2020, Т. 162, кн. 2 С. 137–147 ISSN 2541-7746 (Print) ISSN 2500-2198 (Online)

УДК 539

doi: 10.26907/2541-7746.2020.2.137-147

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРА ЛЕДЯНОЙ СФЕРЫ О ПРЕГРАДУ

Е.Г. Глазова, С.В. Крылов, Д.Т. Чекмарев нижегородский университет им. Н.И. Лобачевского, г. нижний Новгород, 603950, Россия

Аннотация

Проведены модификации двух математических моделей динамического деформирования и возможного разрушения массивов льда путем дополнения их экспериментальными функциями и константами. В качестве этих функций и констант использованы как собственные экспериментальные данные, так и результаты других авторов, полученные из анализа современной научной литературы. В первой модели упругопластическое деформирование льда описывается с помощью соотношений, предложенных С.С. Григоряном. Они дополнены нелинейной необратимой экспериментальной зависимостью объемной сжимаемости льда от давления. Основу второй модели составляют уравнения льда как повреждающейся разносопротивляющейся среды с пределом текучести, зависящим от скорости деформаций. Осуществлена реализация этих моделей с помощью компьютерных программ для математического моделирования динамических процессов ударного взаимодействия сред с элементами конструкций. Верификация модифицированных программных средств проведена путем сравнения известных опытных данных с результатами проведенных численных расчетов процессов ударного взаимодействия ледяных изделий с жесткими преградами. Сделан вывод о возможности использования предлагаемых модифицированных программ для оценки силового воздействия льда на элементы конструкций в рассмотренном диапазоне скоростей соударения.

Ключевые слова: численное моделирование, лед, ударное взаимодействие, эксперимент, верификация

Введение

Экспериментально-теоретические исследования процессов ударного взаимодействия льда с элементами конструкций активно развиваются в настоящее время как зарубежом [1–7], так и в нашей стране [8–14]. Здесь перечислены лишь наиболее характерные, на наш взгляд, публикации. На самом деле их достаточно много, их актуальность связана прежде всего с необходимостью обеспечения безопасной эксплуатации технических объектов в воздухе (авиация, авто), на воде и под водой (судоходство, нефтяные платформы в Арктике), в космосе (спутники и космические станции) и т. д. В силу дороговизны натурных экспериментов большинство опубликованных опытных данных по динамическому нагружению льда посвящены изучению процессов соударения ледяных тел цилиндрической или сферической формы с различными преградами в лабораторных условиях. Предлагаемые теоретические и численные модели рассматриваемых процессов чаще всего базируются на результатах фундаментальных работ [2, 5], которые внедрены в коммерческие программы LS-Dyna и ABAQUS. Процессы сверхзвукового (со скоростью 1 км/с) проникания стального цилиндра в ледяную преграду моделировались в [9] при помощи оригинальных авторских методик и программ. Полученные численные результаты

позволили проанализировать динамику развития процессов разрушения и фрагментации материала преграды. С помощью различных модификаций данных программ В.П. Глазыриным вместе с учениками решен широкий круг прикладных задач о динамическом деформировании льда [10–12]. Вопросы разрушения морского льда рассмотрены в [13]. В [14] лед предлагается считать смесью различных твердых фаз с соответствующими каждой фазе ударными адиабатами, что подтверждается экспериментами по соударению с высокими скоростями (> 200 м/с).

В настоящей работе для численного моделирования процессов динамического деформирования льда предлагаются две альтернативные модели. В первой упругопластическое деформирование льда описывается с помощью хорошо себя зарекомендовавшей модели С.С. Григоряна с нелинейной необратимой зависимостью объемной сжимаемости от давления [15]. Для описания процессов динамического деформирования сплошной среды используются основные соотношения физики, выражающие законы сохранения массы, импульса, энергии и закон Гука:

$$\rho_{t} + \left(\rho u_{i}\right)_{r} = 0, \tag{1}$$

$$(\rho u_i)_{,t} + (\rho u_i u_j - \sigma_{ij})_{,x_j} = 0,$$
(2)

$$e_{,t} + (eu_j - u_i\sigma_{ij})_{r_{,i}} = 0, (3)$$

$$\frac{DS_{ij}}{Dt} + \lambda_t S_{ij} = 2\mu e_{ij},\tag{4}$$

где t – время, x_i , (i = 1, 2, 3) – пространственные координаты, u_i – компоненты скорости по координате x_i , ρ – плотность, $\|\sigma_{ij}\|$ – тензор истинных напряжений Коши, который, в свою очередь, можно разложить на две компоненты: шаровую и девиаторную – $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + S_{ij}$, $p = -\frac{1}{3}\sigma_{ii}$, $\|S_{ij}\|$ – компоненты девиатора тензора истинных напряжений Коши, $\|e_{ij}\|$ – девиатор тензора скорости деформаций, $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}\varepsilon_{ii}$, $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$. Оператор $\frac{D}{Dt}$, производная Яуманна, введен в уравнение (3) для учета поворота тензора напряжений в эйлеровых координатах. $\frac{DS_{ij}}{Dt} = S_{ij,t} + u_k S_{ij,x_k} - S_{ik} \omega_{jk} - S_{jk} \omega_{ik}$, где $\omega_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} - u_{j,i})$; $e = \rho \left(\varepsilon + \frac{u_i u_i}{2}\right)$ – полная энергия единицы объема сплошной среды, ε – внутренняя энергия единицы массы; μ – модуль сдвига. Параметр λ характеризует суммарную работу A_p пластических деформаций ε_{rr}^p , ε_{rz}^p , ε_{rz}^p :

$$\lambda = \frac{3}{\sigma_s} \left(S_{rr}^2 + S_{zz}^2 + S_{zr}^2 + S_{rr}S_{zz} \right) \delta, \quad \delta = \begin{cases} 1, & dA_p/dt \ge 0, \\ 0, & dA_p/dt < 0, \end{cases}$$
$$A_p = \left(-S_{rr} + p \right) d\varepsilon_{rr}^p + 2S_{rz}\varepsilon_{rz}^p + \left(-S_{zz} + p \right)\varepsilon_{zz}^p.$$

В качестве критерия перехода из упругого в пластическое состояния используется условие текучести Мизеса, согласно которому, если имеет место неравенство

$$\left(S_{rr}^2 + S_{zz}^2 + S_{zr}^2 + S_{rr}S_{zz}\right) \ge \frac{1}{3}\,\sigma_s^2,$$

где σ_s – предел текучести материала, то компоненты девиатора напряжений корректируются «посадкой» на поверхность текучести – умножением на множитель $1/\sqrt{\lambda}$. Система (1)–)4) замыкается кривыми объемной сжимаемости льда:

$$p = \begin{cases} f_n(\rho), & dp/dt > 0, \\ f_n(\rho, \rho^*), & dp/dt \le 0. \end{cases}$$

Эта зависимость в ограниченном диапазоне скоростей удара получена из лабораторных обращенных экспериментов по соударению ледяных мишеней с плоским торцем цилиндрического мерного стержня Гопкинсона [16, 17]. Кривые разгрузки близки к данным [2, 5], предел текучести зависит от скорости деформирования и давления в соответствии с рекомендациями [2, 5].

Рассмотренные модели в виде соответствующих программных модулей реализованы в имеющихся и вновь создаваемых в ННГУ пакетах прикладных программ Upsgod-2D, Upsgod-3D, основанных на модификациях явного метода C.K. Годунова для решения задач динамического деформирования сплошных сред. С целью верификации предложенных моделей проведены серии численных расчетов процессов соударения с разной скоростью ледяного шара с абсолютно жесткой преградой. Полученные величины сил сопротивления по модели с нелинейной диаграммой объемной сжимаемости льда сопоставлены с экспериментальными и численными данными [5]. Необходимо отметить, что рамки применимости данной модели ограничены из-за ограниченности имеющихся у нас экспериментальных данных по объемной сжимаемости льда, как при малых скоростях соударения, так и при достаточно больших (>200 м/с), на что вполне обоснованно обратили внимание авторы [14].

Вторая модель динамического поведения льда, как повреждающейся среды, основана на работах [17, 18]. Впервые данная модель была реализована в Upsgod-2D для описания процессов ударного взаимодействия тел с бетонными и некоторыми другими металлическими сеточными преградами, равно как и лед, являющимися характерными представителями разносопротивляющихся сред. Для таких сред предполагается, что их динамическое деформирование включает три варианта состояния. Первое состояние упругого деформирования описывается законом Гука для изотропной однофазной среды. Зона упругого поведения материала ограничивается уравнением поверхности текучести с частичными повреждениями структуры следующего вида:

$$F_{p}\left(\sigma_{ij}, e, \upsilon, \omega\right) = \sigma_{i} - \left(A_{p} - \frac{B_{p}I}{1 - \gamma B_{p}I}\right)\beta\left(\varphi\right)q\left(\omega, \upsilon\right) = 0.$$

Здесь σ_i и I – интенсивность девиатора напряжений и первый инвариант тензора напряжений $I = \sigma_{ij}\delta_{ij}$ соответственно, отнесенные к величине предела прочности при одноосном сжатии σ_c ; v – параметр упрочнения; $\omega \in [0,1]$ – параметр поврежденности; A_p , B_p , γ – функции скорости деформаций e, определяемые через экспериментальные данные о пределах текучести при одноосном сжатии σ_{Tc}^0 и одноосном растяжении σ_{Tp}^0 .

Функция $\beta(\varphi)$ описывает влияние угла φ фазы девиатора напряжений, определяемого соотношением

$$\cos\left(3\varphi\right) = \frac{J_3'}{2} \left(\frac{9}{\sigma_i^2}\right)^{3/2},$$

где J'_3 – третий инвариант (детерминант) девиатора напряжений.

Второе состояние соответствует процессу равновесного упругопластического деформирования среды с законом течения, ассоциированным с уравнением поверхности текучести. Процесс упрочнения (восходящая ветвь диаграммы деформирования) сопровождается процессом накопления частичных повреждений материала. Количественно повреждения описываются скалярным параметром поврежденности $0 \le \omega \le 1$, при вычислении которого используется схема линейного суммирования повреждений. Разрушение среды наступает при выполнении равенства $\omega = 1$, соответствующего условию достижения текущей поверхностью текучести



Рис. 1. Фрагмент начальной сетки

в точке нагружения заданной поверхности разрушения. И наконец, третье состояние, соответствующее поведению материала в разрушенном состоянии, описывается моделью упругопластической среды с нулевым сопротивлением всестороннему растяжению. В качестве физико-механических характеристик для указанной модели повреждающегося льда были использованы данные из работ [1, 5]. Был выполнен единственный численный расчет, в котором моделировался обращенный эксперимент по соударению составного конического ударника с преградой из льда. Эксперимент, в котором замерялась сила сопротивления прониканию данного ударника в ледяную преграду, был проведен ранее [16]. Результаты сравнения численных и опытных данных показали качественное и весьма удовлетворительное количественное соответствие [20]. По всей видимости, используемые исходные данные требуют дальнейшего уточнения.

Целью настоящей работы является апробация двух численных моделей динамического деформирования льда путем сравнения экспериментальных данных и результатов расчетов задач соударения ледяного шарика с преградой и составного конуса с ледяной мишенью.

Численные результаты

В работе [5] авторами была разработана модель льда, чувствительного к скорости деформации, для описания процесса удара сферических градин о преграду. Верификация модели осуществлена ими путем сопоставления численных расчетов с экспериментальными данными при различных скоростях соударения. Лабораторные эксперименты проводились авторами на установке, реализующей стандартный метод разрезного стержня Гопкинсона. Ударник в виде ледяного сферического шарика диаметром 50.8 мм разгонялся газовой пушкой и ударял по стальной площадке, установленной на мерном трубчатом стержне, с которого и снимались показания силы удара. Численные расчеты были выполнены в [5] при помощи коммерческого программного обеспечения ABAQUS/Explicit с использованием собственной модели динамического поведения льда в лагранжевой постановке.

Нами для апробации реализованной в имеющейся программе Upsgod-2D [21] модели динамического поведения льда, основанной, в свою очередь, на модели С.С. Григоряна, с экспериментально полученной нелинейной необратимой зависимостью объемной сжимаемости от давления также проведены серии расчетов экспериментов авторов [5]. Сила сопротивления подсчитывалась путем интегриро-



Рис. 2. Скорость удара 108.9 м/с



Рис. 3. Скорость удара 144.3 м/с

вания контактных усилий вдоль переменной поверхности контакта шарика с площадкой. На рис. 1 показан фрагмент начальной подвижной расчетной эйлеровой сетки метода С.К.Годунова. Рис. 2–3 иллюстрируют силы сопротивления при ударах ледяного шарика диаметром 50.8 мм при различных скоростях в сравнении с [5]. На рис. 4 диаметр ледяного шарика равен 61 мм.

На рис. 5 показана сила сопротивления прониканию составного конуса в ледяную преграду, полученная нами ранее из обращенного эксперимента и расчетов по программе Upsgod-2D [21]. В обращенном лабораторном эксперименте в газовой пушке разгонялся до скорости 155 м/с цилиндрический контейнер, заполненный льдом, который ударял по ударнику, закрепленному на конце мерного стержня Гопкинсона. Сила сопротивления снималась с мерного стержня путем интегрирования показаний установленных на нем тензодатчиков. В расчетах по программе Upsgod-2D сила сопротивления подсчитывалась путем интегрирования контактных усилий вдоль переменной поверхности контакта льда с ударником. В качестве модели динамического поведения льда здесь использовалась описанная выше вторая упрощенная модель на основе работы А.И. Садырина [19]. Соответствие результа-



Рис. 4. Скорость удара 189.2 м/с



Рис. 5. Скорость удара 155 м/с

тов расчетов и экспериментальных данных в этом случае носит лишь качественный характер. По всей видимости, рассмотренная модель требует уточнения.

Заключение

Проведено численное исследование процессов соударения ледяного шарика с преградой и составного конуса с ледяной мишенью. Полученные результаты сопоставлены с экспериментальными и расчетными данными работы [5]. Удовлетворительное соответствие численных и экспериментальных результатов в рассмотренном диапазоне скоростей соударения свидетельствует о достаточной адекватности используемых математических и численных моделей.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-08-00320), РФФИ и ГФЕН Китая в рамках научного проекта № 19-58-53005.

Литература

- Schulson E.M. Brittle failure of ice // Eng. Fract. Mech. 2001. V. 68, No 17-18. -P. 1839-1887. - doi: 10.1016/S0013-7944(01)00037-6.
- Carney K.S., Benson D.J., DuBois P., Lee R. A phenomenological high strain rate model with failure for ice // Int. J. Solids Struct. - 2006. - V. 43, No 25-26. - P. 7820-7839. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2006.04.005.
- Pernas-Sánchez J., Pedroche D.A., Varas D., López-Puente J., Zaera R. Numerical modeling of ice behavior under high velocity impacts // Int. J. Solids Struct. - 2012. -V. 49, No 14. - P. 1919-1927. - doi: 10.1016/j.ijsolstr.2012.03.038.
- Anghileri M., Castelletti L.-M.L., Invernizzi F., Mascheroni M. A survey of numerical models for hail impact analysis using explicit finite element codes // Int. J. Impact Eng. – 2005. – V. 31, No 8. – P. 929–944. – doi: 10.1016/j.ijimpeng.2004.06.009.
- Tippmann J.D., Kim H., Rhymer D. Experimentally validated strain rate dependent material model for spherical ice impact simulation // Int. J. Impact Eng. – 2013. – V. 57. – P. 43–54. – doi: 10.1016/j.ijimpeng.2013.01.013.
- Sun J., Lam N., Zhang L., Ruan D., Gad E. Contact forces generated by hailstone impact // Int. J. Impact Eng. - 2015. - V. 84. - P. 145-158. - doi: 10.1016/j.ijimpeng.2015.05.015.
- Dousset S., Girardot J., Dau F., Gakwaya A. Prediction procedure for hail impact // EPJ Web Conf. - 2018. - V. 183. - Art. 01046, P. 1–6.- doi: 10.1051/epjconf/201818301046.
- 8. *Лобанов В.А.* Моделирование взаимодействия льда с конструкциями // Вестн. науч.техн. развития. – 2011. – № 10.– С. 31–39.
- Теоретические и экспериментальные исследования высокоскоростного взаимодействия тел / Под ред. А.В. Герасимова. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2007. – 572 с.
- Глазырин В.П., Орлова Ю.Н. Численное исследование поведения пресноводного льда при действии компактных ударников в дозвуковом диапазоне скоростей // Труды Том. гос. ун-та. – 2009. – Т. 273, Вып. 2. – С. 209–212.
- Глазырин В.П., Орлов М.Ю., Орлова Ю.Н. Компьютерное моделирование процесса внедрения крупно-габаритного ударника в ледово-водные среды // Труды Том. гос. ун-та. Сер. физ.-матем. – 2012. – Т. 292. – С. 329–334.
- Глазырин В.П., Орлов М.Ю., Орлова Ю.Н. Анализ пробития преград ледяными ударниками // Изв. вузов. Физика. – 2013. – Т. 56, № 7-3. – С. 41–44.
- Цуприк В.Г. Теоретическое исследование удельной энергии механического разрушения морского льда // Вестн. НГУ. Сер. матем., мех., информ. 2013. Т. 13, Вып. 2. С. 119–125.
- 14. *Краус Е.И., Мельников А.Ю., Фомин В.М., Шабалин И.И.* Пробитие ледяных преград конечной толщины стальными ударниками // Прикл. механика и техн. физика. – 2019. – Т. 60, № 3. – С. 146–153. – doi: 10.15372/PMTF20190315.
- 15. *Григорян С.С.* Об основных представлениях динамики грунтов // Прикл. матем. и механика. 1960. Т. 24, № 6. С. 1057–1072.
- Bragov A., Igumnov L., Konstantinov A., Lomunov A., Filippov A., Shmotin Yu., Didenko R., Krundaeva A. Investigation of strength properties of freshwater ice // EPJ Web Conf. - 2015. - V. 94. - Art. 01070. - doi: 10.1051/epjconf/20159401070.
- 17. Баландин В.В., Крылов С.В., Повереннов Е.Ю., Садовский В.В. Численное моделирование ударного взаимодействия упругого цилиндра со льдом // Проблемы прочности и пластичности. – 2017. – Т. 79, № 1. – С. 93–103. – doi: 10.32326/1814-9146-2017-79-1-93-103.

- Фомин В.М., Гулидов А.И., Сапожников Г.А., Шабалин И.И., Бабаков В.А., Куропатенко В.Ф., Киселев А.Б., Тришин Ю.А., Садырин А.И., Киселев С.П., Головлев И.Ф. Высокоскоростное взаимодействие тел. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. – 600 с.
- Садырин А.И. Модель динамического деформирования и разрушения бетона // Проблемы прочности и пластичности. – 2003. – Вып. 65. – С. 5–14.
- 20. Абузяров К.М., Абузяров М.Х., Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В. Моделирование трехмерного динамического взаимодействия конструкций со средами на базе схемы С.К. Годунова и многосеточных алгоритмов // XVII Междунар. конф. «Супервычисления и математическое моделирование», 15–19 окт. 2018 г.: Труды / Под ред. Р.М. Шагалиева. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2019. С. 18–23.
- Абузяров М.Х, Крылов С.В., Цветкова Е.В. Моделирование гидроупругопластического взаимодействия с помощью программного комплекса UPSGOD // Проблемы прочности и пластичности. – 2013. – Вып. 75. – С. 25–32.

Поступила в редакцию 11.02.2020

Глазова Елена Геннадьевна, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник НИИМ ННГУ

Нижегородский университет им. Н.И. Лобачевского пр. Гагарина, д. 23, г. Нижний Новгород, 603950, Россия E-mail: glazova@mech.unn.ru

Крылов Сергей Валерьевич, кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник НИИМ ННГУ

Нижегородский университет им. Н.И. Лобачевского пр. Гагарина, д. 23, г. Нижний Новгород, 603950, Россия E-mail: krylov@mech.unn.ru

Чекмарев Дмитрий Тимофеевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической, компьютерной и экспериментальной механики

Нижегородский университет им. Н.И. Лобачевского пр. Гагарина, д. 23, г. Нижний Новгород, 603950, Россия E-mail: 4ekm@mm.unn.ru

ISSN 2541-7746 (Print) ISSN 2500-2198 (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA. SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI (Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)

2020, vol. 162, no. 2, pp. 137-147

doi: 10.26907/2541-7746.2020.2.137-147

Numerical Simulation of the Ice Sphere Impact onto the Barrier

E.G. Glazova^{*}, S.V. Krylov^{**}, D.T. Chekmarev^{***}

Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, 603950 Russia E-mail: *glazova@mech.unn.ru, **krylov@mech.unn.ru, ***4ekm@mm.unn.ru

Received February 11, 2020

Abstract

Two mathematical models of dynamic deformation and possible destruction of ice masses were modified by equipping them with experimental functions and constants. As their functions and constants, we used both our own experimental data and the results of other authors obtained from the analysis of modern scientific literature. In the first model, elastoplastic ice deformation is described using the relations proposed by S.S. Grigoryan. They are equipped with a nonlinear irreversible experimental dependence of the volume compressibility of ice on pressure. The second model is based on the equations of ice, as a damaging and differentlyresisting medium with a yield strength determined by the strain rate. These models are implemented in the existing computer programs for mathematical simulation of dynamic processes of impact interaction of media with structural elements. The verification of modified software was carried out by comparing the known experimental data with the results of numerical calculations of the processes of impact interaction of ice products with hard barriers. It was concluded that the data of modified programs can be used for assessing the force effect of ice on structural elements in the considered range of impact speeds.

Keywords: numerical simulation, ice, impact interaction, experiment, verification

Acknowledgments. The study was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 19-08-00320), as well as by the Russian Foundation for Basic Research and the National Natural Science Foundation of China (project no. 19-58-53005).

Figure Captions

- Fig. 1. Home grid fragment.
- Fig. 2. Impact velocity of 108.9 m/sec.
- Fig. 3. Impact velocity of 144.3 m/sec.
- Fig. 4. Impact velocity of 189.2 m/sec.
- Fig. 5. Impact velocity of 155 m/sec.

References

 Schulson E.M. Brittle failure of ice. Eng. Fract. Mech., 2001, vol. 68, nos. 17-18, pp. 1839– 1887. doi: 10.1016/S0013-7944(01)00037-6.

- Carney K.S., Benson D.J., DuBois P., Lee R. A phenomenological high strain rate model with failure for ice. *Int. J. Solids Struct.*, 2006, vol. 43, nos. 25–26, pp. 7820–7839. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2006.04.005.
- Pernas-Sánchez J., Pedroche D.A., Varas D., López-Puente J., Zaera R. Numerical modeling of ice behavior under high velocity impacts. *Int. J. Solids Struct.*, 2012, vol. 49, no. 14, pp. 1919–1927. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2012.03.038.
- Anghileri M., Castelletti L.-M.L., Invernizzi F., Mascheroni M. A survey of numerical models for hail impact analysis using explicit finite element codes. *Int. J. Impact Eng.*, 2005, vol. 31, no. 8, pp. 929–944. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2004.06.009.
- Tippmann J.D., Kim H., Rhymer D. Experimentally validated strain rate dependent material model for spherical ice impact simulation. *Int. J. Impact Eng.*, 2013, vol. 57, pp. 43–54. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2013.01.013.
- Sun J., Lam N., Zhang L., Ruan D., Gad E. Contact forces generated by hailstone impact. Int. J. Impact Eng., 2015, vol. 84, pp. 145–158. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2015.05.015.
- Dousset S., Girardot J., Dau F., Gakwaya A. Prediction procedure for hail impact. EPJ Web Conf., 2018, vol. 183, art. 01046, pp. 1–6. doi: 10.1051/epjconf/201818301046.
- Lobanov V.A. Modelling of ice interaction with constructions. Vestn. Nauchno-Tekh. Razvit., 2011, no. 10, pp. 31–39. (In Russian)
- Teoreticheskie i eksperimental'nye issledovaniya vysokoskorostnogo vzaimodeistviya tel [Theoretical and Experimental Studies on High-Velocity Interaction of Bodies]. Gerasimov A.V. (Ed.). Tomsk, Izd. Tomsk. Univ., 2007. 572 p. (In Russian)
- Glazyrin V.P., Orlova Yu.N. Numerical investigation of freshwater ice behavior under the action compact impactors in subsonic of speeds. *Tr. Tomsk. Gos. Univ.*, 2009, vol. 273, no. 2, pp. 209–212. (In Russian)
- Glazyrin V.P., Orlov M.Yu., Orlova Yu.N. Computer modeling of penetration of a largesized striker in water-ice media. *Tr. Tomsk. Gos. Univ. Ser. Fiz.-Mat.*, 2012, vol. 292, pp. 329–334. (In Russian)
- Glazyrin V.P., Orlov M.Yu., Orlova Yu.N. Analysis of ice striker penetration into barriers. Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Fiz., 2013, vol. 56, nos. 7–3, pp. 41–44. (In Russian)
- Tsuprik V.G. Theoretical research on the specific energy of mechanical fracture of sea ice. Vestn. NGU. Ser. Mat., Mekh., Inform., 2013, vol. 13, no. 2, pp. 119–125. (In Russian)
- Kraus E.I., Melnikov A.Yu., Fomin V.M., Shabalin I.I. Penetration of Steel projectiles through finite-thickness ice targets. J. Appl. Mech. Tech. Phys., 2019, vol. 60, no. 3, pp. 526–532. doi: 10.1134/S0021894419030155.
- Grigoryan S.S. Fundamental concepts of soil dynamics. *Prikl. Mat. Mekh.*, 1960, vol. 24, no. 6, pp. 1057–1072. (In Russian)
- Bragov A., Igumnov L., Konstantinov A., Lomunov A., Filippov A., Shmotin Yu., Didenko R., Krundaeva A. Investigation of strength properties of freshwater ice. *EPJ Web Conf.*, 2015, vol. 94, art. 01070. doi: 10.1051/epjconf/20159401070.
- Balandin V.V., Krylov S.V., Poverennov E.Yu., Sadovskii V.V. Numerical simulation of shock interaction of an elastic cylinder with ice. *Probl. Pochn. Plast.*, 2017, vol. 79, no. 1, pp. 93–103. doi: 10.32326/1814-9146-2017-79-1-93-103. (In Russian)
- Fomin V.M., Gulidov A.I., Sapozhnikov G.A., Shabalin I.I., Babakov V.A., Kuropatenko V.F., Kiselev A.B., Trishin Yu.A., Sadyrin A.I., Kiselev S.P., Golovlev I.F. *Vysokoskorostnoe vzaimodeistvie tel* [High-Velocity Interaction of Bodies]. Novosibirsk, Izd. Sib. Otd. Ross. Akad. Nauk, 1999. 600 p. (In Russian)

- Sadyrin A.I. A model of dynamic deformation and fracture of concrete. Probl. Pochn. Plast., 2003, no. 65, pp. 5–14. (In Russian)
- Abuzyarov K.M., Abuzyarov M.Kh., Glazova E.G., Kochetkov A.V., Krylov S.V. Simulation of three-dimensional dynamic interaction of constructions with media on the basis of S.K. Godunov's scheme and multi-mesh algorithms. XVII Mezhdunar. konf. "Supervychisleniya i matematicheskoe modelirovanie", 15–19 okt. 2018 g. [Proc. Int. Conf. "Supercomputation and Mathematical Simulation", Oct. 15–19, 2018]. Shagaliev R.M. (Ed.). Sarov, FGUP "RFYaTs-VNIIEF", 2019, pp. 18–23. (In Russian)
- Abuzyarov M.Kh., Krylov S.V., Tsvetkova E.V. Simulation of the hydro-elastoplastic interaction using the UPSGOD codes. *Probl. Pochn. Plast.*, 2013, no. 75, pp. 25–32. (In Russian)

Для цитирования: Глазова Е.Г., Крылов С.В., Чекмарев Д.Т. Численное моделирование удара ледяной сферы о преграду // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2020. – Т. 162, кн. 2. – С. 137–147. – doi: 10.26907/2541-7746.2020.2.137-147. //

For citation: Glazova E.G., Krylov S.V., Chekmarev D.T. Numerical simulation of the ice sphere impact onto the barrier. Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki, 2020, vol. 162, no. 2, pp. 137–147. doi: 10.26907/2541-/ 7746.2020.2.137-147. (In Russian)