

**Магистерская программа: Вычислительная геометрия и  
высокопроизводительные вычисления  
(направление подготовки: 01.04.04 Прикладная математика)**

**Список дисциплин**

Архитектура вычислительных систем  
Вычислительная геометрия  
Дополнительные главы алгебры  
История и методология прикладной математики и информационных технологий  
Компьютерная графика  
Методы математического моделирования  
Многопроцессорные вычислительные комплексы  
Нейронные сети  
Объектное программирование и объектное проектирование  
Прикладной функциональный анализ  
Программирование на C++  
Программирование на C#  
Распространение и дифракция волн  
Современная геометрия  
Современная философия и методология науки  
Специализированные математические пакеты  
Теплообмен излучением  
Технологии AUTOCAD  
Технологии CUDA  
Технологии MPI  
Технологии OpenMP  
Триангуляция поверхностей  
Фрактальные структуры  
Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений

## **Архитектура вычислительных систем**

*ст. преп. Осипов Е.А.*

Решение задач прикладной математики на сегодняшний день тесно связано с умением работать на современных компьютерах, обеспечивающих высокую точность и скорость счета. Архитектура компьютеров постоянно совершенствуется, предоставляя все больше возможностей для реализации численного счета на основе сложных алгоритмов.

Курс «Архитектура вычислительных систем» поможет магистрантам получить навыки самостоятельной исследовательской работы, предполагающей изучение специфических методов анализа архитектур вычислительных систем и программного обеспечения. Поможет ознакомиться со средствами и инструментами, необходимыми для решения задач программной инженерии в зависимости от аппаратных средств.

Изучение данного курса даст возможность заложить основы для последующих курсов, посвященных созданию современных вычислительных систем, и получить практические навыки в области выбора архитектуры вычислительной системы, наилучшим образом раскрывающую потенциальные возможности алгоритма с учетом требований к программному обеспечению.

В курсе будут рассмотрены архитектуры многопроцессорных и многокомпьютерных вычислительных систем. Отдельное внимание будет уделено архитектуре параллельных вычислительных систем, в частности архитектуре GPU, и возможности аппаратной реализации нейронных сетей. Будут рассмотрены вопросы перехода к вычислителям с программируемой архитектурой и архитектуре квантовых компьютеров.

## **Вычислительная геометрия**

*доц. Рунг Е.В.*

«Вычислительная геометрия», которой посвящен настоящий курс, является сравнительно молодой областью компьютерной науки. Следует отметить, что данная дисциплина находится на стыке информатики и геометрии и поэтому сочетает в себе геометрические понятия, идеи и модели с понятиями, идеями и методами разработки алгоритмов и структур данных.

В задачах, которые исследуются в рамках курса «Вычислительная геометрия» исходными данными являются геометрические объекты (множество точек, набор отрезков, многоугольник и т.п.), а результатом может являться:

ответ на вопрос о некоторых отношениях между заданными объектами (например, пересекаются ли заданные отрезки);

перечисление фактов относительно этих соотношений (например, перечисление всех пар пересекающихся отрезков);

построение нового геометрического объекта (например, наименьшего выпуклого многоугольника, содержащего заданные точки).

Вычислительная геометрия находит применение во многих областях науки и техники, таких как: компьютерная графика и визуализация, компьютерное зрение и робототехника, географические информационные системы, системы автоматизированного проектирования, компьютерный анализ и интерпретация данных (например, компьютерная томография), молекулярная биология, астрофизика.

## **Дополнительные главы алгебры**

*проф. Карчевский Е.М.*

Курс основан на учебнике «Numerical Linear Algebra: Theory and Applications», написанном мной в соавторстве с одним из основателей школы вычислительной математики Казанского университета Михаилом Мироновичем Карчевским и одним из ведущих профессоров объединенной кафедры математики Гетеборгского университета и Технологического университета Чалмерса, Швеция, Ларисой Бейлиной. Книга издана издательством Springer Nature в 2017 году. Важно, что один и тот же курс читается одновременно и магистрантам в Швеции и нашим студентам, но на русском языке. Конечно, если будет запрос этот курс можно читать в Казани и по-английски. В этот курс мы заложили не только глубокие математические знания, но и наш богатейший опыт работы со специалистами и коммерческими заказчиками из самых разных прикладных областей.

Задачи вычислительной линейной алгебры возникают во всех областях современной науки. Важными примерами являются вычислительная аэро- и гидродинамика, механика твердого тела, электродинамика, анализ сигналов, оптимизация и многие другие. В нашем курсе мы представляем расширенную базовую теорию линейной алгебры, включающую такие темы, как матричная алгебра, теория систем линейных алгебраических уравнений, спектральная теория, векторные и матричные нормы, в сочетании с наиболее важными прямыми и итерационными численными методами для решения систем линейных алгебраических уравнений, задач наименьших квадратов и спектральных задач.

В этом курсе мы объединили дополнительные главы теоретических основ линейной алгебры с практическими алгоритмами численного решения задач, взятых из реальной жизни. Большинство представленных численных алгоритмов иллюстрируются компьютерными программами, написанными на MATLAB® и C++, которые приведены в дополнительном электронном материале, который можно найти на SpringerLink. Эти программы позволяют слушателю получить опыт реализации и оценки численных алгоритмов для задач, описанных в курсе, и дают возможность применять их для решения компьютерных упражнений, представленных в этом курсе. Они также могут дать слушателю лучшее понимание профессионального вычислительного программного обеспечения для решения реальных задач вычислительной линейной алгебры.

## **История и методология прикладной математики и информационных технологий**

*проф. Плещинский Н.Б.*

Общий курс для всех магистрантов разделен на три части: краткая история математики, история вычислительной техники и программирования и персональные компьютеры и суперкомпьютеры. Обсуждаются основные факты и идеи многовековой истории математики в целом и важнейшего ее раздела – прикладной математики; рассматриваются пути развития вычислительной техники и программирования; показана роль математики и информатики в развитии человечества; даны характеристики научного творчества выдающихся ученых – генераторов научных идей.

Демонстрируется элементная база первых электронных вычислительных машин (электромагнитные реле, электронные лампы, полупроводниковые диоды и триоды ...), разбираются примеры программ, написанных на исторически первых языках программирования. Особое внимание уделено развитию вычислительной техники в СССР и в России.

### **Компьютерная графика**

*доц. Бахтиева Л.У.*

Современные научные исследования сложно представить без использования широких возможностей компьютерной графики. Это не только визуализация результатов исследования и оформление печатных трудов, но и графическое решение уравнений, моделирование физических процессов с помощью средств компьютерной анимации и многое другое.

В рамках предлагаемого курса рассматриваются основные аспекты компьютерной графики, как чисто математические, так и алгоритмические. Слушатели знакомятся с современными программными средствами, реализующими растровые, векторные и фрактальные изображения, применяемые в деловой и научной графике. Изучаются базовые алгоритмы компьютерной графики, связанные с преобразованием координат на плоскости и в пространстве, удалением невидимых линий, построением поверхностей и др.

Для освоения курса требуется знание основ линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа, поскольку в ходе изложения материала используются понятия из этих областей математики. Необходимо также знание основ программирования для компьютерной реализации изученных алгоритмов на лабораторных занятиях.

### **Методы математического моделирования**

*проф. Саламатин А.Н.*

Основная цель предлагаемого курса лекций – рассмотреть современные средства математического моделирования, используемые как в чисто научных, так и прикладных исследованиях, продемонстрировать роль и

значимость вычислительной техники и современных компьютерных технологий. Первая часть курса посвящена общим вопросам построения математических моделей естествознания и включает в себя знакомство с такими базовыми понятиями как время, пространство, движение, пространственное и материальное описание явлений. Вводятся базовые понятия аддитивных характеристик, субстанциональной производной, локальная и субстанциональная формы балансовых уравнений в интегральном и дифференциальном представлениях. Анализируются математические формулировки законов сохранения массы, количества движения, момента количества движения и полной энергии. Как следствия, получаются уравнения баланса кинетической и внутренней энергий.

Вторая часть курса посвящена общим вопросам построения замкнутых моделей процессов переноса как краевых задач математической физики. Подробно разбираются этапы постановки краевых задач: 1) конкретизация общих балансовых уравнений, 2) задание области моделируемого явления и 3) формулировка общих граничных условий. Вводится понятие конститутивных соотношений, рассматриваются экспериментальные законы теплопроводности Фурье, диффузии Фика и вязкого трения Ньютона. Специальные разделы курса посвящены изучению конкретных теоретических результатов и положений: выводу уравнений Навье-Стокса, конвективного теплопереноса, диффузии примеси; теории систем криволинейных координат и представлению дифференциальных операций в ортогональных системах координат, выводу общих соотношений на поверхностях разрывов.

Задачи прогноза пространственно-временной эволюции балансовых характеристик образуют класс прямых задач прикладной математики. В свою очередь, задачи реконструкции свойств объектов и условий изменения характеристик изучаемых явлений по данным их натуральных измерений относят к классу так называемых обратных задач – задач, лежащих в основе познания окружающего нас мира. Особенности и математические подходы к решению прямых и обратных задач разбираются в третьей, заключительной части курса.

## **Многопроцессорные вычислительные комплексы**

*проф. Плещинский Н.Б.*

Высокую производительность современных компьютеров обеспечивают десятки тысяч процессоров в архитектуре суперкомпьютеров или многоядерные процессоры ноутбуков.

Для распараллеливания вычислительных алгоритмов разработаны различные технологии программирования. Дисциплина «МВК» знакомит магистрантов с основными принципами работы многопроцессорных комплексов, с особенностями их архитектуры и с различными подходами к их классификации.

На лекциях подробно рассматриваются возможности технологии параллельного программирования OpenMP и MPI, которые сегодня являются ведущими при работе на суперкомпьютерах. На лабораторных занятиях в компьютерных классах магистранты приобретают практические навыки параллельного программирования с использованием этих технологий. В качестве базового языка программирования используется универсальный язык C++.

Обсуждаются приемы работы в интегрированных средах и в командной строке Windows и Linux. Отрабатываются различные методы обработки больших массивов данных (Big Data). Рассматриваются различные приемы оптимизации параллельного кода для компьютеров с общей памятью и с разделенной памятью.

## **Нейронные сети**

*доц. Тумаков Д.Н.*

Нейронные сети находят всё более широкое применение в различных областях. Возможности нейронных сетей используются при распознавании объектов, кластеризации, принятии различных решений и т.д.

В рамках курса будут рассмотрены такие нейронные сети как однослойные и многослойные перцептроны, сети Кохонена и свёрточные нейронные сети. Студенты сначала знакомятся с архитектурой соответствующих нейронных сетей и пишут программы для их обучения на языке C++. На следующем шаге для громоздких нейронных сетей разрабатываются параллельные алгоритмы обучения и пишутся программы на CUDA.

Магистранты освоят архитектуру наиболее распространенных нейронных сетей и обучение их с учителем и без учителя: метод обратного распространения ошибки и обучение на основе конкуренции.

Для прохождения данного курса необходимо знание C++ и навыки программирования видеокарт (желательно CUDA).

## **Объектное программирование и объектное проектирование**

*проф. Плещинский Н.Б.*

Объектное программирование появилось как средство решения сложных вычислительных задач.

В спецкурсе обсуждаются основные парадигмы объектного (или объектно-ориентированного) программирования: инкапсуляция, наследование и полиморфизм. Разбираются простые примеры – средства объектного программирования в языках Turbo Pascal, C++ и Delphi. Дается обзор объектных возможностей языков программирования C# и Python. Основное внимание уделено решению сложных задач вычислительной математики.

Объектное моделирование используется как идеология разработки больших проектов. Обсуждаются общие принципы и конкретные приемы планирования структуры алгоритмов с использованием абстрактных классов, моделирующих объекты предметной области. Рассматриваются некоторые задачи вычислительной электродинамики, которыми занимаются автор курса и его коллеги. На ряде примеров демонстрируются преимущества и недостатки объектного подхода.

## **Прикладной функциональный анализ**

*проф. Плещинский Н.Б.*

Функциональный анализ – важнейший раздел современной математики – возник как абстрактное обобщение алгебры, анализа и геометрии. Оказалось, что многие важные математические факты можно получить как частные случаи общих утверждений. Сегодня функциональный анализ – основа современной математики. При изучении этой дисциплины формируется абстрактное логическое мышление.

В курсе «ПФА» обсуждается только несколько глав современного функционального анализа, важных для специалистов, работающих в области прикладной математики и информатики, прежде всего, в области математического моделирования.

Первый раздел курса посвящен общей теории линейных уравнений, разбираются вопросы существования и единственности их решений. Во втором разделе обсуждается техника обоснования методов приближенного решения операторных уравнений и, как частный случай, интегральных уравнений и бесконечных систем линейных алгебраических уравнений. В заключение рассматриваются некоторые экстремальные задачи, близкие к задачам вариационного исчисления и оптимального управления.

## **Программирование на C++**

*ст. преп. Александрова И.Л.*

Язык C++ является универсальным языком программирования, позволяющим создавать прикладные и системные программы. Это фундамент, на который опираются другие языки программирования и современные средства обработки данных. Знание языка C++ дает возможность разрабатывать высокопроизводительное программное обеспечение.

В рамках курса рассматриваются все основные возможности языка C++: базовые конструкции, типы данных, объектно-ориентированное программирование, динамические структуры данных. Особое внимание уделяется изучению стандартной библиотеки шаблонов STL.

Курс рассчитан на магистрантов, владеющих хотя бы одним из структурных языков программирования, умеющих разрабатывать алгоритмы для решения простых задач.

## **Программирование на C#**

*доц. Тумаков Д.Н.*

Язык C# является одним из востребованных языков на сегодняшний день как в России, так и за рубежом. Язык C# по синтаксису достаточно близок к таким языкам как C++ и Java. Это позволяет, при желании, легко переквалифицироваться с C# на эти языки программирования.

Предполагается, что магистрант владеет основами языка C# и знаком с основными конструкциями самого языка, а также имеет навыки работы с формами.

В рамках курса будут разрабатываться сайты с помощью технологии ASP.NET. ASP.NET – это программная структура, основанная на среде выполнения, работающей на сервере, которая позволяет создавать мощные Web приложения. Используются классы, расположенные в System.Web. В ASP.NET обеспечивается поддержка XML Web сервисов, необходимых для распределенной разработки.

Для обучения на этом курсе необходимо базовое знание языка C# (в крайнем случае знание языка C++ или Java). Как помощь при работе в течение семестра можно использовать учебное пособие [Программирование на языке C#](#).

## **Распространение и дифракция волн**

*проф. Плещинский Н.Б.*

Изучение волновых процессов – важнейшее направление современной математической физики. Спецкурс имеет целью познакомить слушателей с основными принципами построения математических моделей в теории распространения и дифракции акустических, электромагнитных и упругих волн, а также с некоторыми методами их решения. Исследуется процесс распространения акустических волн по трубам и их рассеяние на препятствиях. Рассматриваются задачи дифракции электромагнитных волн на ограниченных телах в пространстве и на бесконечных периодических системах неоднородностей. Изучаются задачи дифракции упругих волн на трещинах в слоистых средах и некоторые другие задачи.

Обсуждаются различные подходы к разработке алгоритмов решения перечисленных задач и особенности их программной реализации.

## **Современная геометрия**

*Карчевский Е.М.*

Основой данного курса является один из интереснейших разделов современной геометрии – построение и изучение поверхностей функций комплексного переменного. В теории функций комплексного переменного ставится задача распространения на комплексную плоскость обычных функций вещественного переменного. При этом функции очень часто приобретают новые свойства – монотонные функции становятся



периодическими, такие функции, как  $\sin z$ , оказываются неограниченными и т.п. Поведение функций полностью можно описать аналитическими формулами, но не зря говорят, что "лучше один раз увидеть..." Поэтому для наглядности изображают модули функций как поверхности над комплексной плоскостью. Такие рельефы сразу выявляют новые свойства элементарных функций; они незаменимы для представления поведения функций в окрестности особых точек. И, конечно, в полной мере раскрывается значение таких рельефов при изучении свойств специальных функций, таких, как функции Бесселя, двоякопериодические функции и т.п.

Такой метод изображения ввел Ф. Эмде. Приведем здесь поучительную цитату из предисловия Ф. Эмде 1933 года ко 2-му изданию его книги: *"При этом представлении, примененном здесь впервые, функция показывается во всей полноте. В то время как прежде нужно было мысленно сочетать разрозненные и независимые свойства и особенности функции, теперь их удалось соединить в одно обозримое целое. К сожалению, время не позволило представить все функции таким образом. Остается еще многое сделать. Я надеюсь, что математические институты продолжат начатую работу. По существу это скорее дело учебников, чем таблиц функций. Если в каждом учебнике дифференциального исчисления поведение простых функций в действительной области иллюстрируется посредством кривых, то тем более это необходимо сделать для более сложных функций и функций в комплексной области"*.

В настоящее время поверхности функций можно построить и исследовать с помощью современных математических пакетов, таких как Matlab. Поэтому важной частью курса является изучение его графических возможностей. В процессе изучения предмета студентам будет предложено выполнить ряд практических заданий для самостоятельной работы по построению и изучению поверхностей функций комплексного переменного в системе Matlab.

## **Современная философия и методология науки**

*проф. В.М. Конюхов*

Целью курса лекций является ознакомление магистрантов с проблемами и особенностями развития пост-неклассической философии и методологическими основами современной науки. Он основывается на базовых знаниях магистрантами основных принципов, категорий и законов философии и методологии. Их дальнейшее углубленное изучение осуществляется в рамках исторического развития науки, выделения важнейших его этапов, их взаимосвязанности и взаимовлияния. Наука рассматривается как важнейшая форма познания, раскрываются ее понятия, структура и ключевые функции. В структуре и динамике научного познания выделяются эмпирический и теоретический уровни исследования, принципиальные основы науки, типы научных революций и анализ их влияния на качественные изменения в сознании людей, познавательной

деятельности и формировании ими естественно-научной картины окружающего мира. Важное внимание уделяется научно-методологической проблематике, рассмотрению наиболее значимых и актуальных идей и концепций, разработанных в современной философии и методологии науки.

Предлагаемый курс лекций направлен не только на формирование мировоззренческих ориентиров и определение социальной и гражданской позиции магистрантов, но и на развитие у них способности к самостоятельному творческому мышлению, аналитическому анализу различных фактов и событий, определению главных целей в их жизненном поведении и научной деятельности, умению ставить нестандартные научно-исследовательские задачи и выбирать эффективные методы их решения.

### **Специализированные математические пакеты**

*доц. Бахтиева Л.У.*

В рамках дисциплины обучающиеся знакомятся с современными системами компьютерной математики, основными из которых являются Matlab, Mathematica и Maple. Приобретение практических навыков работы с этими универсальными средствами научных расчетов и компьютерного моделирования является необходимым в научно-исследовательской работе магистрантов.

Так как основное количество часов по дисциплине (более 78%) приходится на самостоятельную работу, то для ее освоения предусмотрено выполнение большого количества практических заданий, некоторые из которых рекомендовано выполнять с помощью электронного образовательного ресурса «Научные вычисления в среде Matlab», размещенного на сайте дистанционного обучения КФУ: <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=2482>.

Лабораторные занятия проводятся в мультимедийном классе в форме обсуждения теоретического материала, презентаций и решения практических задач на компьютере. Озвучивается тема предстоящего занятия, рекомендуется необходимая литература и интернет-источники. Самостоятельная работа и активность обучающихся на занятии оцениваются соответствующими баллами. Предусмотрено выполнение трех контрольных работ (Тема 3. Научные расчеты и компьютерное моделирование в системе Matlab, Тема 5. Научные расчеты в системе Mathematica, Тема 7. Научные расчеты в системе Maple), и подготовка двух итоговых отчетов.

Качественное освоение дисциплины требует хорошей подготовки по таким базовым предметам как «Численные методы» и «Программирование».

### **Теплообмен излучением**

*проф. Плещинский Н.Б.*

Первая версия спецкурса была подготовлена для студентов, проходивших целевую подготовку для работы в Российском федеральном

ядерном центре. Как известно, существует три формы переноса тепловой энергии: теплопроводность, конвекция и излучение. Тепловое излучение имеет особое значение при исследовании быстропротекающих высокотемпературных процессов.

Спецкурс начитается со знакомства с интегральными и дифференциальными уравнениями баланса тепловой энергии. Рассматриваются различные подходы к моделированию процессов переноса излучения с поверхности одного тела на поверхность другого тела. Вводится классификация излучающих и поглощающих поверхностей. Осуждаются постановки и методы решения задач теплообмена между черными изотермическими поверхностями и между диффузно излучающими и поглощающими поверхностями. Исследуется полная система уравнений комбинированного теплообмена, учитывающего излучение, конвекцию и перенос тепла. Рассматриваются простые примеры и предлагаются более сложные задачи для самостоятельного решения.

### **Технологии AUTOCAD**

*доц. Филиппов И.Е.*

Казанский (Приволжский) федеральный университет является официальным стратегическим партнером компании Autodesk Inc. (США) в разработке и реализации программ для развития профессионального образования с 2014 года. В рамках договора с компанией при кафедре прикладной математики Института вычислительной математики и информационных технологий создан учебный центр. Для студентов факультета читается несколько спецкурсов по программным продуктам компании. Спецкурс «Технологии Autodesk» знакомит студентов со следующими продуктами компании: AutoCAD и 3ds Max. На занятиях большое внимание уделяется созданию чертежей и рисунков с дальнейшей работой по созданию анимаций по данным рисункам. Также студенты делают проекты по визуализации результатов своей научной работы, выполненной на кафедре в рамках других спецкурсов.

На сайте кафедры можно найти различные проекты, выполненные студентами в рамках данного спецкурса.

### **Технологии CUDA**

*доц. Тумаков Д.Н.*

Программирование графических процессоров в последние годы приобретает всё большую популярность, прежде всего, в силу дешевизны видеопроцессоров. И ряд компаний, где нужны высокопроизводительные вычисления, могут быть востребованы подобные специалисты.

В рамках данного курса магистранты научатся, прежде всего, основам работы с технологией CUDA на языке Си в среде Visual Studio. Будут подробно рассмотрены вопросы работы с разделяемой, текстурной и

константной памятью. Студенты научатся эффективным алгоритмам работы с векторами и матрицами. В конце курса будут освоены пакеты CUBLAS и CUBLASXt.

При освоении курса будет использовано учебное пособие [Технология программирования CUDA](#). Для обучения на этом курсе необходимо базовое знание языка Си и навыки работы с векторами и матрицами.

## **Технологии MPI**

*ассист. Маркина А.Г.*

Технология MPI является главным инструментом параллельного программирования на многопроцессорных вычислительных системах с разделяемой памятью, в том числе и на кластерных системах.

В этом курсе магистранты ознакомятся с основными процедурами стандарта MPI, получат навыки написания параллельных алгоритмов решения задач вычислительной математики и научатся проводить эффективную адаптацию последовательных программ под многопроцессорные системы с разделяемой памятью.

В данном курсе рассматриваются различные способы и проблемы организации приема и передачи сообщений между отдельными процессорами, разбираются задачи параллельной обработки одномерных и двумерных массивов однотипных и разнотипных данных. На последних занятиях для закрепления работы со средствами MPI магистрантам предоставляется самостоятельная реализация параллельной программы для решения задачи вычислительной математики.

Для успешного усвоения курса необходимы знания языка программирования C/C++.

## **Технологии OpenMP**

*ассист. Маркина А.Г.*

Технология OpenMP представляется собой наиболее простой в понимании и быстрый инструмент для организации параллельных вычислений на вычислительных узлах с общей памятью.

В данном курсе магистранты научатся создавать многопоточные программы, изучат основные директивы технологии OpenMP, конструкции разделения работ между потоками итерационного и не итерационного типа, способы синхронизации работы потоков, параллельную обработку одномерных и двумерных массивов. На последних занятиях магистрантам предоставляется самостоятельная реализация итерационных методов численного решения СЛАУ в виде параллельной многопоточной программы.

По истечению данного курса студенты получают навыки написания параллельных программ с помощью средств OpenMP, научатся выявлять участки параллелизма и проводить эффективную параллелизацию последовательных программ.

Для успешного усвоения курса необходимы знания языка программирования C/C++.

## **Триангуляция поверхностей**

*проф. Конюхов В.М.*

Целью курса лекций является ознакомление магистрантов с вопросами геометрического моделирования, базирующегося на методах построения кривых линий, поверхностей и твердых тел, методах выполнения над ними различных операций и методах управления численными моделями. Основное внимание уделяется классическому методу триангуляции Делоне и обобщенному методу триангуляции с ограничениями. Рассматриваются различные варианты структуры данных, способы проверки условия Делоне и алгоритмы построения триангуляции с оценками трудоемкости и с ограничениями. Применение методов триангуляции иллюстрируется конкретными практическими примерами решения задач пространственного анализа на плоскости. Дано описание структуры триангуляции переменного разрешения и приведены некоторые алгоритмы ее построения.

Для освоения курса обучающийся должен иметь теоретические знания и практические навыки в области дифференциальной и аналитической геометрии, вариационного исчисления, математического анализа и вычислительной математики, а также программирования на объектно-ориентированных алгоритмических языках.

Предлагаемый курс лекций рекомендуется студентам и специалистам, занимающимся как решением задач математической физики методом конечных элементов с применением триангуляции областей, а также изучающим машинную графику, вычислительную геометрию и геоинформатику.

## **Фрактальные структуры**

*ассист. Абгарян Г. В.*

Многие природные системы настолько сложны и нерегулярны, что использование только знакомых объектов классической геометрии для их моделирования представляется безнадёжным. Как, к примеру, построить модель горного хребта или кроны дерева в терминах геометрии? Как описать то многообразие биологических конфигураций, которое мы наблюдаем в мире растений и животных? Как подступиться к моделированию каскадных водопадов или турбулентных процессов, определяющих погоду? Какая математика отвечает за ритмы сердца и головного мозга, наблюдаемые на электрокардиограмме и энцефалограмме, в особенности за те внезапные приступы аритмии, которые могут вызвать сбой в работе сердца?

Фракталы – подходящее средство для исследования поставленных вопросов.

В рамках курса “Фрактальные структуры” будут изложены основные аспекты фрактальной геометрии, касающиеся таких понятий как: самоподобие (масштабная инвариантность), дробная размерность, метрика и размерность Хаусдорфа и ряд других. Так же будут рассмотрены вопросы, касающиеся моделирования и визуализации фракталов.

## **Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений**

*доц. Тумаков Д.Н.*

Дифференциальные и интегральные уравнения являются основой математических моделей физических и других явлений и процессов. Умение решать эти уравнения необходимо при численном моделировании соответствующих процессов.

Данный курс необходим для того, чтобы студенты научились численно решать интегральные уравнения Фредгольма первого и второго рода и граничные задачи для дифференциальных уравнений.

Для решения обыкновенных дифференциальных уравнений будет рассмотрено несколько методов, имеющих различную погрешность. Также будут рассмотрены методы решения интегральных уравнений Фредгольма.

В конце каждой темы студент выполняет самостоятельную работу на решение конкретной краевой задачи или интегрального уравнения.

При освоении курса будет использовано учебно-методическое пособие [Дифференциальные и интегральные уравнения. Численные методы решения](#). Для обучения необходимо базовое владение языком Си++ или С#.