

УДК 621.372+621.373

## УПРАВЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКИМИ ПУЧКАМИ В ДЕФОКУСИРУЮЩИХ ФОТОРЕФРАКТИВНЫХ КРИСТАЛЛАХ

*И.В. Кабакова, А.П. Сухоруков*

### Аннотация

В данной работе рассмотрен новый эффект нелинейного отражения оптического сигнала от мощного основного пучка в дефокусирующей фоторефрактивной среде на примере кристалла  $\text{LiNbO}_3$ . Построена аналитическая модель эффекта. Найдены параметры пучков и среды, позволяющие реализовать отражение сигнала в условиях дефокусировки накачки. Теоретические результаты подтверждены численным моделированием.

### Введение

Идея о применении фоторефрактивных кристаллов (ФРК) в качестве нелинейных сред для задач фотоники и волновой оптики появилась около 15 лет назад, когда впервые были теоретически обоснованы и экспериментально получены фоторефрактивные солитоны [1]. Оказалось, что фоторефрактивные солитоны отличаются от солитонов в квадратично-нелинейных или кубичных средах значительно более низким пороговым значением мощности лазерного излучения, необходимым для их генерации (десятки-сотни нВт). С тех пор началось активное изучение свойств ФРК и особенностей распространения в них одного и/или нескольких оптических пучков.

Преимуществом фоторефрактивных нелинейных сред, помимо высокой светочувствительности, является возможность динамического управления оптическими пучками непосредственно в эксперименте путем варьирования внешних параметров (фоновой интенсивности или значения внешнего постоянного электрического поля). При этом отпадает необходимость в применении дополнительной аппаратуры или перестройке экспериментальной установки. Поэтому разработка новых способов управления светом с применением ФРК является перспективной задачей нелинейной оптики с целью создания эффективных, быстрых, миниатюрных и более простых в управлении устройств.

В данной работе рассмотрен новый эффект нелинейного отражения при неколлинеарном распространении оптических пучков (мощной накачки и более слабого сигнала) в дефокусирующем фоторефрактивном кристалле  $\text{LiNbO}_3$ . В большинстве работ, связанных с управлением лазерным излучением в ФРК [2], формируются солитоны или солитоноподобные пучки. Здесь же, напротив, солитонный режим не используется, благодаря чему лазерные пучки могут быть выбраны относительно произвольной начальной амплитуды, ширины и частоты. Общими требованиями являются: 1) несовпадение частот сигнальной волны и волны накачки, 2) выполнение определенных соотношений для амплитуд и ширин пучков (амплитуда и ширина накачки много больше сигнальных). Под действием мощного основного пучка показатель преломления первоначально оптически однородного кристалла перестает быть постоянной для кристалла величиной, изменяясь в результате

фоторефрактивного эффекта. Переключение направления распространения сигнального пучка реализуется благодаря индуцированной накачке неоднородности показателя преломления, которая вызывает искривление траектории сигнального пучка и при выполнении определенного соотношения для начального угла – его полное отражение.

### 1. Модель нелинейного отражения в приближении геометрической оптики. Результаты численного моделирования

Традиционно для описания фоторефрактивного эффекта используется зонно-транспортная модель фоторефракции Кухтарева, с помощью которой в ряде приближений возможно определить изменение показателя преломления ФРК в области неоднородного освещения [1, 2].

Рассмотрим процесс неколлинеарного распространения двух оптических пучков в дефокусирующей фоторефрактивной среде, например, в кристалле ниобата лития. Пусть на боковую грань образца кристалла  $\text{LiNbO}_3$  падает нормально мощный пучок накачки на частоте  $\omega_1$  и сигнальный пучок на частоте  $\omega_2$ . Сигнальный пучок входит в среду под малым углом  $\theta$  к пучку накачки и лежит в той же плоскости. Уравнения для комплексных амплитуд  $A_1$ ,  $A_2$  – накачки и сигнала соответственно – имеют следующий вид в безразмерных переменных (амплитуды нормировались на  $\sqrt{I_d}$ , где  $I_d$  – фоновая интенсивность; продольная координата  $z$  нормировалась на единицу длины кристалла  $l_0$ , а поперечные координаты  $x$ ,  $y$  – на величины, равные начальным полуширинам пучков вдоль  $x$  и  $y$  направлений соответственно):

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} - i D_1 \Delta_{\perp} A_1 = i \gamma_1 A_1 \frac{I_1^2 + I_2^2}{1 + I_1^2 + I_2^2}, \quad \frac{\partial A_2}{\partial z} - i D_2 \Delta_{\perp} A_2 = \gamma_2 A_2 \frac{I_1^2 + I_2^2}{1 + I_1^2 + I_2^2}, \quad (1)$$

где  $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  – лапласиан в поперечных координатах;  $D_j = \frac{l_0}{2k_j a_j^2}$  – коэффициент дифракции;  $\gamma_j = k_j n_0^2 r_{\text{ef}} l_0 E_{\text{PV}} / 2$  – коэффициент нелинейности;  $I_{1,2}$  – интенсивности накачки и сигнала, нормированные на фоновую интенсивность  $I_d$ ;  $n_0$  – невозмущенный показатель преломления;  $k_j$  – волновой вектор в среде;  $r_{\text{ef}}$  – преобладающая компонента электрооптического тензора;  $E_{\text{PV}} = \beta_{\text{PV}} \xi N_A / e \mu$  – константа фотовольтаического поля, имеющая среднее значение  $\sim 10^6$  В/м в кристалле  $\text{LiNbO}_3$ .

Начальные условия искомой задачи в размерных переменных задаются в виде двух гауссовых пучков для накачки и сигнала соответственно:

$$A_1 = E_{10} \exp \left[ -\frac{x^6}{a_1^6} - \frac{y^6}{b_1^6} \right], \quad A_2 = E_{20} \exp \left[ -\frac{(x - d_2)^2}{a_2^2} - \frac{y^2}{b_2^2} \right] \exp(i k_2 \theta x), \quad (2)$$

где  $a_j$ ,  $b_j$  – начальные ширины пучков вдоль осей  $x$  и  $y$ ,  $d_2$  – смещение сигнального пучка по отношению к пучку накачки в начале распространения,  $E_{j0} = A_j(x, y, z = 0)$  – начальные амплитуды в центре пучков.

В приближении малой дифракции и считая амплитуду сигнала малой по сравнению с накачкой, то есть  $D_j \ll 1$ ,  $|A_2| \ll |A_1|$ , получим  $A_1 = A_{10}(x, y)$ . С учетом сделанных предположений второе уравнение из (1) можно записать так:

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} - \frac{i}{2} D_2 \Delta_{\perp} A_2 = i n_{nl}(x, y) A_2, \quad n_{nl} = -|\gamma_2| I_1^2 (1 + I_1^2)^{-1}. \quad (3)$$

где  $n_{nl}(x, y)$  – профиль индуцированного показателя преломления от поперечной координаты  $x$ . Уравнение (3) описывает распространение сигнального пучка в среде с индуцированной пучком накачки неоднородностью показателя преломления.

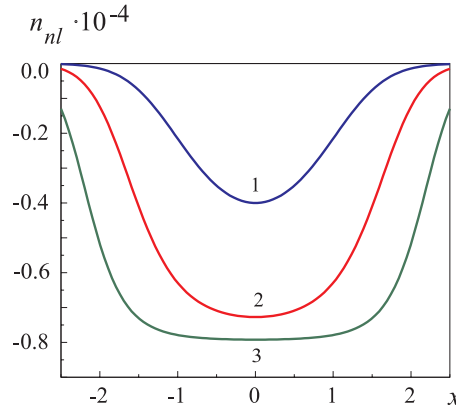


Рис. 1. Профиль индуцированного показателя преломления  $n_{nl}(x)$  для трех значений интенсивности накачки: 1)  $I_1 = 1$ ; 2)  $I_1 = 10$ ; 3)  $I_1 = 100$

Аналогичные задачи возникают при распространении наклонных волн в слоисто-неоднородных ионосфере, тропосфере, подводном канале или градиентных волокнах. Обычно в таких случаях возникает отражение сигнала при выполнении определенных соотношений между углом падения и характеристиками неоднородной среды. Траектория сигнала в приближении геометрической оптики, когда характерный размер неоднородности показателя преломления много больше длины волны сигнала, описывается уравнением:

$$\frac{dx}{dz} = \pm \sqrt{-|2\tilde{n}_{nl}(x, z)| + 2\tilde{n}_{nl}(x_0, z) + \theta^2}, \quad \tilde{n}_{nl} = n_{nl}/l_0 k_2. \quad (4)$$

По аналогии с [3] было получено выражение для критического угла отражения сигнальной волны (сигналы с углом наклона, большим критического, не отражаются от пучка накачки):

$$\theta_{cr} = \sqrt{\frac{2\gamma_2}{k_2 l_0} \frac{E_{10}^2/I_d}{1 + E_{10}^2/I_d}}. \quad (5)$$

Для проведения численного моделирования были взяты следующие параметры кристалла и пучков:  $r_{ef} = r_{33} = 30 \cdot 10^{-12}$  м/В – преобладающая компонента электро-оптического тензора,  $\lambda_2 = 632$  нм (основная частота генерации гелий-неонового лазера),  $\lambda_1 = 1.15$  мкм ( $2s \rightarrow 2p$  – линия излучения гелий-неонового лазера в инфракрасном диапазоне),  $a_1 = 200$  мкм,  $a_2 = 50$  мкм,  $n_{01}(\lambda = 632 \text{ нм}) = 2.286$ ,  $n_{02}(\lambda = 1.15 \text{ мкм}) = 2.23$ ,  $d_2 = 325$  мкм. Безразмерные коэффициенты задачи, таким образом, составили:  $\gamma_2 = -17.793$ ,  $\gamma_1 = -7.96$ ,  $D_1 = 0.044$ ,  $D_2 = 0.09$ , а максимальное приращение показателя преломления равнялось  $|n_{nl}|_{\max} = 0.8 \cdot 10^{-4}$ . Рассчитанное по формуле (5) значение критического угла равнялось  $\theta_{cr} = 0.8835 \cdot 10^{-2}$  рад  $\approx 0.5^\circ$ .

Для сравнения приведем вид профилей индуцированного показателя преломления  $n_{nl}(x)$  от поперечной координаты  $x$  (см. рис. 1) для различных значений интенсивности накачки  $I_1$ . График демонстрирует насыщение нелинейной фоторефрактивной среды с ростом амплитуды поля накачки. Надо отметить, что с увеличением интенсивности (кривая 3 на рис. 1) не только возрастает амплитуда модуляции показателя преломления, но и меняется сам профиль  $n_{nl}(x)$ , причем образуемое пологое «дно» способствует более эффективному отражению сигнальной волны и меньшему искажению отраженного сигнала.

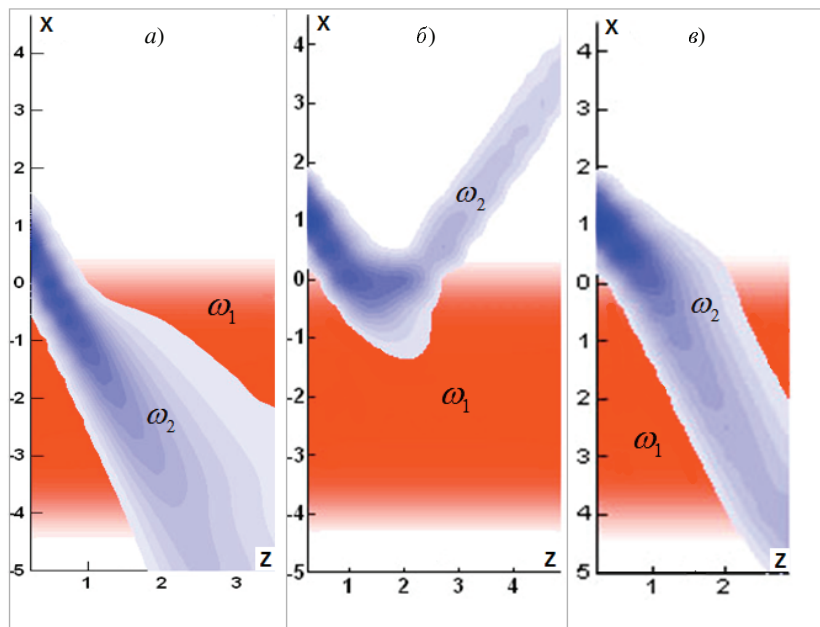


Рис. 2. Нелинейное отражение сигнального пучка на частоте  $\omega_2$  от коллимированного пучка накачки на частоте  $\omega_1$  в кристалле  $\text{LiNbO}_3$ : а) прохождение сигнала сквозь накачку при выборе параметров  $\theta > \theta_{\text{cr}}$ ,  $\gamma_2 = -17.793$ ,  $\gamma_1 = 0$ ; б) отражение сигнала при выборе параметров  $\theta < \theta_{\text{cr}}$ ,  $\gamma_2 = -17.793$ ,  $\gamma_1 = 0$ ; в) прохождение сигнала сквозь накачку в фокусирующей фоторефрактивной среде при  $\theta < \theta_{\text{cr}}$ ,  $\gamma_2 = 17.793$ ,  $\gamma_1 = 0$

Эффект нелинейного отражения может быть реализован только в ФРК дефокусирующего типа (коэффициенты  $\gamma_j < 0$ ). На рис. 2 приведены для сравнения три иллюстрации, демонстрирующие распространение пучков в поперечном сечении  $XZ$  при различных значениях параметров  $\theta$  и  $\gamma_2$ , полученные путем численного моделирования.

## 2. Влияние нелинейной дефокусировки на динамику отражения сигнала

В случае фотовольтаического кристалла  $\text{LiNbO}_3$  дефокусирующий характер нелинейности является естественным. Для многих других фоторефрактивных материалов, например, для кристаллов  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO) или  $\text{Sr}_{1-x}\text{Ba}_x\text{Nb}_2\text{O}_6$  (SBN), необходимый знак нелинейных коэффициентов можно получить выбором ориентации внешнего постоянного электрического поля, приложенного к кристаллу.

Как видно из соотношения (3), для приращения коэффициента преломления  $n_{nl}(x, y)$  изменение профиля пучка накачки при распространении не учитывается, то есть накачка считается коллимированной. В общем случае неколлимированной накачки дефокусировка заметно искажает профиль пучка при распространении вдоль координаты  $z$ . Поэтому соотношение (5) является в этом случае приближенным: уширение пучка накачки приводит к снижению его пиковой амплитуды и, соответственно, к изменению значения критического угла  $\theta_{\text{cr}}$ .

Оценим изменение относительной ширины пучка накачки следующим образом (соотношение справедливо в безабберационном приближении теории самовоздей-

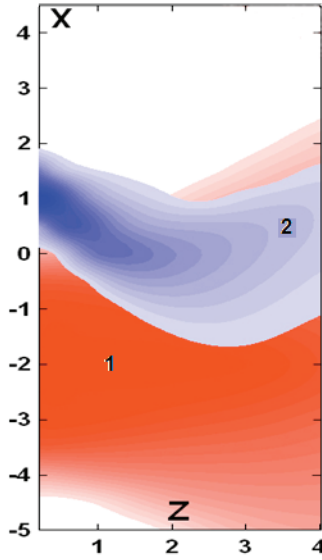


Рис. 3. Динамика отражения сигнального пучка 2 от неоднородности показателя преломления, сформированной полем накачки 1. Значения параметров:  $\gamma_1 = -5$ ,  $\gamma_2 = -11$ ,  $I_1 = 1$

ствия волновых пучков в нелинейной среде):

$$f_1^2 \cong 1 + z^2 \left( \frac{1}{R_{1d}^2} + \frac{1}{R_{1nl}^2} \right), \quad (6)$$

где  $f_1$  – безразмерная относительная ширина пучка накачки,  $R_{1d} = k_1 a_1^2 / 2$  – дифракционная длина,  $R_{1nl} = a_1 n_0 (2n_{nl}^2(\gamma_1) E_{10}^2)^{-1/2}$  – нелинейная длина. Уменьшение пиковой интенсивности поля накачки пропорционально квадрату относительного уширения пучка:

$$\frac{A_{1\max}^2(z)}{E_{1\max}^2(0)} \cong \frac{1}{f_1^2(z)} \sim \frac{a_1^2}{|\gamma_1| z^2}. \quad (7)$$

Введем следующий критерий: будем считать допустимым, если в процессе распространения до встречи с сигналом пучок накачки уширяется в  $\sqrt{2}$  раз, то есть  $f_1^2 = 2$ , и пиковая интенсивность уменьшается максимально в два раза (большее уширение основного пучка, очевидно, не следует рассматривать из физических соображений). Данный критерий накладывает ограничение на выбор коэффициента нелинейности  $\gamma_1$ . При выборе  $|\gamma_1| \leq 5$  максимальное уширение накачки на безразмерной длине  $z = 2$ , необходимое для достижения сигналом неоднородной области показателя преломления, удовлетворяло заданному критерию. Понижение значения коэффициента нелинейности сигнала ведет к изменению критического угла отражения, который составил в этом случае  $\theta_{cr} \cong 5\theta_d$  при выборе  $\gamma_1 = -5$ ,  $\gamma_2 = -11$  и пиковой нормированной амплитуде поля накачки  $E_{1\max}(0) = 1$ . Результат численного моделирования отражения сигнала с учетом нелинейной дефокусировки при параметрах, указанных выше, представлен на рис. 3. Даже при относительной интенсивности поля накачки  $I_1 = 1$  (вдали от насыщения) удалось получить отражение сигнальной волны.

На рис. 4 представлены траектории сигнала в трех случаях: 1) в результате решения дифференциального уравнения (4) в приближении геометрической оптики; 2) численная траектория центра сигнального пучка, распространяющегося в

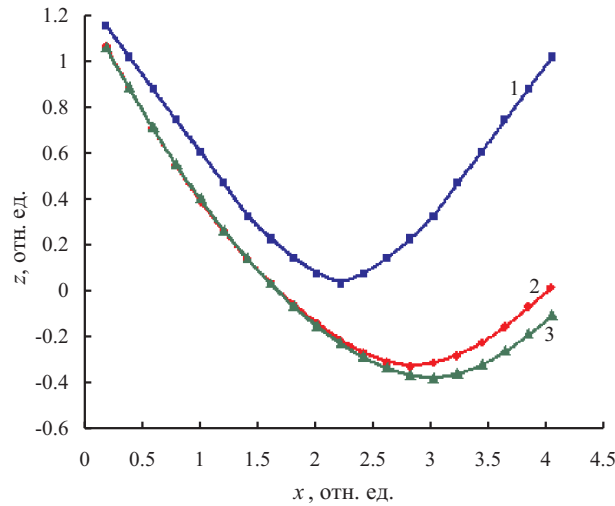


Рис. 4. Траектория сигнала в координатах  $x(z)$

поле коллимированной накачки; 3) численная траектория центра сигнала в случае нелинейной дефокусировки пучка накачки.

### Заключение

Таким образом, становится возможным управлять направлением распространения сигнального пучка в ФРК с дефокусирующей нелинейностью, используя второй более мощный пучок, названный накачкой. Соотношение (5) позволяет оценить начальный угол между пучками, необходимый для реализации отражения сигнала. Дефокусировка накачки снижает эффективность отражения сигнальной волны при заданных начальных условиях. В работе были получены значения параметров пучков и среды, для которых реализуется нелинейное отражение сигнала в условиях дефокусировки пучка накачки. Для переключения направления распространения сигнала могут быть предложены следующие методики: 1) варьирование начального угла распространения вблизи критического; 2) изменение отношения интенсивности лазерного излучения к фоновой интенсивности; 3) переключение полярности или же включение/выключение внешнего электрического потенциала, приложенного к ФРК.

Работа выполнена при поддержке грантами НШ-4870.2006.2, РФФИ (№ 05-02-17308, 06-02-16801), БелРФФИ (№ 04-02-81054), «Университеты России» (УР.01.02.499).

### Summary

*I. V. Kabakova, A. P. Sukhorukov.* All-optical beams control in defocusing photorefractive crystals.

We first consider nonlinear reflection of a weak tilted optical wave from a power laser beam in defocusing photorefractive crystals like  $\text{LiNbO}_3$ . The theoretical model is developed. Media and beams parameters yielded reflection in the case of pump beam defocusing are found. Theoretical results are confirmed by numerical simulation.

**Литература**

1. *Segev M., Crosignani B., Yariv A.* Spatial solitons in photorefractive media // *Phys. Rev.* – 1992. – V. 68, No 7. – P. 923–926.
2. *Шепелевич В.В., Голуб А.А., Коваршик Р., Кислинг А., Матусевич В.* Взаимодействие экранирующих солитонов в кубически активных фоторефрактивных кристаллах // *Квантовая электроника.* – 2005. – Т. 35, № 3. – С. 1–5.
3. *Лобанов В.Е., Сухоруков А.П.* Параметрическая рефракция и отражение оптических пучков // *Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки.* – 2006. – Т. 148, Кн. 1. – С. 163–169.

Поступила в редакцию  
29.01.07

---

**Кабакова Ирина Владимировна** – аспирант физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

E-mail: *i.kabakova@gmail.com*

**Сухоруков Анатолий Петрович** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой радиофизики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

E-mail: *apsmsu@gmail.com*