

## Разработка темы «Формулы сокращенного умножения» в контексте требований ФГОС ООО

Елена Анатольевна ВАСИЛЬЕВА,  
учитель математики МБОУ «Лицей №116»

Плохой учитель преподносит истину,  
хороший учит находить ее.  
А. Дистервег

Сегодня главным действующим лицом на уроке становится ученик. Роль учителя в этом случае состоит в том, чтобы организовать урок так, чтобы в процессе обучения у ученика формировались универсальные учебные действия, которые обеспечивают развитие личности ученика.

В связи с этим мы с Рыбкиной Г.Д. (учитель математики МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 12») разработали задания для оценки достижений планируемых результатов по теме «Формулы сокращенного умножения» в соответствии с требованиями ФГОС ООО.

В данной теме вводятся новые понятия: квадрат суммы и квадрат разности двух выражений, разность квадратов, разность и сумма кубов двух выражений, а также применение формул в преобразованиях выражений.

Поэтому основной целью нашей работы являлось выработать умение применять на базовом уровне формулы сокращенного умножения для преобразования целых выражений в многочлены, для разложения многочленов на множители и для нахождения значений числовых выражений.

Учитывая, что правильная работа учителя математики с темой «Формулы сокращенного умножения» заключается в системном подходе к проблеме, то для этого мы в каждой подтеме разработали задания базового уровня, повышенного и профильного.

Приведу пример.

### **Задания для оценки достижений планируемых результатов по теме «Умножение разности двух выражений на их сумму»**

**Планируемый результат:** понимать и знать формулу произведения разности двух выражений на их сумму.

**Умения,** характеризующие достижения этого результата:

- Выполнять умножение суммы и разности выражений;
- Применять для вычисления значения числового выражения

#### **Примеры заданий**

**Умение представить в виде многочлена произведение двучленов;**

**Задание 1. (базовый уровень)**

Выполните умножение:  $(1 + 3p)(3p - 1)$

**Задание 2. (повышенный уровень)**

Представьте выражение в виде многочлена  $(4x - 5y)(5y + 4x)$

**Задание 3. (Профильный уровень)**

Выполните умножение:  $(x^n - y^n)(x^n + y^n)$

**Умение применять для вычисления значений числового выражения;**

**Задание 1. (базовый уровень)**

Используя формулу  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ ,

вычислите  $79 \cdot 81$

Задание 2. (повышенный уровень)

Найдите значение выражения:

$$2,7 \cdot 3,3$$

Задание 3. (Профильный уровень)

Сравните числа  $246357^2$  и  $2465356 \cdot 246358$ .

Также нами были подобраны дополнительные задания по теме «Формулы сокращенного умножения».

**Планируемые результаты:**

**познавательные:** выдвижение гипотез, анализ, синтез, выбор наиболее эффективных способов решения задач, осознанное и произвольное построение речевых высказываний и составление текстов в устной и письменной формах;

**регулятивные:** саморегуляция как способность к мобилизации сил и энергии, к волевому усилию и преодолению препятствий; развитие творческих способностей;

**коммуникативные:** определять общую цель, пути ее достижения.

Примеры некоторых заданий.

Задание 4.

Используя бином Ньютона расписать выражение  $(x - a)^7$ .

Задание 6.

Длина прямоугольника на 3 см больше стороны квадрата, а ширина на 3 см меньше стороны квадрата. Площадь какой фигуры больше и на сколько?

Задание 7.

Найдите ошибку:

1)  $(x - 8)(x + 8) = x^2 - 64$ ;

2)  $(2x + 3)^2 = 4x + 9$ ;

3)  $(5x + 3)(3 - 5x) = 25x^2 - 9$ ;

4)  $(x - 9)^2 = x^2 + 18x + 81$ ;

5)  $(x - 6)(x + 6) = x^2 - 12$ .

Задание 11.

Домашнее задание: доказать формулы сокращенного умножения геометрическим способом.

*Некоторые правила сокращенного умножения были известны еще около 4 тысяч лет тому назад. Их знали вавилоняне и другие народы древности. Но в то время они формулировались словесно или геометрически.*

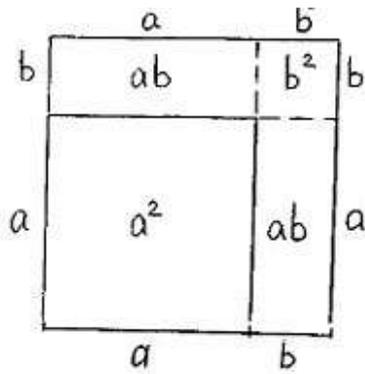
*Ни у древних Египтян, ни у древних вавилонян в алгебре не было букв. Буквами для обозначения чисел не пользовались и греческие учёные.*

Ответ:

1) Доказательство формулы  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

У древних греков величины обозначались не числами или буквами, а отрезками прямых. Они говорили не “ $a^2$ ”, а “квадрат на отрезке  $a$ ”, не “ $ab$ ”, а “прямоугольник, заключенный между отрезками  $a$  и  $b$ ”.

Первым с доказательством этой формулы столкнулся древнегреческий учёный Евклид, живущий в Александрии в III веке до н.э., так как в те времена не было букв, он пользовался геометрическим способом доказательства формулы.



$$S = S_1 + S_2 + 2S_3$$

Из данного рисунка видно, что площадь квадрата со стороной  $(a + b)$  равна сумме площадей квадрата со стороной  $a$ , квадрата со стороной  $b$  и двух прямоугольников с длиной  $a$  и шириной  $b$ .

Если прямая линия (имеется в виду отрезок) разделен на 2 отрезка  $a$  и  $b$ , то квадрат на всей прямой, т.е.  $(a + b)^2$  равен  $a^2 + b^2 + 2ab$ .

Значит,  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2) Доказательство формулы  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Чтобы доказать формулу сокращённого умножения,  $(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b)$  другим способом возьмём прямоугольник со сторонами  $(a + b)$  и  $(a - b)$



$a - b$

$$S = S_1 + S_2$$

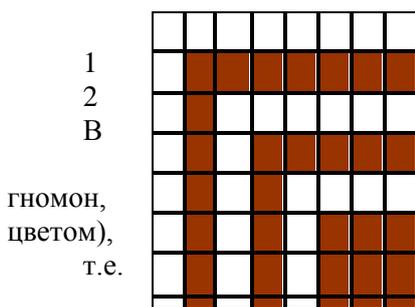
Его площадь равна  $(a + b) \cdot (a - b)$ .

Этот прямоугольник разрежем на два прямоугольника со сторонами  $b$  и  $(a - b)$  и  $a$  и  $(a - b)$ .

$$S = S_1 + S_2 = b \cdot (a - b) + a \cdot (a - b) = ba - b^2 + a^2 - ab = a^2 - b^2$$

Задание 13.

(из истории математики) Задача Пифагора: Всякое нечётное число, кроме единицы, есть разность двух квадратов.



ГНОМОН,  
цветом),  
т.е.

Решение:  
способ.  $(n+1)^2 - n^2 = (n+1-n)(n+1+n) = 2n+1$  - нечётное число  
способ.  $(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n+1$  - нечётное число  
школе Пифагора эта задача решалась геометрически. Действительно, если к квадрату со стороной  $n$  прибавить представляющий нечётное число  $2n+1$  (на рис. выделено то получится квадрат со стороной  $n+1$ ,  $n^2 + (2n+1) = (n+1)^2$  или  $(n+1)^2 - n^2 = 2n+1$

Задание 14.

*Занимательные задачи (математический фокус)*

- Задумайте число (до 10);*
- Умножьте его на себя;*
- Прибавьте к результату задуманное число;*
- К полученной сумме прибавьте 1;*
- К полученному числу прибавьте задуманное число.*

Скажите мне число, которое у вас получилось и я отгадаю, какое число вы задумали.

Решение:  $x^2 + x + 1 + x = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$

Например,  $5 \cdot 5 + 5 + 1 + 5 = 36$ ,

$x = \sqrt{36} - 1 = 6 - 1 = 5$ .

*(Методичку с полным содержанием материала оставляю на кафедре факультета)*

Эти и другие задания мною были выложены на яндекс-диске, возможностями которого я пользуюсь уже несколько лет. Облачный сервис компании Яндекс - это Яндекс-Диск, который позволяет хранить файлы на серверах Яндекса. Можно работать с файлами Диска на любом устройстве, подключенном к интернету. Яндекс-Диск позволяет поделиться ссылкой на любой файл, хранящийся там. Сервис генерирует ссылку, когда файлу или папке предоставляется публичный доступ.

Для каждого класса была создана папка, соответствующая нумерации классов, ученики которых получили доступ по ссылке только к своим папкам. В них я размещаю дополнительные задания, индивидуальные домашние задания, тематические задания по ОГЭ или ЕГЭ, тесты, задания из учебных пособий и учебников, объявления и т.д.

Учащиеся решали данные задания в отдельных тетрадях по мере изучения темы «Формулы сокращенного умножения», самостоятельно выбирая уровень, который соответствует их знаниям. Затем я проверяла их работы, разбирала задания, которые вызвали затруднения в решении и проводила зачет.

Заключительным этапом изучения данного материала был обобщающий урок по теме «Формулы сокращенного умножения»

Остановимся на некоторых моментах урока.

Целями урока были: обобщить и систематизировать знания по теме; отработать навыки применения формул сокращенного умножения при решении задач.

Задачами урока являлись:

1) **Образовательные:** свободно применять формулы к разложению многочлена на множители, при упрощении выражений, решении уравнений;

2) **Развивающие:** формировать навыки рационального счета, самоконтроля и взаимоконтроля, самоанализа своей учебной деятельности; развивать умение систематизировать и применять полученные знания, познавательный интерес учащихся, логическое мышление, математическую речь, наблюдательность;

3) **Воспитательные:** формирование интереса к решению примеров; воспитание чувства взаимопомощи, самоконтроля, математической культуры, сообразительности, внимательности, ответственности, творческого отношения к учебному труду.

Любой открытый урок учителю приносит много хлопот и требует огромной подготовки. Поэтому я стараюсь продумывать оборудование урока так чтобы оно в дальнейшем пригодилось. Так к этому уроку были изготовлены комплекты значков с номерами от 1 до 6 для каждой команды. Экономится время, когда называешь номер выполняющего задание, а не перечисляешь фамилии учащихся из каждой команды.

На каждом столе находились таблички, означающие номер команды.

И вот как был оформлен кабинет.



Рассмотрим этапы урока.

1. **Организационный момент** (приветствие учителя, постановка цели и то, что конечный продукт этого урока – создание коллективного справочника по данной теме).
2. **Актуализация знаний** (Повторение формул разными способами: работа с формулами-плакатами на доске; эстафета, задания в которой брала из заданий с Яндекс-Диска)



**Задание 1.**  
Найдите ошибку:

- 1)  $(x - 8)(x + 8) = x^2 - 64$ ;
- 2)  $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$ ;
- 3)  $(5x + 3)(3 - 5x) = 9 - 25x^2$ ;
- 4)  $x^3 - 27 = (x-3)(x^2 - 3x + 9)$ ;
- 5)  $(x - 6)^2 = x^2 - 12x + 36$ .

←

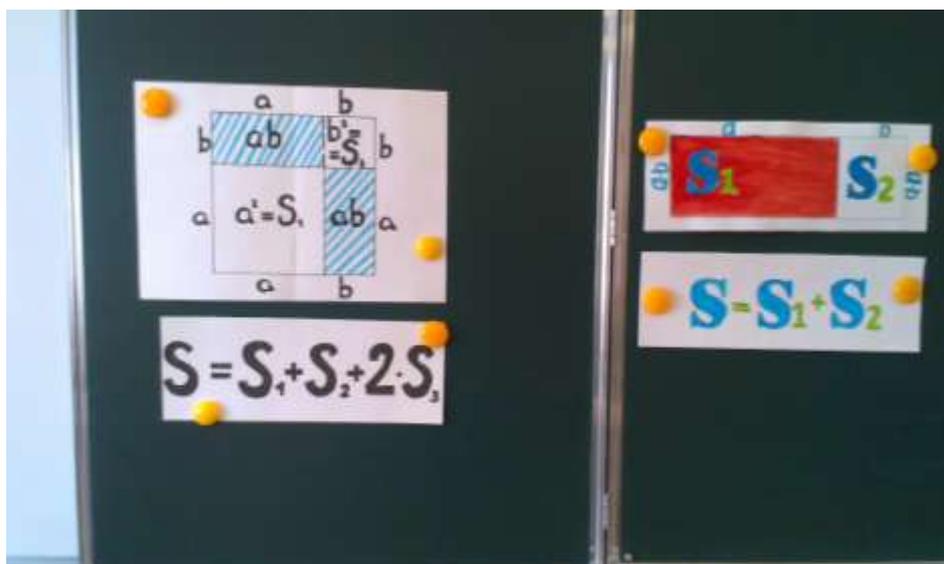
На этом этапе действуют:

- регулятивные УУД (уметь оценивать правильность выполнения заданий),
- коммуникативные (умение слушать своего товарища; развитие устной речи).

**3. Проверка домашнего задания** (Домашним заданием некоторых учащихся было доказать формулы сокращенного умножения геометрическим способом)

На данном этапе действуют:

- познавательные УУД (уметь выстраивать поиск решения),
- коммуникативные (умение с достаточной полнотой и точностью выразить свои мысли, развитие представления о месте математики в системе наук).



4. **Индивидуальная работа в группах** (На столах лежат конверты с заданиями. Ученик должен взять задание со своим номером. Решив его, передает задание соседу с левой стороны. В итоге, учащиеся должны выполнить по три задания (задания аналогичные заданиям с Яндекс-Диска)).

На этом этапе действуют:

- регулятивные УУД (составление плана и последовательности действий, саморегуляция),
- познавательные (выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий)

#### 5. Физкультминутка.

#### 6. Работа в парах. (с соседом по правой руке)

Учащиеся решают уравнения, применяя формулы сокращенного умножения.

Учитель выборочно проверяет ответы у учащихся, а затем решение показывается на слайде. Максимальный балл за это задание-5. Учащиеся выставляют в оценочный лист в графу «Работа в парах».

#### Приложение 2.

Оценочный лист.

Фамилия, имя \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

Задание	б	
	аллы	балл
1. Эстафета		5
2. Из истории математики		1
3. Индивидуальная работа в группе (баллы складываются)		17
4. Работа в парах		5
5. Общая работа группы		5
Итог		33
Отметка		

На этом этапе действуют:

- регулятивные УУД (составление плана и последовательности действий, оценка результатов работы),
- познавательные (выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий)
- коммуникативные (умение договариваться и приходить к общему решению в совместной деятельности, готовность конструктивно разрешать конфликты)

### 7. Общая работа в группах. (записывают решение на листе А<sub>3</sub>, маркер)

#### Задание для I и III группы.

Длина прямоугольника на 3 см больше стороны квадрата, а ширина на 3 см меньше стороны квадрата. Площадь какой фигуры больше и на сколько?

#### Задание для II, IV и V групп.

Вычислите:

$$\frac{47^3 + 33^3}{47^2 - 47 \cdot 33 + 33^2}$$

На этом этапе действуют:

- регулятивные УУД (составление плана и последовательности действий, внесение необходимых дополнений и коррективов в план),
- познавательные (выбор наиболее эффективных способов решения задач),
- коммуникативные (умение договариваться и приходить к общему решению в совместной деятельности, готовность конструктивно разрешать конфликты, умение излагать свое мнение и аргументировать свою точку зрения)

### 8. Итог урока. Рефлексия.

- 1) Учащиеся создают справочник, вывешивая на доску свою страницу



- 2) Домашнее задание :  
яндекс-диск (*папка «домашняя работа», разноуровневые задания по теме «Формулы сокращенного умножения»*)
- 3) Оценка работы. Подведение итогов в оценочных листах.
- 4) Учащиеся оценивают с помощью смайликов свое настроение в конце урока.  
(Ученик с номером 4 подводит итог по группе, а учитель – по классу и вывешивает доминирующий смайлик на доске).

На мой взгляд организованная таким образом деятельность учащихся позволяет: систематизировать материал; спрогнозировать конкретные результаты, на которые должны выйти учащиеся по окончании темы; способствует развитию творческого мышления школьников; знания усваиваются быстрее и на более длительный срок.

Главным же результатом стало то, что полученный опыт самостоятельной организации учебного процесса (умения учиться) учащиеся применяли в дальнейшем и на других уроках, демонстрируя как личностный, так и коммуникативный подход к решению тех или иных задач.

Считаю, что введение ФГОС поможет:

- поднять интерес учащихся к обучению, а также развивать их творческую деятельность;
- создать благоприятные условия для развития логического мышления, культуры устной и письменной речи, навыков общения и работы в коллективе;
- понять роль знаний на практике и их применение в разных областях деятельности человека.

### Список литературы:

1. *Федеральный государственный образовательный стандарт общего основного образования / М-во образования и науки Рос. Федерации. – М.: Просвещение, 2011. – 48 с.*
2. *Примерные программы по математике. – М.: Просвещение, 2010. – 67 с.*
3. *Асмолов А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя/под ред. А.Г. Асмолова. - М.: Просвещение, 2010. - 159 с.*
4. *Боженкова Л.И. Алгебра в схемах, таблицах, алгоритмах УУД. Учебные материалы. – М., Калуга: КПКУ им. К.Э. Циолковского, 2012. – 55 с.*
5. *Данилюк А.Я., Кондаков А.М., Тишков В.А. Концепция духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России. - М.: Просвещение, 2009. - 24 с.*
6. *Ершова А.П., Голобородько В.В., Ершова А.С. Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и геометрии для 7 класса. – М.: ИЛЕКСА, 2007. – 176 с.*
7. *Мордкович А.Г., Александрова Л.А., Мишустина Т.Н., Тульчинская Е.Е. Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений. -11-е изд.-М.: Мнемозина, 2008.-223с.*
8. *Макарычев Ю.Н. Алгебра 7 класс: учебник для общеобразовательных учреждений.- М.: Просвещение, 2007.-271 с.*
9. *Александрова Л.А. Алгебра. Самостоятельные работы для 7 класса общеобразовательных учреждений.-М.: Мнемозина, 2007.-104с.*
10. *Александрова Л.А. Алгебра. Контрольные работы для 7 класса общеобразовательных учреждений.-М.: Мнемозина, 2007.-32с.*
11. *Феактистов И.Е. Алгебра. 7 класс. Дидактические материалы. Методические рекомендации.-М.: Мнемозина, 2011.-166с.*
12. *Макарычев Ю.Н. Алгебра 7 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений.- М.: Мнемозина, 2008.-335 с.*
13. *Малкова Н.Г. Организация групповой работы на уроках математики. //Сайт «ПЕДСОВЕТ.ORG». - [http://pedsovet.org/component/option,com\\_mtree/task,viewlink/link\\_id,4501/Itemid,118/](http://pedsovet.org/component/option,com_mtree/task,viewlink/link_id,4501/Itemid,118/)*
14. *Рурукина А.Н., Лупенко Г.В., Масленникова И.А. Поурочные разработки по алгебре: 7 класс. – М.: ВАКО, 2006. – 416 с.*

### Контактные данные автора:

1. Васильева Елена Анатольевна, тел. 89503217169, e-mail: [elenavasilieva116@yandex.ru](mailto:elenavasilieva116@yandex.ru).