коэффициентов. В результате проведенных исследований получены системы высотных изогибс, покрывающих всю лунную сферу и являющихся основой цифровой макрофигуры Луны.

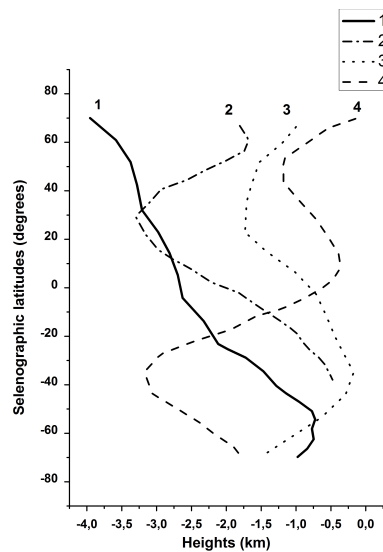


Рис. 5. Сравнение сечений макрофопрофилей Луны для моделей, построенных на основе данных каталога “DSC” (линия 1), и космических миссий Kaguya (линия 2), Clementine (линия 3) и LRO (линия 4) (селенографическая долгота -20°). По оси X отложены высоты в км; по оси Y – значения селенографических широт в градусах

С целью определения достоверности полученных данных построенных моделей использован метод сравнения топографических изогипс. В нашем случае в качестве эталонной поверхности для анализа взяты данные каталога “DSC”.

Следует отметить, что в настоящее время наиболее полной считается модель макрорельефа лунной поверхности, построенная в JPL (США) на основе гармонического анализа, которая содержит коэффициенты до 70-го порядка разложения [23]. Модель охватывает площадь поверхности Луны, ограниченную параллелями $+75^\circ$ для северной и -75° для южной широты. Тем не менее для наших исследований разложения по сферическим функциям 17-го порядка оказались вполне достаточными.

Для сравнения моделей получены поперечные сечения плоскостью лунного меридиана лунных сфер, смоделированных разложением уравнения (1) по сферическим функциям с использованием данных наблюдений лунных миссий Kaguya [24], LRO [25], Clementine [26] и каталога “DSC” [21]. Определены сечения для следующих значений селенографических долгот (40° ; 20° ; 0° ; -20° ; -40°), каждая точка в сечении определялась с шагом 20° по селенографической широте. Соответственно, на рис. 5 представлены сечения макрорельефа Луны для четырех селенографических гармонических моделей для селенографической долготы -20° . Здесь по оси X отложены высоты в км относительно среднего радиуса Луны 1738 км; по оси Y – значения селенографических широт в градусах.

Сравнение данных всех сечений, построенных для селенографических долгот (40° ; 20° ; 0° ; -20° ; -40°) показало, что:

- 1) средний высотный уровень для северной части лунной сферы меньше среднего уровня для южного полушария;
- 2) сечения модели, построенной по данным лунной миссии Clementine, очень близки сечениям, полученным на основе данных каталога “DSC”. При этом формы сечений моделей Kaguya и LRO значительно отличаются от сечений моделей Clementine и DSC.

Заключение

В настоящей работе рассмотрены аспекты, связанные с созданием цифровой селенографической спутниковой модели (DSSM) с использованием фрактальной геометрии и многопараметрического гармонического анализа. Наблюдательные данные для построения DSSM получены лунными миссиями Clementine, Kaguya и LRO. Цифровая селенографическая спутниковая модель создана на основе спутниковых данных и метода многопараметрического гармонического анализа и покрывает всю сферу Луны. Как результат, получены данные о подобных по структуре областях DSSM. На основе современных исследований можно сделать вывод о том, что подобные области сформировались при равнозначных химических и физических процессах. Такой вывод является важным при разработке планетофизических эволюционных теорий. Полученные в работе результаты являются важными для выборки наиболее подходящих областей для посадки на поверхность Луны космических аппаратов и размещения обитаемой роботизированной лунной базы. Построенные цифровые карты будут использоваться при создании селеноцентрической системы навигационного обеспечения [27, 28].

Благодарности. Работа частично поддержана Российским научным фондом (проект № 20-12-00105, разработан метод анализа данных и проект № 19-72-00033, проведены численные расчеты), также стипендией Президента Российской Федерации молодым ученым и аспирантам (проект SP-3225.2018.3), Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 19-32-90024) и Фондом развития теоретической физики и математики «БАЗИС». Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной в рамках государственной поддержки Казанского (Приволжского) федерального университета в целях повышения его конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров.

Литература

1. *Smith D.E., Zuber M.T., Neumann G.A., Lemoine F.G.* Topography of the Moon from the Clementine lidar // *J. Geophys. Res.: Planets.* – 1997. – V. 102, No E1. – P. 1591–1611. – doi: 10.1029/96JE02940.
2. *Binder A.B.* Lunar Prospector: Overview // *Science.* – 1998. – V. 281, No 5328. – P. 1475–1476. – doi: 10.1126/science.281.5382.1475.
3. *Löcher A., Künsche J.* Assessment of the impact of one-way laser ranging on orbit determination of the Lunar Reconnaissance Orbiter // *J. Geod.* – 2019. – V. 93. – P. 2421–2428. – doi: 10.1007/s00190-018-1200-9.
4. *Foing B.H., Racca G., Marini A., Koschny D., Frew D., Grieger B., Camino-Ramos O., Josset J.L., Grande M.* SMART-1 technology, scientific results and heritage for future space missions // *Planet. Space Sci.* – 2018. – V. 151. – P. 141–148. – doi: 10.1016/j.pss.2017.09.002.
5. *Araki H., Tazawa S., Noda H., Ishihara Y., Goossens S., Sasaki S., Kawano N., Kamiya I., Otake H., Oberst J., Shum C.* Lunar global shape and polar topography derived from Kaguya-LALT laser altimetry // *Science.* – 2009. – V. 323, No 5916. – P. 897–900. – doi: 10.1126/science.1164146.
6. *Di K., Xu B., Peng M., Yue Z., Liu Z., Wan W., Li L., Zhou J.* Rock size-frequency distribution analysis at the Chang'E-3 landing site // *Planet. Space Sci.* – 2016. – V. 120. – P. 103–112. – doi: 10.1016/j.pss.2015.11.012.
7. *Wang Q., Liu J.* A Change-4 mission concept and vision of future Chinese lunar exploration activities // *Acta Astronautica.* – 2016. – V. 127. – P. 678–683. – doi: 10.1016/j.actaastro.2016.06.024.

8. Keller J.W., Petro N.E., Vondrak R.R. The Lunar Reconnaissance Orbiter Mission – Six years of science and exploration at the Moon // *Icarus*. – 2016. – V. 273. – P. 2–24. – doi: 10.1016/j.icarus.2015.11.024.
9. Shanmugam M., Vadawale S.V., Patel A., Goyal S.K., Ladiya T., Acharya Y.B., Pal S., Nanal V. Investigation of radiation damage due to particle irradiation on Silicon Drift Detector for Chandrayaan-2 mission // *J. Instrumentation*. – 2020. – V. 15, No 1. – P. 1002–1002. – doi: 10.1088/1748-0221/15/01/P01002.
10. Sood R., Chappaz L., Melosh H.J., Howell K.C., Milbury C., Blair D.M., Zuber M.T. Detection and characterization of buried lunar craters with GRAIL data // *Icarus*. – 2017. – V. 289. – P. 157–172. – doi: 10.1016/j.icarus.2017.02.013.
11. Hareyama M., Ishihara Y., Demura H., Hirata N., Honda C., Kamata S., Karoji Y., Kimura J., Morota T., Nagaoka H., Nakamura R., Yamamoto S., Ohtake M. Global classification of lunar reflectance spectra obtained by Kaguya (SELENE): Implication for hidden basaltic materials // *Icarus*. – 2018. – V. 321. – P. 407–425. – doi: 10.1016/j.icarus.2018.11.016.
12. Shirenin A.M., Mazurova E.M., Bagrov A.V. Development of a high-precision selenodetic coordinate system for the physical surface of the Moon based on LED beacons on its surface // *Cosmic Res.* – 2016. – V. 54, No 6. – P. 452–457. – doi: 10.1134/S0010952516060095.
13. Bagrov A.V., Leonov V.A., Mitkin A.S., NasYROV A.F., Ponomarenko A.D., Pichkhadze K.M., Sysoev V.K. Single-satellite global positioning system // *Acta Astronaut.* – 2015. – V. 117. – P. 332–337. – doi: 10.1016/j.actaastro.2015.09.003.
14. Andreev A., Nefedyev Y., Demina N., Petrova N., Demin S., Zagidullin A. Analysis of dynamical and quasidynamical space coordinate systems // *AIAA SPACE Astronaut. Forum Expo*. – 2017. – P. 1–6. – doi: 10.2514/6.2017-5214.
15. Rizvanov N., Nefedjev Ju. Photographic observations of Solar System bodies at the Engelhardt astronomical observatory // *Astron. Astrophys.* – 2005. – V. 444, No 2. – P. 625–627. – doi: 10.1051/0004-6361:20042458.
16. Valeev S., Samokhvalov K. The ARM-approach based local modelling of the gravitational field // Sloot P.M.A., Abramson D., Bogdanov A.V., Gorbachev Y.E., Dongarra J.J., Zomaya A.Y. (Eds.) *Computational Science – ICCS 2003. Lecture Notes in Computer Science*, V. 2658. – Berlin, Heidelberg: Springer, 2003. – P. 471–480. – doi: 10.1007/3-540-44862-4_50.
17. Chrysochoou C., Rutishauser C., Rauber-Lüthy C., Neuhaus T., Boltshauser E., Superti-Furga A. An 11-month-old boy with psychomotor regression and auto-aggressive behavior // *Eur. J. Pediatr.* – 2003. – V. 162, No 7–8. – P. 559–561. – doi: 10.1007/s00431-003-1239-2.
18. Queffelec H., Volný D. On martingale approximation of adapted processes // *J. Theor. Probab.* – 2011. – V. 25, No 2. – P. 438–449. – doi: 10.1007/s10959-011-0386-z.
19. Valeev S.G. Coordinates of the Moon reverse side sector objects // *Earth, Moon, and Planets*. – 1986. – V. 34, No 3. – P. 251–271. – doi: 10.1007/BF00145084.
20. Nefedyev Y.A., Valeev S.G., Mikeev R.R., Andreev A.O., Varaksina N.Y. Analysis of data of “CLEMENTINE” and “KAGUYA” missions and “ULCN” and “KSC-1162” catalogues // *Adv. Space Res.* – 2012. – V. 50, No 11. – P. 1564–1569. – doi: 10.1016/j.asr.2012.07.012.
21. Andreev A.O., Demina N.Y., Nefedyev Y.A., Demin S.A., Zagidullin A.A. Modeling of the physical selenocentric surface using modern satellite observations and harmonic analysis methods // *J. Phys.: Conf. Ser.* – 2018. – V. 1038. – Art. 012003, P. 1–6. – doi: 10.1088/1742-6596/1038/1/012003.

22. *Nefedev Yu.A., Andreev A.O., Petrova N.K., Demina N.Yu., Zagidullin A.A.* Creation of a global selenocentric coordinate reference frame // *Astron. Rep.* – 2018. – V. 62, No 12. – P. 1016–1020. – doi: 10.1134/S1063772918120119.
23. *Kokhanov A.A., Karachevtseva I.P., Zubarev A.E., Patrady V., Rodionova Z.F., Oberst J.* Mapping of potential lunar landing areas using LRO and SELENE data // *Planet. Space Sci.* – 2018. – V. 162. – P. 179–189. – doi: 10.1016/j.pss.2017.08.002.
24. *Goossens S., Mazarico E., Ishihara Y., Archinal B., Gaddis L.* Improving the geometry of Kaguya extended mission data through refined orbit determination using laser altimetry // *Icarus.* – 2020. – V. 336. – Art. 113454, P. 1–13. – doi: 10.1016/j.icarus.2019.113454.
25. *Williams J.G., Konopliv A.S., Boggs D.H., Park R.S., Yuan D.-N., Lemoine F.G., Goossens S., Mazarico E., Nimmo F., Weber R.C., Asmar S.W., Melosh H.J., Neumann G.A., Phillips R.J., Smith D.E., Solomon S.C., Watkins M.M., Wieczorek M.A., Andrews-Hanna J.C., Head J.W., Kiefer W.S., Matsuyama I., McGovern P.J., Taylor G.J., Zuber M.T.* Lunar interior properties from the GRAIL mission // *J. Geophys. Res.: Planets.* – 2014. – V. 119, No 7. – P. 1546–1578. – doi: 10.1002/2013JE004559.
26. *Kim K.J., Wöhler C., Berezhnoy A.A., Bhatt M., Grumpe A.* Prospective ³He-rich landing sites on the Moon // *Planet. Space Sci.* – 2019. – V. 177. – Art. 104686, P. 1–9. – doi: 10.1016/j.pss.2019.07.001.
27. *Trigo G.F., Maass B., Krüger H., Theil S.* Hybrid optical navigation by crater detection for lunar pin-point landing: Trajectories from helicopter flight tests // *CEAS Space J.* – 2018. – V. 10. – P. 567–581. – doi: 10.1007/s12567-017-0188-y.
28. *Mikrin E.A., Mikhailov M.V., Orlovskii I.V., Rozhkov S.N., Krasnopol'skii I.A.* Satellite navigation of lunar orbiting spacecraft and objects on the lunar surface // *Gyroscopy Navig.* – 2019. – V. 10, No 2. – P. 54–61. – doi: 10.1134/S2075108719020068.

Поступила в редакцию
15.04.2020

Андреев Алексей Олегович, младший научный сотрудник Института физики

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: alexey-andreev93@mail.ru

Нефедьев Юрий Анатольевич, доктор физико-математических наук, профессор, директор Астрономической обсерватории им. В.П. Энгельгардта

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: star1955@yandex.ru

Нефедьев Леонид Анатольевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры образовательных технологий в физике

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: nefediev@yandex.ru

Ахмедшина Екатерина Николаевна, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института физики

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: eknika8@gmail.com

Демина Наталия Юрьевна, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института физики

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: *vnu_357@mail.ru*

Загидуллин Артур Александрович, младший научный сотрудник Института физики

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: *arhtur.zagidullin@yandex.ru*

ISSN 2541-7746 (Print)

ISSN 2500-2198 (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)

2020, vol. 162, no. 2, pp. 223–236

doi: 10.26907/2541-7746.2020.2.223-236

The Use of Multi-Parameter Analysis and Fractal Geometry for Investigating the Structure of the Lunar Surface

*A.O. Andreev**, *Yu.A. Nefedyev***, *L.A. Nefediev****,
*E.N. Ahmedshina*****, *N.Yu. Demina******, *A.A. Zagidullin******

Kazan Federal University, Kazan, 420008 Russia

E-mail: **alexey-andreev93@mail.ru*, ***star1955@yandex.ru*, ****nefediev@yandex.ru*,
*****ekanika8@gmail.com*, ******vnu_357@mail.ru*, ******arhtur.zagidullin@yandex.ru*

Received April 15, 2020

Abstract

The problems related to the investigation of the lunar surface structure using the methods of multi-parameter analysis and fractal geometry were considered. In order to build a digital model of the lunar surface, we used the data from the Clementine, Kaguya, and LRO space missions. An electronic database of altimetry measurements was constructed. These measurements were confined to a single reference system by robust modeling. For the construction of the digital model, the altimetry satellite data were expanded into harmonic series of the spherical functions. After that, we used the developed model to determine fractal parameters and fractal similarity coefficients of the lunar surface structure and plotted diagrams of their distribution in monochromatic and color modes. The digital cartographic surface was analyzed by the method of fractal geometry aimed at assessing the fractal similarity coefficients and fractal dimensions. The digital model was transformed into a color map with regard to the color height scale. A method was developed to identify SRGB (Square, Red, Green, Blue) dimensions for the model of lunar surface. More than 150 SRGBs were analyzed, and color fractal parameters were found for them. The obtained results can be helpful for creating a global model of the lunar structure.

Keywords: space satellite measurements, digital maps of lunar surface, multi-parameter analysis, fractal geometry

Acknowledgments. The study was supported in part by the Russian Science Foundation (project no. 20-12-00105 – the method of analysis was developed; project no. 19-72-00033 – numerical calculations were performed), as well as by the Scholarship of the President of the Russian Federation for Young Scientists and Postgraduate Students (project no. SP-3225.2018.3), Russian Foundation for Basic Research (project no. 19-32-90024), and Theoretical Physics and Mathematics Advancement Foundation "BASIS". The work is performed according to the Russian Government Program of Competitive Growth of Kazan Federal University.

Figure Captions

Fig. 1. SRGB system.

Fig. 2. Distribution of the self-similarity coefficient values depending on the selenographic longitude and latitude.

Fig. 3. Changes in the SGRB area depending on the selenographic longitude and latitude.

Fig. 4. Diagram of the SGRB area progression depending on the longitude at a fixed latitude of ($45^\circ < \varphi < 60^\circ$).

Fig. 5. Comparison of the cross sections of lunar macroprofiles for the models built based on the data of the DSC catalogue (line 1), as well as from the Kaguya (line 2), Clementine (line 3), and LRO (line 4) space missions (selenographic longitude -20°). X axis – heights, km; Y axis – selenographic latitudes, degrees.

References

1. Smith D.E., Zuber M.T., Neumann G.A., Lemoine F.G. Topography of the Moon from the Clementine lidar. *J. Geophys. Res.: Planets*, 1997, vol. 102, no. E1, pp. 1591–1611. doi: 10.1029/96JE02940.
2. Binder A.B. Lunar Prospector: Overview. *Science*, 1998, vol. 281, no. 5328, pp. 1475–1476. doi: 10.1126/science.281.5382.1475.
3. Löcher A., Künsche J. Assessment of the impact of one-way laser ranging on orbit determination of the Lunar Reconnaissance Orbiter. *J. Geod.*, 2019, vol. 93, pp. 2421–2428. doi: 10.1007/s00190-018-1200-9.
4. Foing B.H., Racca G., Marini A., Koschny D., Frew D., Grieger B., Camino-Ramos O., Josset J.L., Grande M. SMART-1 technology, scientific results and heritage for future space missions. *Planet. Space Sci.*, 2018, vol. 151, pp. 141–148. doi: 10.1016/j.pss.2017.09.002.
5. Araki H., Tazawa S., Noda H., Ishihara Y., Goossens S., Sasaki S., Kawano N., Kamiya I., Otake H., Oberst J., Shum C. Lunar global shape and polar topography derived from Kaguya-LALT laser altimetry. *Science*, 2009, vol. 323, no. 5916, pp. 897–900. doi: 10.1126/science.1164146.
6. Di K., Xu B., Peng M., Yue Z., Liu Z., Wan W., Li L., Zhou J. Rock size-frequency distribution analysis at the Chang'E-3 landing site. *Planet. Space Sci.*, 2016, vol. 120, pp. 103–112. doi: 10.1016/j.pss.2015.11.012.
7. Wang Q., Liu J. A Change-4 mission concept and vision of future Chinese lunar exploration activities. *Acta Astronaut.*, 2016, vol. 127, pp. 678–683. doi: 10.1016/j.actaastro.2016.06.024.
8. Keller J.W., Petro N.E., Vondrak R.R. The Lunar Reconnaissance Orbiter Mission – Six years of science and exploration at the Moon. *Icarus*, 2016, vol. 273, pp. 2–24. doi: 10.1016/j.icarus.2015.11.024.
9. Shanmugam M., Vadawale S.V., Patel A., Goyal S.K., Ladiya T., Acharya Y.B., Pal S., Nanal V. Investigation of radiation damage due to particle irradiation on Silicon Drift Detector for Chandrayaan-2 mission. *J. Instrum.*, 2020, vol. 15, no. 1, pp. 1002–1002. doi: 10.1088/1748-0221/15/01/P01002.

10. Sood R., Chappaz L., Melosh H.J., Howell K.C., Milbury C., Blair D.M., Zuber M.T. Detection and characterization of buried lunar craters with GRAIL data. *Icarus*, 2017, vol. 289, pp. 157–172. doi: 10.1016/j.icarus.2017.02.013.
11. Hareyama M., Ishihara Y., Demura H., Hirata N., Honda C., Kamata S., Karoji Y., Kimura J., Morota T., Nagaoka H., Nakamura R., Yamamoto S., Ohtake M. Global classification of lunar reflectance spectra obtained by Kaguya (SELENE): Implication for hidden basaltic materials. *Icarus*, 2018, vol. 321, pp. 407–425. doi: 10.1016/j.icarus.2018.11.016.
12. Shirenin A.M., Mazurova E.M., Bagrov A.V. Development of a high-precision selenodetic coordinate system for the physical surface of the Moon based on LED beacons on its surface. *Cosmic Res.*, 2016, vol. 54, no. 6, pp. 452–457. doi: 10.1134/S0010952516060095.
13. Bagrov A.V., Leonov V.A., Mitkin A.S., Nasyrov A.F., Ponomarenko A.D., Pichkhadze K.M., Sysoev V.K. Single-satellite global positioning system. *Acta Astronaut.*, 2015, vol. 117, pp. 332–337. doi: 10.1016/j.actaastro.2015.09.003.
14. Andreev A., Nefedyev Y., Demina N., Petrova N., Demin S., Zagidullin A. Analysis of dynamical and quasidynamical space coordinate systems. *AIAA SPACE Astronaut. Forum Expo.*, 2017, pp. 1–6. doi: 10.2514/6.2017-5214.
15. Rizvanov N., Nefedjev Ju. Photographic observations of Solar System bodies at the Engelhardt astronomical observatory. *Astron. Astrophys.*, 2005, vol. 444, no. 2, pp. 625–627. doi: 10.1051/0004-6361:20042458.
16. Valeev S., Samokhvalov K. The ARM-approach based local modelling of the gravitational field. In: Sloot P.M.A., Abramson D., Bogdanov A.V., Gorbachev Y.E., Dongarra J.J., Zomaya A.Y. (Eds.) *Computational Science – ICCS 2003. Lecture Notes in Computer Science*. Vol. 2658. Berlin, Heidelberg, Springer, 2003, pp. 471–480. doi: 10.1007/3-540-44862-4_50.
17. Chrysochoou C., Rutishauser C., Rauber-Lüthy C., Neuhaus T., Boltshauser E., Superti-Furga A. An 11-month-old boy with psychomotor regression and auto-aggressive behavior. *Eur. J. Pediatr.*, 2003, vol. 162, nos. 7–8, pp. 559–561. doi: 10.1007/s00431-003-1239-2.
18. Queffelec H., Volný D. On martingale approximation of adapted processes. *J. Theor. Probab.*, 2011, vol. 25, no. 2, pp. 438–449. doi: 10.1007/s10959-011-0386-z.
19. Valeev S.G. Coordinates of the Moon reverse side sector objects. *Earth, Moon, Planets*, 1986, vol. 34, no. 3, pp. 251–271. doi: 10.1007/BF00145084.
20. Nefedyev Y.A., Valeev S.G., Mikeev R.R., Andreev A.O., Varaksina N.Y. Analysis of data of “CLEMANTINE” and “KAGUYA” missions and “ULCN” and “KSC-1162” catalogues. *Adv. Space Res.*, 2012, vol. 50, no. 11, pp. 1564–1569. doi: 10.1016/j.asr.2012.07.012.
21. Andreev A.O., Demina N.Y., Nefedyev Y.A., Demin S.A., Zagidullin A.A. Modeling of the physical selenocentric surface using modern satellite observations and harmonic analysis methods. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2018, vol. 1038, art. 012003, pp. 1–6. doi: 10.1088/1742-6596/1038/1/012003.
22. Nefedyev Yu.A., Andreev A.O., Petrova N.K., Demina N.Yu., Zagidullin A.A. Creation of a global selenocentric coordinate reference frame. *Astron. Rep.*, 2018, vol. 62, no. 12, pp. 1016–1020. doi: 10.1134/S1063772918120119.
23. Kokhanov A.A., Karachevtseva I.P., Zubarev A.E., Patraty V., Rodionova Z.F., Oberst J. Mapping of potential lunar landing areas using LRO and SELENE data. *Planet. Space Sci.*, 2018, vol. 162, pp. 179–189. doi: 10.1016/j.pss.2017.08.002.
24. Goossens S., Mazarico E., Ishihara Y., Archinal B., Gaddis L. Improving the geometry of Kaguya extended mission data through refined orbit determination using laser altimetry. *Icarus*, 2020, vol. 336, art. 113454, pp. 1–13. doi: 10.1016/j.icarus.2019.113454.

25. Williams J.G., Konopliv A.S., Boggs D.H., Park R.S., Yuan D.-N., Lemoine F.G., Goossens S., Mazarico E., Nimmo F., Weber R.C., Asmar S.W., Melosh H.J., Neumann G.A., Phillips R.J., Smith D.E., Solomon S.C., Watkins M.M., Wiczorek M.A., Andrews-Hanna J.C., Head J.W., Kiefer W.S., Matsuyama I., McGovern P.J., Taylor G.J., Zuber M.T. Lunar interior properties from the GRAIL mission. *J. Geophys. Res.: Planets*, 2014, vol. 119, no. 7, pp. 1546–1578. doi: 10.1002/2013JE004559.
26. Kim K.J., Wöhler C., Berezhnoy A.A., Bhatt M., Grumpe A. Prospective ^3He -rich landing sites on the Moon. *Planet. Space Sci.*, 2019, vol. 177, art. 104686, pp. 1–9. doi: 10.1016/j.pss.2019.07.001.
27. Trigo G.F., Maass B., Krüger H., Theil S. Hybrid optical navigation by crater detection for lunar pin-point landing: Trajectories from helicopter flight tests. *CEAS Space J.*, 2018, vol. 10, pp. 567–581. doi: 10.1007/s12567-017-0188-y.
28. Mikrin E.A., Mikhailov M.V., Orlovskii I.V., Rozhkov S.N., Krasnopol'skii I.A. Satellite navigation of lunar orbiting spacecraft and objects on the lunar surface. *Gyroscopy Navig.*, 2019, vol. 10, no. 2, pp. 54–61. doi: 10.1134/S2075108719020068.

Для цитирования: Андреев А.О., Нефедьев Ю.А., Нефедьев Л.А., Ахмедшина Е.Н., Демина Н.Ю., Загидуллин А.А. Использование многопараметрического анализа и фрактальной геометрии для исследования структуры лунной поверхности // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2020. – Т. 162, кн. 2. – С. 223–236. – doi: 10.26907/2541-7746.2020.2.223-236.

For citation: Andreev A.O., Nefedyev Yu.A., Nefediev L.A., Ahmedshina E.N., Demina N.Yu., Zagidullin A.A. The use of multi-parameter analysis and fractal geometry for investigating the structure of the lunar surface. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2020, vol. 162, no. 2, pp. 223–236. doi: 10.26907/2541-7746.2020.2.223-236. (In Russian)