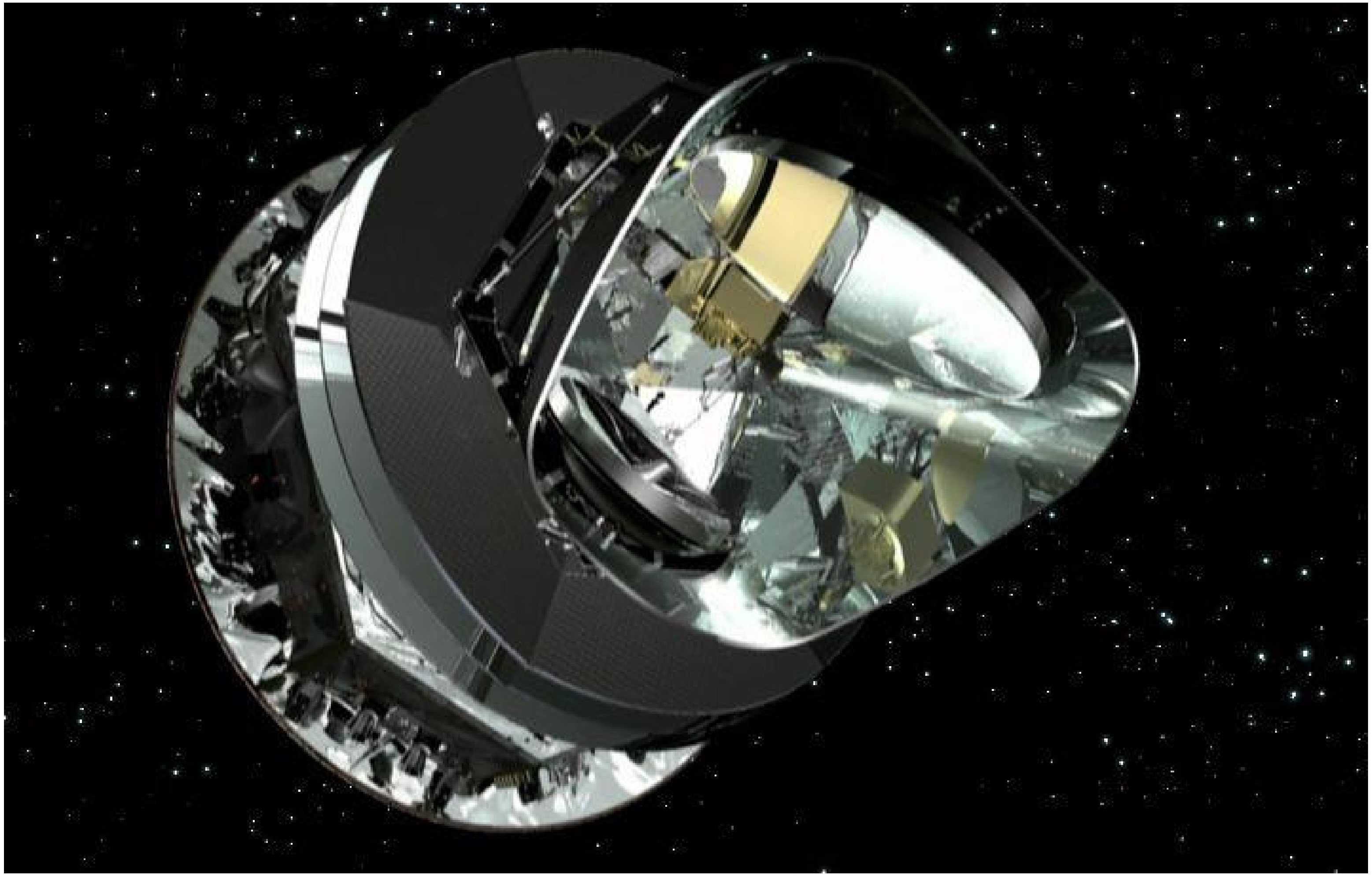
Посвящается 110-летию со дня рождения Д.Д. Иваненко

Нестационарная космология с вращением

- В.Ф. Панов, В.Н. Павелкин, Е.В. Кувшинова, О.В. Сандакова

- Пермский государственный национальный исследовательский университет
- 2014г.

Телескоп «Планк»



Работы по глобальной анизотропии

- ***Исследование векторов поляризации электромагнитного излучения, пришедшего от далеких квазаров***
- D. Hutsemekers, Astron. Astroph. 332, 410(1998).
- Payez, J.R. Cudel, D. Hutsemekers, astro – ph / 1204.6614v1. (2012)

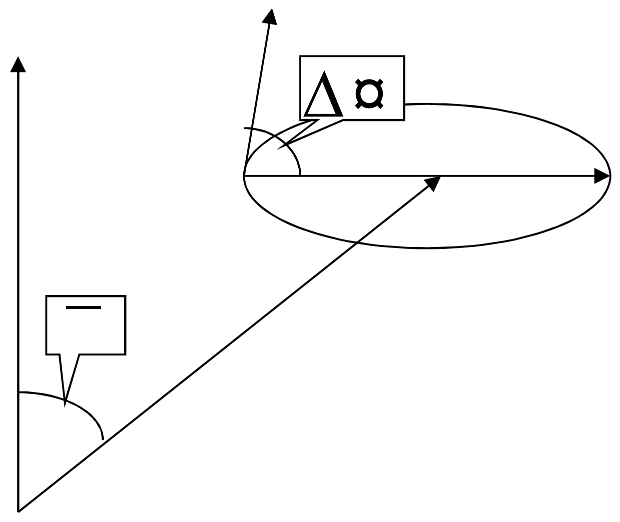
- ***Спиральные галактики***
- Michael J. Longo, astro – ph / 0703325 (2007)
- Michael J. Longo, astro – ph / 1104.2815 (2011)

Космология с вращением – 31 год в Перми

- Cosmology with rotation – 31 years in Perm

- **Gamov G. Rotating Universe?//Nature. – 1946. – V.158. – N.4016. – P.549.**
- Godel K. Rev. Mod. Phys. 1949. – V.21. – P.447-450.
- **Birch P. Is the Universe rotating?//Nature. – 1982. – V.298. – N.5873. – P.451-454.**

$$\Delta ¤ = ¤_0 \cos \text{—}$$



- ***Иваненко Д.Д. Вращение Вселенной //Астрон. Цирк АН СССР. - 1983. - №1254. – С.1-3.***
- Работы В.Г. Кречета, В.Ф. Панова
- ***Станюкович К.П. Гравитационное поле и элементарные частицы. – М.: Наука, 1965.***

$$J \approx \hbar N^{3/2}, \qquad N = \frac{M}{m_p}$$

- Мурадян, Сухаревский
- ***Иваненко Д.Д., Короткий В.А., Обухов Ю.Н. Микроволновое фоновое излучение во вращающейся и расширяющейся Вселенной //Астрон. цирк АН СССР. – 1987. - №1510. – с.2-4.***

$$\mu_{\text{«¬}} = -\frac{1}{2}\left(u_{\text{«},\text{¬}} - u_{\text{¬},\text{«}}\right) + \frac{1}{2}\left(a_{\text{«}} u_{\text{¬}} - a_{\text{¬}} u_{\text{«}}\right)$$

$$\text{—} = u^{\text{«}}{}_{;\text{«}} \qquad a_{\text{«}} = u_{\text{«};\text{¬}} u^{\text{¬}} \qquad \mu = \left(\frac{1}{2}\mu_{\text{«¬}}\mu^{\text{«¬}}\right)^{1/2}$$

- ***Иваненко Д.Д., Обухов Ю.Н., Короткий В.А., Панов В.Ф., Кречет В.Г., Гуц А.К., Rebouskas M.J., Vaidya P.C., Bradley J.M., Sviestins E.***

$$\mu_{pl} = 10^{43}\ {}^{1}\!/_{c}$$

- Gron O., Soleng H.H. Decay of primordial cosmic rotation in inflationary cosmologies // Nature/ - 1987. – V.328. – N.6130 – P.501-503.
- ***Панов В.Ф. Спонтанное нарушение симметрии в космологических моделях с вращением //ТМФ. – 1988. – Т.74. - №3. – С.463-468.***
- Кувшинова Е.В., Сандакова О.В.
- ***Панов В.Ф., Сбытов Ю.Г. ЖЭТФ, т. 101, вып. 3, 1992, с. 769 – 778.***

$$\Delta\text{¤} \approx \text{¤}_0 \sin^2\text{—},\ \text{при}\ \ \Omega_0 = 10^{-13}\ {}^{\text{рад}}\!/_{\text{год}},\ \Delta\text{¤} \approx 4 * 10^{-6}$$

- Pavelkin V.N., Panov V.F. Large scale anisotropy of microwave background radiation in rotating cosmologies // Inr.J.Mod.Phys.D. – 1995. – V.4. – N.1-P.161-165.
- ***Квантовое рождение Вселенной с вращением***
- Кувшинова Е.В., Панов В.Ф. квантовое рождение вращающейся Вселенной // Известия вузов. Физика. – 2003. – Т. 46, №10. – с. 40-47.
- Сандакова О.В., Фильченков М.Л., Сайбаталов Р.Х.

Сандакова О.В.

Инфляционная модель типа IX по Бьянки со скалярным полем, анизотропной жидкостью и пылью

Построение новых космологических моделей

Будем искать решения уравнений Эйнштейна

$$R_{\text{«¬}} - \frac{1}{2} g_{\text{«¬}} R = \text{æ} T_{\text{«¬}}$$

Тензор энергии - импульса (ТЭИ) идеальной жидкости (пыли)

$$T^{'}_{\text{«¬}} = \text{£} \tilde{u}_{\text{«}} \tilde{u}_{\text{¬}} ,$$

ТЭИ анизотропной жидкости

$$T_{ik} = (\text{°} + \text{®}) u_i u_k + (\text{±} - \text{®}) \text{¡}_i \text{¡}_k - \text{®} g_{ik},$$

где $u_a = (1,0,0,0),\ \text{¡}_a = (0,1,0,0),\ \tilde{u}_a = (u_0, u_1, 0, 0)$

ТЭИ скалярного поля $T_{ab} = \text{¨}_{,a} \text{¨}_{,b} - \left\{ \frac{1}{2} \text{¨}_{,k} \text{¨}_{,l} g^{kl} - U(\text{¨}) \right\}$

Кинематические параметры моделей

Параметр расширения модели $¯ = u^{«}_{;«}$

Вектор ускорения $a_{«} = u_{«;¬}u^{¬}$

Тензор угловой скорости вращения $\mu_{«¬} = -\frac{1}{2}(u_{«,¬} - u_{¬,«}) + \frac{1}{2}(a_{«}u_{¬} - a_{¬}u_{«})$

Тензор сдвига $\pm_{«¬} = -u_{(«;¬)} + a_{(«}u_{¬)} - \frac{1¯}{3}(u_{«}u_{¬} - g_{«¬})$

Параметр вращения $\mu = \left(\frac{1}{2}\mu_{«¬}\mu^{«¬}\right)^{1/2}$

ускорение $a = (-a_{«}a^{«})^{1/2}$

Параметр сдвига $\pm = \left(\frac{1}{2}\pm_{«¬}\pm^{«¬}\right)^{1/2}$

РЕШЕНИЕ ДЛЯ МЕТРИКИ ТИПА IX ПО БЬЯНКИ

$ds^2 = \eta_{\alpha\beta}\,\theta^\alpha\,\theta^\beta,\ \alpha, \beta = \overline{0{,}3},$

где $\eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, θ^α — ортонормированные 1-формы, выражающиеся следующим образом:

$$\theta^0 = dt - R\,v_A\,e^A,\ \theta^1 = R\,\mathrm{K}_1\,e^1,\ \theta^2 = R\,\mathrm{K}_2\,e^2,\ \theta^3 = R\,\mathrm{K}_3\,e^3,$$

$$R = R(t),\ \text{а}\ \mathrm{K}_A, v_A = \mathrm{const},\ \text{причём}\ \mathrm{K}_A > 0,\ \text{при}\ A = 1, 2, 3.$$

1-формы e^A имеют вид:

$$e^1 = \cos y \cos z\,dx - \sin z\,dy$$
$$e^2 = \cos y \sin z\,dx + \cos z\,dy$$
$$e^3 = -\sin y\,dx + dz$$

Уравнения Эйнштейна в тетрадной форме

$$G_{00}=-\left(2\frac{R''}{R}+\frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{v_1^2}{K_1^2}+3\frac{R'^2}{R^2}+\frac{2K_1^2+K_2^2}{4K_2^4R^2}=\circ+U+\pounds(u_1^2+1)+\frac{\cdot\cdot\,{}'^2}{2}\left(1+\frac{v_1^2}{K_1^2}\right)$$

$$G_{11}\equiv-\left(2\frac{R''}{R}+\frac{R'^2}{R^2}\right)+3\frac{R'^2}{R^2}\frac{v_1^2}{K_1^2}+\frac{2K_1^2-3K_2^2}{4K_2^4R^2}=\pm-U+\pounds u_1^2+\frac{\cdot\cdot\,{}'^2}{2}\left(1-\frac{v_1^2}{K_1^2}\right)$$

$$G_{22}=G_{33}\equiv\left(2\frac{R''}{R}+\frac{R'^2}{R^2}\right)\left(\frac{v_1^2}{K_1^2}-1\right)-\frac{1}{4K_2^2R^2}=\circledR-U+\frac{\cdot\cdot\,{}'^2}{2}\left(1-\frac{v_1^2}{K_1^2}\right)$$

$$G_{01}\equiv2\left(-\frac{R''}{R}+\frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{v_1}{K_1}+\frac{v_1K_1}{2K_2^4R^2}=\pounds u_1\sqrt{1+u_1^2}+\frac{v_1\,\cdot\cdot\,{}'^2}{K_1}$$

11 совпадают обозначения: K в левой и правой частях
1; 22.06.2008

- **Уравнение для скалярного поля:**

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_i\left(\sqrt{-g}\,g^{ik}\cdot\cdot_{,k}\right)+\frac{dU}{d\cdot\cdot}=0$$

- Выберем

$$\cdot\cdot(t)=\cdot\cdot_0 e^{-Ht}$$

$$3\frac{R'}{R}\cdot\cdot'+\cdot\cdot''+\frac{K_1^2}{K_2^2}\frac{dU}{d\cdot\cdot}=0$$

Решение в случае потенциала вида

$$U(\cdot\cdot)=\frac{1}{2}m^{2}\cdot\cdot^{2}+\Lambda-\frac{m^{4}\cdot\cdot^{2}}{9m^{2}\cdot\cdot^{2}+18\Lambda}$$

$$R=\frac{R_0 e^{Qt-\frac{Lm^{2}\cdot\cdot_0^{2}}{8\Lambda^{2}H\left(m^{2}\cdot\cdot_0^{2}+2\Lambda e^{2Ht}\right)}}}{\left(m^{2}\cdot\cdot_0^{2}+2\Lambda e^{2Ht}\right)^{\frac{L}{8\Lambda^{2}H}}};$$

$$Q=\frac{1}{3}H+\frac{K_1^2}{K_2^2}\frac{m^2}{3H};$$

$$L=\frac{4K_1^2 m^4\Lambda}{27HK_2^2}$$

Анизотропная жидкость

$$\circ = -\left(2\frac{R''}{R}+\frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{v_1^2}{K_1^2}+3\frac{R'^2}{R^2}+\frac{2K_1^2+K_2^2}{4K_2^4R^2}-U-$$

$$-\sqrt{1+u_1^2}\,/\,u_1(2\left(-\frac{R''}{R}+\frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{v_1}{K_1}+\frac{v_1K_1}{2K_2^4R^2}-\frac{v_1^{\cdot\cdot\,\prime 2}}{K_1})-\frac{\cdot\cdot\,\prime 2}{2}\left(1+\frac{v_1^2}{K_1^2}\right)$$

$$\pm = -\left(2\frac{R''}{R}+\frac{R'^2}{R^2}\right)+3\frac{R'^2}{R^2}\frac{v_1^2}{K_1^2}+\frac{2K_1^2-3K_2^2}{4K_2^4R^2}+U-$$

$$-u_1\,/\sqrt{1+u_1^2}\,(2\left(-\frac{R''}{R}+\frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{v_1}{K_1}+\frac{v_1K_1}{2K_2^4R^2}-\frac{v_1^{\cdot\cdot\,\prime 2}}{K_1})-\frac{\cdot\cdot\,\prime 2}{2}\left(1-\frac{v_1^2}{K_1^2}\right)$$

$$® = \left(2\frac{R''}{R}+\frac{R'^2}{R^2}\right)\left(\frac{v_1^2}{K_1^2}-1\right)-\frac{1}{4K_2^2R^2}+U-\frac{\cdot\cdot\,\prime 2}{2}\left(1-\frac{v_1^2}{K_1^2}\right)$$

Идеальная жидкость (пыль)

$$\text{£} = \frac{1}{u_1\sqrt{1+u_1^2}}\left(2\left(-\frac{R''}{R}+\frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{v_1}{K_1}+\frac{v_1K_1}{2K_2^4R^2}-\frac{v_1{}^{\cdot\cdot\,\prime 2}}{K_1}\right)$$

Кинематические параметры сопутствующей анизотропной жидкости в данных моделях: параметр расширения определяется формулой $q = 3\,\frac{R'}{R}$, ускорение равно $a = \frac{R'\neg_1}{RK_1}$, параметр вращения $\omega = \frac{\neg_1}{2RK_2{}^2}$. Сдвиг отсутствует.

Нестационарная космологическая модель типа II по Бьянки с фантомной материей

Е.В.Кувшинова, В.Ф.Панов, О.В.Сандакова

Пермский госуниверситет

В рамках общей теории относительности построена космологическая модель с расширением и вращением с метрикой типа II по Бьянки:

$$ds^2 = dt^2 - 2R(t)\sqrt{B}e^{(1)}dt - R^2(t)\left(A(e^{(1)})^2 + (e^{(2)})^2 + (e^{(3)})^2\right),$$

$$A, B - const, e^{(1)} = dx - zdy, e^{(2)} = dy, e^{(3)} = dz$$

Будем искать для данной метрики решение уравнений Эйнштейна

$$R_{ab} - \frac{1}{2}g_{ab}R = T_{ab}$$

Для данной модели источниками гравитации являются идеальная жидкость, скалярное поле и чистое излучение.

$$T^{(1)}_{ab} = (\pounds + p)u_a u_b - p g_{ab},$$

$$T^{(2)}_{ab} = \ddot{\ }_{,a}\ddot{\ }_{,b} - \left\{\frac{1}{2}\ddot{\ }_{,k}\ddot{\ }_{,l}\, g^{kl} - U(\ddot{\ })\right\},$$

$$T^{(3)}_{ab} = w k_a k_b.$$

- При этом

$$u^a = ¢^a_0;\ a = 0,1,2,3,$$

$$k_a k^a = 0;$$

$$k_a = (k_0, k_1, k_2, 0),$$

$$k_1 = \sqrt{B}R\tilde{k}_1,\ k_2 = -\sqrt{B}R\tilde{k}_1 z.$$

$$
\begin{cases}
\dfrac{1}{4(A+B)R^2}\left(-8\ddot{R}RB+12\dot{R}^2A+8\dot{R}^2B-A^2+AB+2B^2\right)=\text{£}+\ddot{\ }^2+wk_0^2-L,\\
\dfrac{-A}{4(A+B)R^2}\left(8\ddot{R}R+4\dot{R}^2-3A-3B\right)=p\dfrac{A+B}{A}+\text{£}\dfrac{B}{A}+w\tilde{k}_1^2\dfrac{B}{A}+L,\\
\dfrac{-A}{4(A+B)R^2}\left(8\ddot{R}R+4\dot{R}^2-3A-3B\right)=-\text{£}+wk_0\tilde{k}_1+L,\\
\dfrac{-A}{4(A+B)R^2}\left(8\ddot{R}R+4\dot{R}^2+A+B\right)=p+L,
\end{cases}
$$

$$
L=\frac{1}{2}\dot{\ }^{\cdot\cdot\,2}\frac{A}{A+B}-U(\ddot{\ }).
$$

$$(p+\pounds)=-\frac{A^2}{R^2\sqrt{B}\left(\sqrt{A+B}-\sqrt{B}\right)},$$

$$w\tilde{k}_1^2=\frac{A^2\sqrt{A+B}}{R^2B\left(\sqrt{A+B}-\sqrt{B}\right)},$$

$$\cdot\cdot\,^{2}=\frac{-8\ddot{R}R+8\dot{R}^2+2A+2B}{4R^2}+\frac{(A+B)\left(\sqrt{A+B}-\sqrt{B}\right)}{\sqrt{B}R^2}.$$

$$U(\cdot\cdot) = \frac{1}{2} m^2 \cdot\cdot^2 \qquad \cdots + 3\frac{\dot{R}}{R}\cdot\cdot + \frac{A+B}{A} m^2 \cdot\cdot = 0.$$

- При моделировании нашим решением инфляционных стадий эволюции Вселенной в ращением можно положить, что

$$\cdot\cdot = \cdot\cdot_0 e^{-Ht}, \quad R = R_0 e^{Ht}, \quad H - const.$$

- Из системы уравнений Эйнштейна получено:

$$p = -\frac{3AH^2}{A+B} + \frac{A\left(\sqrt{A+B} - \sqrt{B}\right)}{2R_0^2 e^{2Ht}\sqrt{B}},$$

$$£ = \frac{3AH^2}{A+B} - \frac{A\left(3\sqrt{A+B} + \sqrt{B}\right)}{2R_0^2 e^{2Ht}\sqrt{B}}.$$

Для нашего космологического решения $p + £ < 0$
Поэтому идеальная жидкость нашей модели

описывает вращающуюся фантомную материю.

- Итак, будем моделировать нашим решением (с разными коэффициентами) первую и вторую инфляционные стадии эволюции Вселенной. Отметим, что для нестационарной вращающейся космологической модели в [2] показано, что плотность энергии космологического вращения может играть роль «темной энергии» и индуцировать ускоренное расширение Вселенной в современную эпоху. В нашей космологической модели роль «темной энергии» играет как плотность энергии космологического вращения, так и фантомная материя. Укажем, что для нашего решения на второй стадии инфляции эффект «темной энергии» за счет вращения фантомной материи затухает, а за счет отрицательного давления фантомной материи он квазипостоянен.
- На первой и второй инфляционных стадиях скорость вращения фантомной материи у нас:

$$\mu \infty \frac{1}{R}, \left(\mu = \frac{\sqrt{B}}{2R} \right)$$

- Как известно, если записать тензор энергии – импульса скалярного поля как эффективный тензор энергии – импульса идеальной жидкости, то такая жидкость не вращается. Мы будем считать, что вращение фантомной материи не передает вращение скалярному полю, чистому излучению и, на фридмановском этапе – рожденным частицам материи. Тогда при моделировании на качественном уровне всей эволюции Вселенной (с использованием двух инфляционных стадий) в рамках нашего подхода, считаем, что масштабный фактор Вселенной эволюционирует, при раздувании и последующем расширении, от планковского значения $R_{pl} \approx 10^{-33}$
- см до современного этапа наблюдаемой Вселенной $R_c \approx 10^{28}$
- см, полагая при этом, что в планковскую эпоху скорость вращения фантомной материи

$$\mu_{pl} = 10^{43} \; {}^{1}\!/_{c}$$

- а на всей эволюции Вселенной

$$\mu \propto \frac{1}{R}$$

- Следовательно, можно считать, что в современную эпоху скорость вращения фантомной материи порядка

$$\mu_c = 10^{-11} \; {}^{1}\!/_{год}$$

Приближение медленного скатывания

- Построены нестационарные космологические модели с вращением с метриками типа II и IX по Бьянки
- В качестве потенциала скалярного поля использован потенциал

$$U(\cdot\cdot) = \frac{1}{2} m^{2\cdot\cdot\, 2} + \Lambda - \frac{m^{4\cdot\cdot\, 2}}{9m^{2\cdot\cdot\, 2} + 18\Lambda}$$

- Уравнения для данной модели решены в режиме медленного скатывания

$$\left|\frac{\cdots}{\frac{3\dot{R}}{R}\cdot\cdot}\right| << 1, \qquad \frac{A^{\cdot\cdot\, 2}}{2(A+B)U(\cdot\cdot)} << 1$$

- Тогда система уравнений Эйнштейна и скалярного поля принимает простой вид

$$\frac{3\dot{R}}{R}\cdot\cdot + \frac{A+B}{A}\frac{dU(\cdot\cdot)}{d\cdot\cdot} = 0$$

Нестационарная космологическая модель с вращением с метрикой типа II по Бьянки

- В.Ф. Панов, Е.В. Кувшинова, Д.М. Янишевский.

$$ds^2=dt^2-2R(t)B^{1/2}e^{(1)}dt-R^2(t)(A(e^{(1)})^2+(e^{(2)})^2+(e^{(3)})^2)$$

A, B-const, $e^{(1)}=dx-zdy$, $e^{(2)}=dy$, $e^{(3)}=dz$

$A>0$, $B>0$

- $T_{ik}^{(1)}=\varepsilon u_i u_k$ $T_{ik}^{(2)}=(\varepsilon_1+p)u_i u_k-p\eta_{ik}$, $p=\varepsilon_1/3$
- $T_{ik}^{(3)}=(\rho+\pi)\hat{u}_l \hat{u}_k+(\sigma-\pi)\chi_i \chi_k-\pi\eta_{ik}$

$$T^{ik}_{;k} = 0$$

$$£_1 = \frac{\tilde{£}_1}{R^4}, \qquad £ = \frac{\tilde{£}_0}{R^3}$$

$$u_i = \left(\frac{\sqrt{A+B}}{\sqrt{B}}, \sqrt{\frac{B}{A}}, 0, 0 \right)$$

$$t = \int \frac{\sqrt{6}RdR}{\sqrt{6CR^4 - 6\sim R^2 + 4 \quad R + 3¥}}$$

$$\sim = \frac{A+B}{4}, \qquad = \frac{\tilde{£}_0 (A+B)}{2A}, \quad ¥ = \frac{2\tilde{£}_1 (A+B)}{3A}$$

$$® + ° = -\frac{A}{R^2}, \qquad ± + ° = 0$$

$$I.\quad \text{£} = 0,\quad \text{£}_1 = \frac{\tilde{\text{£}}_1}{R^4},\quad \text{£}_1 \gg {}^\circ,\quad R \sim \sqrt{t}$$

$$II.\quad \text{£}_1 = 0,\quad \text{£} = \frac{\tilde{\text{£}}_0}{R^3},\quad \text{£} \gg {}^\circ,\quad R \sim \sqrt[3]{t^2}$$

$$III.\quad \text{£}_1 = 0,\quad \text{£} = 0,\qquad {}^\circ \gg \text{£},\quad R \sim e^{\sqrt{C}t}$$

$$R''R'^2 = \tilde{C}R^3 - \frac{\quad}{3} > 0$$

$$- = \frac{3R'}{R},\quad \mu = \frac{\sqrt{B}}{2R},\quad a = \frac{\sqrt{B}R'}{\sqrt{A+BR}}$$

$$L \sim (p + \text{£})R^5\mu$$

Эволюция Вселенной с вращением с метрикой типа IX по Бьянки

В.Ф. Панов, В.Н. Павелкин,
О.В. Сандакова, К.А.Балеевских

$ds^2 = \eta_{\alpha\beta}\,\theta^\alpha\,\theta^\beta,\ \ \alpha, \beta = \overline{0{,}3},$

где $\eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, θ^α — ортонормированные 1-формы, выражающиеся следующим образом:

$$\theta^0 = dt - R\,v_A\,e^A,\ \ \theta^1 = R\,\mathrm{K}_1\,e^1,\ \theta^2 = R\,\mathrm{K}_2\,e^2,\ \theta^3 = R\,\mathrm{K}_3\,e^3,$$

$$R = R(t),\ \text{ а }\ \mathrm{K}_A,\ v_A = \mathrm{const},\ \text{причём }\mathrm{K}_A > 0,\ \text{ при } A = 1, 2, 3.$$

1-формы e^A имеют вид:

$$e^1 = \cos y \cos z\, dx - \sin z\, dy$$
$$e^2 = \cos y \sin z\, dx + \cos z\, dy$$
$$e^3 = -\sin y\, dx + dz$$

$$T_{ik}^{(1)} = \text{£}\,u_i u_k\,, \qquad T_{ik}^{(2)} = (\text{£}_1 + p)u_i u_k - p\,\text{¦}_{ik},\ \ p = \frac{\text{£}_1}{3}$$

$$T_{ik}^{(3)} = (\,\text{°} + \text{®}\,)\tilde{u}_i \tilde{u}_k + (\text{±} - \text{®}\,)\,\text{¡}_i\,\text{¡}_k - \text{®}\,\text{¦}_{ik}$$

$$T^{ik}_{;k} = 0, \quad T^{ik}_{;k} = \left\{ \frac{3(p + \pounds)R'}{R} + {}^\circ{}', 0, 0, 0 \right\}$$

$$\pounds_1 = \frac{\tilde{\pounds}_1}{R^4}, \qquad \pounds = \frac{\tilde{\pounds}_0}{R^3}$$

$$u_i = \left(\frac{K_1}{K_2}, \frac{\neg_1}{K_2}, 0, 0 \right)$$

$$t = \int \frac{\sqrt{3} R dR}{\sqrt{6CR^4 - 6\sim R^2 + 4 \quad R + 3\yen}}$$

$$\sim = \frac{K_1^2}{4K_2^4}, \qquad = \frac{\tilde{\pounds}_1 K_1^2}{2K_2^2}, \quad \yen = \frac{2\tilde{\pounds}_0 K_1^2}{3K_2^2}$$

$$I.\quad \pounds = 0,\ \ \pounds_1 = \frac{\tilde{\pounds}_1}{R^4},\ \ \pounds_1 \gg \circ,\ \ R \sim \sqrt{t}$$

$$\text{®} + \circ = 0,\qquad \pm + \circ = 0$$

$$II.\quad \pounds_1 = 0,\ \ \pounds = \frac{\tilde{\pounds}_0}{R^3},\ \ \pounds \gg \circ,\ \ R \sim \sqrt[3]{t^2}$$

$$III.\ \pounds_1 = 0,\ \ \pounds = 0,\qquad \circ \gg \pounds,\quad R = R_0 ch(Ht)$$

$$\text{®} + \circ > 0,\quad \pm + \circ > 0,\ \text{если}\ \ H^2 < \frac{K_1^2}{2R_0^2 K_2^4}$$

$$\pm > \text{®}$$