

УДК 535.2

## ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПРИМЕСНЫХ КРИСТАЛЛОВ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЛАЗЕРНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ

*А.Е. Михайлов, С.В. Петрушкин*

### Аннотация

В рамках четырехуровневого приближения для редкоземельных ионов в примесном кристалле получено выражение для эффективности охлаждения. На основе анализа входящих в него величин произведено исследование зависимости эффективности охлаждения от концентрации и расщеплений уровней примесных ионов. Сделаны выводы о перспективности применения примесных кристаллов для лазерного охлаждения твердых тел.

**Ключевые слова:** лазерное охлаждение, ионы редкоземельных элементов, примесные кристаллы.

### Введение

Лазерное охлаждение как метод для достижения и поддержания низких температур уверенно входит в экспериментальную практику. Успехи в этой области для твердотельных образцов (к настоящему времени максимальная температура охлаждения составляет 160 К, начиная с комнатной температуры [1]) заставляют всерьез задуматься о их перспективах в качестве холодильных рефрижераторов. Разработка и применение компактного оптического холодильного устройства сделает возможным широкое распространение и использование электронных устройств (как обычных, так и сверхпроводящих), требующих для своей работы криогенных температур (например, охлаждение элементов электронных схем, компьютерных процессоров, в том числе квантовых компьютеров); оптический рефрижератор может входить в состав элементов больших холодильников или служить катализатором мощных охлаждающих процессов. В частности, использование компактного твердотельного оптического холодильного устройства значительно удешевит и упростит размещение низкотемпературного оборудования на космических станциях или искусственных спутниках земли (например, высокочувствительных детекторов инфракрасного излучения). Новая технология оптических холодильных устройств может найти применение в промышленности, микро- и нанoeлектронике, геофизике, медицине, биологии, космической авиации и оборонно-промышленном комплексе страны [2].

На практике основной проблемой, требующей решения, является низкая эффективность преобразования тепловой энергии в оптическую. Впечатляющие результаты по охлаждению получены в лабораториях при весьма специфических условиях, которые пока затруднительно перенести на повседневно используемые приборы. Мы уверены, что эта техническая трудность является лишь вопросом времени, а вот более фундаментальная проблема повышения КПД холодильников требует тщательного исследования. В настоящей работе в рамках четырехуровневого приближения для примесного редкоземельного иона исследуется вопрос о влиянии параметров легированных кристаллов на эффективность лазерного охлаждения.

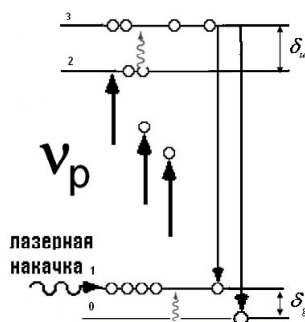


Рис. 1. Схема переходов в четырехуровневой модели примесных редкоземельных ионов в кристалле;  $\delta_g$  и  $\delta_u$  – расщепление подуровней основного и возбужденного состояний соответственно

### 1. Моделирование энергетических уровней

Пусть кристаллический образец, вырезанный в виде кубика, находится в стационарном поле монохроматического излучения, а основное и возбужденное состояния примесных ионов представлены парами подуровней, расщепление между которыми составляет порядка  $kT$ , в то время как переходы между самими состояниями являются оптическими (см. рис. 1). Расщепления  $\delta_g$  и  $\delta_u$  могут быть разными, однако они являются величинами одного порядка. Степени вырождения каждого уровня могут быть произвольными.

С одной стороны, так как подуровни расположены на относительно близком расстоянии (например, для ионов трехвалентного иттербия оно составляет порядка  $kT$  при температуре окружающей среды  $T$ ), можно считать, что вероятности переходов в единицу времени не могут сильно отличаться друг от друга для основного и возбужденного мультиплетов. С другой стороны, рассмотрение матричных элементов дипольных переходов показывает, что входящие в них величины не сильно зависят от температуры. Это позволяет считать их постоянными при охлаждении в небольшом, порядка нескольких десятков градусов, интервале температур.

Исходя из вышесказанного, будем считать, что разрешенными являются все переходы типа 2–1, 2–0, 3–1, 3–0. Вероятности спонтанных переходов, происходящих с испусканием квантов света, будем считать одинаковыми для всех переходов и не зависящими от температуры. Аналогичное условие примем и для безызлучательных переходов.

Рассмотрим кинетику переходов. Пусть возбуждение системы осуществляется внешним узкополосным излучением накачки, отстроенным от точного резонанса (переход 2–0). Предположим, что оно переводит частицы с верхнего подуровня основного состояния на нижний подуровень возбужденного (переход 1–2). Такой переход нарушит равновесное распределение по подуровням возбужденного состояния. Нижний подуровень окажется перенаселен по отношению к первоначальным значениям населенностей. В системе возникнут переходы «вверх», стремящиеся вернуть ее в состояние квазитермодинамического равновесия и установить статистическое распределение Больцмана между подуровнями возбужденного мультиплета 2–3. Такой процесс оказывается возможным за счет поглощения энергии фононов кристаллической решетки. После указанного перехода в системе начнутся релаксационные процессы, возвращающие ее в основное состояние. Если при этом оказывается, что средняя энергия флуоресценции превосходит поглощенную энергию, то в примесном кристалле происходит охлаждение.

## 2. Эффективность охлаждения

Итак, пусть накачка образца осуществляется на частоте  $\nu$ , соответствующей переходу 1–2. Запишем скоростные уравнения для четырехуровневой системы:

$$\dot{N}_1 = -\sigma_{12} \left( N_1 - \frac{g_1}{g_2} N_2 \right) \frac{I}{h\nu} + \frac{A'}{2} (N_2 + N_3) - \omega_g \left[ N_1 - \frac{g_1}{g_2} N_0 \exp\left(-\frac{\delta_g}{kT}\right) \right], \quad (1)$$

$$\dot{N}_2 = -\sigma_{12} \left( N_1 - \frac{g_1}{g_2} N_2 \right) \frac{I}{h\nu} - A' N_2 + \omega_u \left[ N_3 - \frac{g_3}{g_2} N_2 \exp\left(-\frac{\delta_u}{kT}\right) \right], \quad (2)$$

$$\dot{N}_3 = -A' N_3 - \omega_u \left[ N_3 - \frac{g_3}{g_2} N_2 \exp\left(-\frac{\delta_u}{kT}\right) \right], \quad (3)$$

$$N = N_1 + N_2 + N_3 + N_0, \quad (4)$$

где  $N$  – концентрация примесных ионов,  $\sigma_{12}$  – сечение поглощения перехода 1 → 2;  $I$  – интенсивность накачки;  $g_i$  – статистический вес  $i$ -го уровня.

Последние слагаемые отвечают за установление квазитермодинамического равновесия при температуре  $T$ , которое устанавливается со скоростью  $\omega_g$  между состояниями 0 и 1 и со скоростью  $\omega_u$  между состояниями 2 и 3. Обозначим скорость безызлучательных переходов  $R$ . Для упрощения введем величину  $A' = 2A + 2R$ .

Мощность поглощения можно записать в следующем виде:

$$P_{\text{abs}} = \sigma_{12} I (N_1 - N_2) - hR [N_2(\nu_{21} + \nu_{20}) + N_3(\nu_{31} + \nu_{30})] + \alpha_{\text{cryst}} I. \quad (5)$$

Решение системы скоростных уравнений (1)–(4) в стационарном режиме позволяет выражение (5) преобразовать к виду:

$$\begin{aligned} P_{\text{abs}} &= \sigma_{12} I N \left[ \frac{G}{1+G} - \frac{2AG}{A'(1+G)} \left( 1 + \frac{\delta_g}{2h\nu} + \frac{\delta_u U}{\left(1 + \frac{A'}{\omega_u}\right) h\nu} \right) \right] + \alpha_{\text{cryst}} I = \\ &= \alpha I \left( 1 - \gamma_{\text{quant}} \frac{h\nu_f}{h\nu} \right) + \alpha_{\text{cryst}} I, \quad (6) \end{aligned}$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \Omega &= \frac{\sigma_{12} I}{h\nu}, \quad U = \exp\left(-\frac{\delta_u}{kT}\right), \quad G = \exp\left(-\frac{\delta_g}{kT}\right), \\ \alpha &= \sigma_{12} N \frac{G}{1+G}, \quad \nu_f = \nu + \frac{\delta_g}{2h} + \frac{\delta_u U}{\left(1 + \frac{A'}{\omega_u}\right) h}, \\ \gamma_{\text{quant}} &= \frac{A}{A+R} = \frac{2A}{A'}, \quad \gamma = \frac{\alpha}{\alpha + \alpha_{\text{cryst}}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $\alpha$  – коэффициент поглощения примеси,  $\nu_f$  – средняя частота флуоресценции,  $\gamma_{\text{quant}}$  – квантовый выход,  $\gamma$  – коэффициент «эффективного» поглощения.

Учитывая, что реально поглощается лишь часть излучения накачки ( $\alpha I + \alpha_{\text{cryst}} I$ ), для эффективности процесса охлаждения имеем:

$$\eta_{\text{cool}} = -\frac{P_{\text{abs}}}{\alpha I + \alpha_{\text{cryst}} I} = \frac{\alpha I}{\alpha I + \alpha_{\text{cryst}} I} \gamma_{\text{quant}} \frac{\nu_f}{\nu} - 1 = \gamma \gamma_{\text{quant}} \frac{\nu_f}{\nu} - 1. \quad (8)$$

Множитель  $\gamma \gamma_{\text{quant}}$  можно понимать как фактор эффективности преобразования каждого поглощенного фотона в фотон флуоресценции.

Иногда удобно выразить эффективность охлаждения на языке длин волн. Тогда (8) можно переписать как:

$$\eta_{\text{cool}} = \gamma \gamma_{\text{quant}} \frac{\lambda}{\lambda_f} - 1 = \gamma \gamma_{\text{quant}} \frac{\lambda - \lambda_f}{\lambda_f}. \quad (9)$$

Проанализируем полученные выражения. С учетом обозначений (7) рассмотрим более детально выражение для коэффициента  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{\alpha_{\text{cryst}}}{\alpha}} = \frac{1}{\left[1 + \frac{\alpha_{\text{cryst}}}{\sigma_{12}N}\right]} \cdot \frac{1}{\left[1 + \exp\left(\frac{\delta_g}{kT}\right)\right]}. \quad (10)$$

Расписав полностью входящие в него величины, мы обнаруживаем, как этот коэффициент, связанный с поглощением, зависит от температуры и от расщепления основного состояния. Из выражения (10) следует, что при понижении температуры будет происходить уменьшение  $\gamma$  и понижение эффективности процесса охлаждения в соответствии с (9).

При малых значениях  $\delta_g$  коэффициент  $\gamma$  близок к своему максимуму. Это отражает то обстоятельство, что, во-первых, производя накачку на частоте  $\nu = \nu_{12}$ , мы будем уменьшать населенность верхнего подуровня основного состояния. Во-вторых, общее понижение температуры образца также приведет к новому распределению Больцмана всех уровней, при котором верхние подуровни будут заселены меньше. Данные факторы приводят к снижению поглощательной способности рабочих частиц, что отрицательно сказывается на эффективности процесса охлаждения, которая связана с  $\gamma$  линейно (9).

Чтобы обеспечить высокую эффективность лазерного охлаждения при низких температурах, необходимо подбирать вещества с малым расщеплением основного уровня. Зависимость (10) позволяет получить информацию о поведении эффективности охлаждения в широком диапазоне температур (в пределах сделанных нами приближений при выводе скоростных уравнений (1)–(4)), за счет варьирования  $\delta_g$  или частоты излучения накачки. Эту методику возможно использовать для автоматизации перестройки частоты накачки при работе рефрижератора и сделать их работу более совершенной.

Характер спада  $\gamma$  при увеличении  $\delta_g$  не зависит от значения концентрации примеси. Это можно видеть на рис. 2, где показана зависимость  $\gamma$  от  $\delta_g$ . При возрастании  $\delta_g$  можно считать, что в рассмотрение попадают уровни с довольно малой населенностью. Вследствие этого возбуждение оказывается неэффективным, а следовательно, и поглощение будет уменьшаться.

Зависимость «эффективного» поглощения от концентрации примеси имеет иную физическую природу. Для ее разъяснения рассмотрим рис. 3. При фиксированном  $\delta_g$  каждая кривая выходит на некоторое значение  $\gamma$  (при  $N_{\text{stat}} \approx 5$  вес. %) и в дальнейшем изменяется слабо. Такой ход зависимости качественно справедлив для любого расщепления  $\delta_g$ . Достижение такого «квазистационарного» значения свидетельствует о том, что в среде достигнуто своеобразное «насыщение» и дальнейшее увеличение концентрации примеси не способно обеспечить рост поглощения.

Начиная с определенного значения концентрации примеси в образце возможно образование молекулярных структур, для которых излучение накачки будет

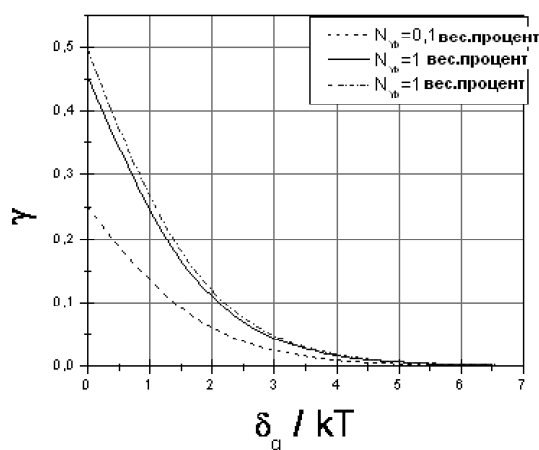


Рис. 2. Зависимость «эффективного» поглощения от расщепления основного состояния

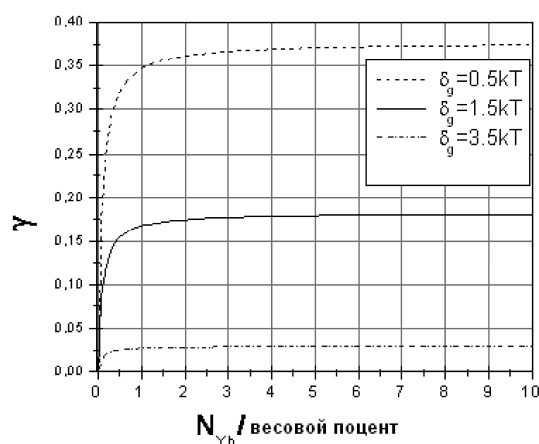


Рис. 3. Зависимость «эффективного» поглощения от концентрации

приводить лишь к тепловому нагреву. В среде возникнут дополнительные взаимодействия (например, диполь-дипольные), влияние которых может сказаться на эффективности охлаждения. Этот вопрос в теории лазерного охлаждения пока не изучен и требует дополнительного исследования.

Можно сделать вывод, что полученная в расчете концентрация примеси  $N_{\text{stat}}$  является оптимальной. Существенное увеличение концентрации легируемого вещества может привести и к качественно новым явлениям. При достаточном значении концентрации в игру могут вступить процессы коллективного характера. Это приведет к иной физической картине процесса, что выходит за рамки принятой нами модели.

Согласно (9) эффективность охлаждения  $\eta$  является линейной функцией параметра  $\gamma$ . Поэтому все рассуждения о характере изменения коэффициента поглощения  $\gamma$  могут быть применены и к рассмотрению эффективности процесса охлаждения. Зависимость  $\eta$  от концентрации и расщепления основного подуровня будет качественно совпадать с аналогичными графиками для  $\gamma$ .

Таким образом, лазерное охлаждение примесных кристаллов может оказаться перспективным по целому ряду причин. Хорошо развитая в настоящее время тех-

нология выращивания очень чистых кристаллов позволит свести к минимуму паразитное поглощение и выделение тепла при переизлучении. Регулярная кристаллическая структура приводит к более резким линиям поглощения и испускания: примеси занимают примерно одинаковые положения в решетке и находятся в примерно одинаковом окружении. В длинноволновом крыле линии поглощения сечение поглощения при переходах между уровнями может оказаться гораздо больше, чем, например, для стекол с большим уширением линий. Для эффективного охлаждения фоновый спектр кристалла должен соответствовать разнице энергий переходов, когда поглощение на одной длине волны приводит к испусканию на другой.

В настоящей работе даны рекомендации по выбору энергетических параметров примеси и ее концентрации для осуществления оптимального режима охлаждения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 11-02-00878-а) и гранта Президента РФ НШ-5289.2010.2 и Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (ГК № 02.740.11.0428).

### Summary

*A.E. Mikhailov, S.V. Petrushkin.* The Influence of the Doped Crystal Parameters on the Efficiency of Laser Cooling.

An expression for cooling efficiency has been obtained for rare-earth ions in a doped crystal within the four-level approximation. Based on the analysis of its values the dependence of cooling efficiency on the concentration and splitting of the levels of doped ions has been investigated. The conclusions have been made regarding the applicability of doped crystals for laser cooling of solids.

**Key words:** laser cooling, ions of rare-earth elements, doped crystals.

### Литература

1. *Seletskiy D.V., Melgaard S.D., Bigotta S., Di Lieto A., Tonelli M., Epstein R.I., Sheik-Bahae M.* Demonstration of an optical cryocooler // Int. Quantum Electronics Conf. CLEO/IQEC 2009: IQEC Postdeadline Session. – 2009. – URL: <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=IQEC-2009-IPDA9>.
2. *Petrushkin S.V., Samartsev V.V.* Laser cooling of solids. – Cambridge: Cambridge Int. Sci. Publ. Ltd, 2009. – 236 p.

Поступила в редакцию  
21.01.10

---

**Михайлов Александр Евгеньевич** – магистрант кафедры оптики и нанофотоники Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: [alexandrmi@gmail.com](mailto:alexandrmi@gmail.com)

**Петрушкин Сергей Валериевич** – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории нелинейной оптики Казанского физико-технического института им. Е.К. Завойского КазНЦ РАН.

E-mail: [petrushkin@samartsev.com](mailto:petrushkin@samartsev.com)