

УДК 538.958+535.34

## ОПТИЧЕСКАЯ НУТАЦИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ И ПЛОТНЫХ ГАЗАХ

*О.Х. Хасанов, Г.А. Русецкий*

### Аннотация

В работе численно и аналитически исследован сигнал нестационарной оптической нутации в полупроводниковых гетероструктурах  $A_3B_5$  и плотных атомарных газах с учетом влияния эффектов локального поля, таких как динамический сдвиг частоты перехода и нелинейный характер фазовой релаксации. Показано, что в общем случае динамика сигнала может быть описана в рамках модели ангармонического осциллятора с кубической нелинейностью и нелинейным характером диссипации. Анализируется влияние эффектов локального поля на спектр наблюдаемого сигнала.

### Введение

Как известно, в средах с достаточно высокой концентрацией резонансных атомов (если в объеме с линейными размерами, равными длине волны возбуждающего излучения, содержится порядка  $10^5 - 10^6$  атомов) и большим дипольным моментом перехода становится значительным влияние локального поля, обусловленного ближним диполь-дипольным межатомным взаимодействием. К таким средам в первую очередь нужно отнести плотные пары щелочных металлов: Na, K, Rb, Cs. Следует отметить, что в созданных в настоящее время полупроводниковых наноразмерных гетероструктурах дипольный момент перехода между экситонными уровнями может достигать 30–40 Дебай и более. Поэтому влияние локального поля проявляется при значительно меньших концентрациях. Следствием эффекта локального поля является сдвиг резонансной частоты плотного ансамбля – динамический сдвиг Лорентца  $\omega_L n$  [1], где  $\omega_L = (4\pi N \mu^2)/(3\hbar)$  – частота Лорентца, и зависимость скорости фазовой релаксации  $\gamma_{ph}$  от плотности носителей имеет вид:  $\gamma_{ph} = \gamma_{20} + \alpha n$  [2].

### Модифицированные уравнения Блоха.

#### Численное моделирование

Рассмотрим особенности оптической нестационарной нутации в указанных выше средах, предполагая, что спектральная линия является однородно уширенной. Следует отметить, что если для атомарных газов приемлемо рассматривать двухуровневую модель, то в полупроводниковых гетероструктурах, строго говоря, анализ переходных процессов необходимо проводить в многочастичном приближении. Так, например, в структурах  $A_3B_5$  в указанные процессы могут давать вклад экситонные переходы с участием тяжелых и легких дырок. При значительном различии указанных состояний достаточно корректно ограничиться рассмотрением актуальных переходов, и можно свести задачу к двухуровневой модели с учетом

упомянутых выше эффектов локального поля. Тогда проблема может быть сведена к решению следующей системы уравнений [3]:

$$\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = \frac{iE\mu(\rho_{12} - \rho_{21})}{\hbar}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} = \frac{iE\mu(2\rho_{22} - 1)}{\hbar} + \rho_{12}(\gamma_{ph} - \alpha\rho_{22}) + i\rho_{12}(\omega_a + \rho_{22}\omega'), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = \frac{iE\mu(1 - 2\rho_{22})}{\hbar} - \rho_{21}(\gamma_{ph} + \alpha\rho_{22}) - i\rho_{21}(\omega_a + \rho_{22}\omega'), \quad (3)$$

где  $E = E_0 + LP$ ,  $L$  – постоянная локального поля Лорентца, зависящая от пространственной симметрии образца,  $\rho_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) – элементы матрицы плотности,  $\omega'$  – отстройка от резонанса вызванная диполь-дипольным взаимодействием,  $\omega_a - \omega_0 = \delta$ ,  $\omega_0$  – частота резонансного перехода,  $\omega$  – частота возбуждающего импульса. Будем полагать для простоты, что рассматриваемая среда пространственно однородна и симметрична, тогда  $L = 4\pi/3$ .

После ряда преобразований системы уравнений (1)–(3) и после ее обезразмеривания получим:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = iE_in + i(\delta + \omega_L n)p - (\gamma_2 - \alpha n)p, \quad (4)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = 2i(E_i^* p - p^* E_i) - \gamma_1(n - 1), \quad (5)$$

где  $p = u + iv$ ,  $u = \rho_{12} + \rho_{21}$ ,  $v = i(\rho_{12} - \rho_{21})$ ,  $n = \rho_{11} - \rho_{22}$ ,  $E = \mu\tilde{E}/\hbar$ ,  $\delta = (\omega_a - \omega_0)$ ,  $\mu$  – дипольный момент резонансного перехода,  $N$  – концентрация активных центров,  $\gamma_2^{-1} = \gamma_{ph}^{-1} = T_2$ ,  $\gamma_1^{-1} = T_1$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  – времена продольно и поперечной релаксации соответственно,  $\alpha$  – параметр дефазировки, зависящей от возбуждения.

Систему уравнений (4), (5) в случае коротких импульсов (когда влиянием релаксационных процессов можно пренебречь, то есть  $\gamma_1 = \gamma_2 = \alpha = 0$ ) можно свести к следующему уравнению для разности населенностей [4]:

$$\frac{\partial^2 n}{\partial t^2} = - \left( 4E^2 + \delta^2 - \delta\omega_L - \frac{\omega_L^2}{2} \right) n - \frac{3}{2}\delta\omega_L n^2 - \frac{\omega_L^2}{2} n^3 + \delta(\delta + \omega_L). \quad (6)$$

Уравнение (6) представляет собой нелинейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее колебания нелинейного ангармонического осциллятора [5]. Это уравнение можно переписать в виде

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \pm \sqrt{2(W - F(n))},$$

где постоянная  $W$  для ангармонического осциллятора имеет смысл полной энергии, значение которой находится из начальных условий, а  $F(n)$  – потенциальной энергии и вычисляется по формуле:

$$F(n) = \int_0^n \left[ - \left( 4E^2 + \delta^2 - \delta\omega_L - \frac{\omega_L^2}{2} \right) n_1 - \frac{3}{2}\delta\omega_L n_1^2 - \frac{\omega_L^2}{2} n_1^3 + \delta(\delta + \omega_L) \right] dn_1.$$

Функция  $F(n)$  в общем случае может иметь вид двухямного потенциала (рис. 1). Это происходит, например, при  $\omega_L = 4E$  и  $|\delta| \approx 0$ . Относительная глубина на потенциальных ям зависит от начальных условий возбуждения среды. Наличие

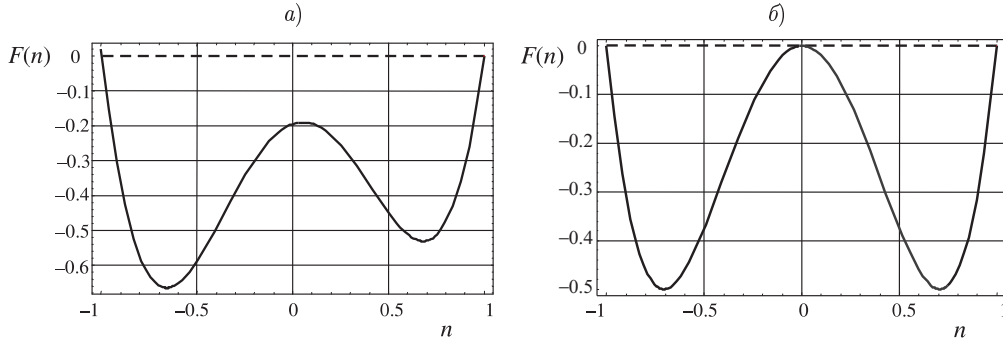


Рис. 1. Вид функции  $F(n)$  при различных значениях отстройки от резонанса. Пунктирная линия соответствует полной энергии системы  $W$ ,  $\omega_L = 4E = 1$ ; а)  $\delta = -0.1$ ; б)  $\delta = 0$

двух минимумов функции  $F(n)$  свидетельствует о двух устойчивых состояниях системы, характеризуемых различными значениями разности населенностей уровней. В общем случае при определенных соотношениях параметров возбуждающего поля и среды возможны переходы из одного устойчивого состояния в другое, а также локализации системы в одном из них. При нулевой отстройке от резонанса (если  $\omega_L = 4E$ ) система переходит в состояние неустойчивого равновесия с бесконечным периодом колебаний. Этот случай соответствует движению по сепаратрисе в фазовом пространстве для разности населенностей. Сепаратриса разделяет области фазовой плоскости с существенно различным характером движения [5].

При резонансном возбуждении однородно уширенной системы уравнение (6) будет иметь вид уравнения Дюффинга, которое в данном случае решается точно:

$$n(t) = -i \frac{\sqrt{16E^2 - \omega_L^2}}{\omega_L} \times \times \operatorname{sn} \left[ \frac{-i}{2} \left( \omega_L t + 2i \operatorname{sn}^{-1} \left( \frac{i\omega_L}{\sqrt{16E^2 - \omega_L^2}} \left| 1 - \frac{16E^2}{\omega_L^2} \right| \right) \right) \left| 1 - \frac{16E^2}{\omega_L^2} \right| \right], \quad (7)$$

где  $\operatorname{sn}(x|k)$  – эллиптический синус Якоби. Из полученного решения видно, что характер осцилляций, в основном определяющийся вторым параметром синуса Якоби, зависит от отношения  $16E^2/\omega_L^2$ . При  $\omega_L = 2\sqrt{2}E$  выражение (7) значительно упрощается:

$$n(t) = \operatorname{sn} \left( \left[ \frac{\omega_L t}{2} + K(-1) \right] \middle| -1 \right),$$

Здесь  $K(-1) \approx 1.31103$ .

Таким образом, в данном случае ангармонические осцилляции происходят с частотой, равной  $\omega_L/2$ . Спектр этого сигнала представляет собой набор кратных гармоник. Следует также отметить, что  $v$ -компонента поляризации пропорциональна производной от разности населенностей.

Остановимся вкратце на результатах численного исследования решения системы уравнений (1)–(3). На рис. 2 и 3 представлены спектры сигнала нутации в зависимости отстройки от резонанса и параметра  $\alpha$  соответственно. Спектральная зависимость интенсивности на указанных рисунках представлена линиями равной интенсивности. На рис. 2 более светлые области соответствуют большей интенсивности, а на рис. 3 большей интенсивности соответствуют более темные области. Сравнение рис. 2, а и 2, б показывает, что локальное поле приводит к существенному изменению спектрального состава сигнала нестационарной нутации.

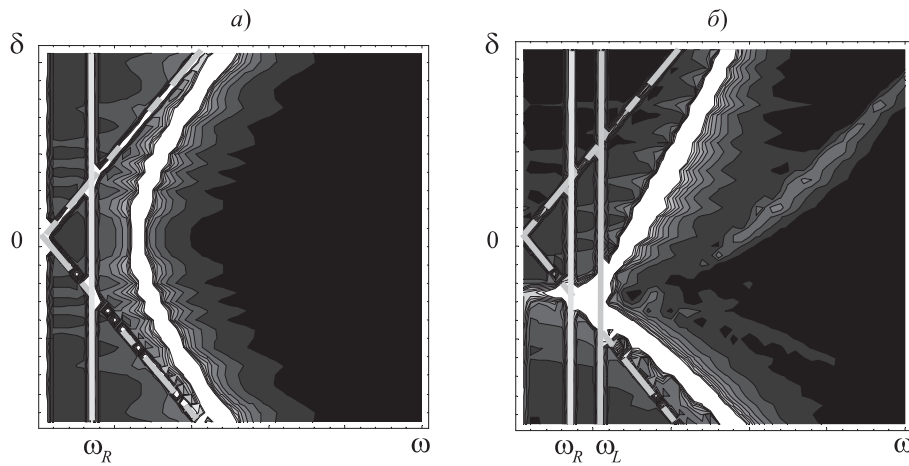


Рис. 2. Спектр нутационного сигнала в зависимости от отстройки от резонанса.  $\omega_R$  – частота Раби. Пунктирная линия соответствует частоте отстройки от резонанса,  $\alpha = 0$ ,  $\gamma_2 = 0$ ; а)  $\omega_L = 0$ ; б)  $\omega_L \neq 0$

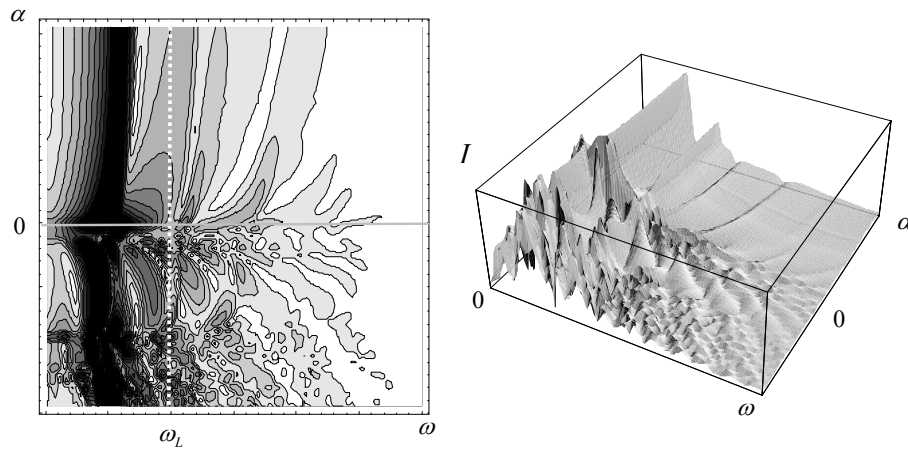


Рис. 3. Спектр сигнала нестационарной нутации в зависимости от параметра  $\alpha$ ,  $\alpha$  изменяется от  $-\gamma_2$  до  $\gamma_2$ ,  $\alpha < 0$  соответствует случаю возбуждения газовых сред, а  $\alpha > 0$  – полупроводников. Темные линии характеризуют спектральный состав сигнала нутации

Более того, проявляется асимметричная зависимость спектра нутации относительно отстройки лазерного излучения от резонанса. При положительной отстройке в спектре появляется дополнительная гармоника на кратной частоте. Как следует из рис. 2, б, при  $\delta \approx \omega_R$ , где  $\omega_R = 2E$  – частота Раби, происходит резкое изменение спектра: частота осцилляций становится равной нулю. Такое бифуркационное поведение рассматриваемой системы является следствием влияния локального поля и соответствует поведению частицы в потенциальном поле  $F(n)$  вблизи седловой точки.

На рис. 2 представлен спектр сигнала нутации в зависимости от нелинейного характера фазовой релаксации, характеризуемого параметром  $\alpha$ . В полупроводниковой наноразмерной гетероструктуре, анализ которой проводился на примере GaAs-системы, параметр  $\alpha > 0$ . В этом случае, как показывает анализ, спектр

нестационарной нутации представляет собой набор отдельных линий. В газовых средах с достаточно высокой оптической плотностью скорость фазовой релаксации уменьшается с ростом интенсивности возбуждающего импульса ( $\alpha < 0$ ) [6]. Спектральный состав сигнала нутации в таких средах значительно усложняется, и выделить отдельные линии становится практически невозможным.

### Выводы

В условиях влияния локального поля в полупроводниковых наноструктурах наблюдается значительное изменение характера нестационарной оптической нутации. Динамический сдвиг частоты Лорентца  $\omega_L n$  приводит к тому, что в спектре сигнала нутации появляются дополнительные частоты осцилляций, которые зависят от величины и знака отстройки частоты возбуждающего импульса и отношения  $\delta/\omega_L$ . При  $\delta \rightarrow \omega_R$  спектр сигнала нутации состоит из набора кратных частот. При  $\delta \approx \omega_R$  проявляется бифуркационное поведение сигнала.

Зависимость скорости фазовой релаксации от интенсивности возбуждающего импульса (параметр  $\alpha$ ), характерная для полупроводниковых структур и плотных газов, существенно влияет на спектральный состав наблюдаемого сигнала нутации. Если спектр нутационных сигналов полупроводниковых структур характеризуется дискретным набором частот, зависящим от  $\alpha$ ,  $\omega_L$ ,  $\delta$ , то спектр сигнала в плотных газах трудно идентифицировать, поскольку он определяется сложной спектральной суперпозицией.

Работа выполнена в рамках государственной программы «Нанотех», номер задания 6.02 и при финансовой поддержке совместного комплексного Интеграционного проекта ОИФТТП НАНБ и ИФП СО РАН.

### Summary

*O.Kh. Khasanov, G.A. Rusetsky.* Optical nutation in semiconductor heterostructures and dense gases.

In the present work the nonstationary optical nutation signals in semiconductor heterostructures  $A_3B_5$  and dense atomic gases are analyzed analytically and numerically taking into account local field effects such as excitation induced shift and excitation induced dephasing. In general case The signal dynamics is shown can be described in the frame of anharmonic oscillator model with cubic nonlinearity as well as nonlinear dissipation. The local field effects on the observed signal spectrum is analyzed.

### Литература

1. Wang H., Ferrio K., Steel. D.G. Transient nonlinear optical response from excitation induced dephasing in GaAs // Phys. Rev. Lett. – 1993. – V. 71. – P. 1261–1264.
2. Chemla D.S., Knox W.H., Miller D.A.B. et al. The excitonic optical Stark effect in semiconductor quantum wells probed with femtosecond optical pulses // J. Lumin. – 1989. – V. 44. – P. 233–246.
3. Shacklette J.M., Cundiff S.T. Role of excitation-induced shift in the coherent optical response of semiconductors // Phys. Rev. B. – 2002. – V. 66. – P. 045309-1–045309-6.
4. Сазонов С.В. Бистабильность в среде с диполь-дипольным взаимодействием // ФТТ. – 1988. – Т. 30. – С. 3226–3230.
5. Карлов Н.В., Кириченко Н.В. Колебания волны структуры. – М.: Физматлит, 2003. – 496 с.

6. *Cundiff S. T.* Time domain observation of the Lorentz-local field // *Laser Physics*. – 2002. – V. 12, No 8. – P. 1073–1078.

Поступила в редакцию  
15.01.07

---

**Хасанов Олег Хайруллоевич** – ведущий научный сотрудник Объединенного Института физики твердого тела и полупроводников НАНБ, г. Минск, Беларусь.

**Русецкий Григорий Александрович** – младший научный сотрудник Объединенного Института физики твердого тела и полупроводников НАНБ, г. Минск, Беларусь.

E-mail: *Grischika@tut.by*