2019, Т. 161, кн. 2 С. 165–180 ISSN 2541-7746 (Print) ISSN 2500-2198 (Online)

УДК 532.5.031:532.593:539.3

doi: 10.26907/2541-7746.2019.2.165-180

ЗАВИСИМОСТЬ ВОЗДЕЙСТВИЯ КАВИТАЦИОННОГО ПУЗЫРЬКА НА ТЕЛО ОТ ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ

А.А. Аганин, Т.С. Гусева, Л.А. Косолапова, Н.А. Хисматуллина

Институт механики и машиностроения ФИЦ Казанский научный центр РАН, г. Казань, 420111, Россия

Аннотация

Выполнено численное исследование влияния давления жидкости на параметры ударного воздействия кавитационного пузырька на поверхность тела. Жидкостью является вода, материалом тела – медно-никелевый сплав. Пузырек изначально сферический (радиуса 1 мм), касается тела, заполнен паром в состоянии насыщения. Давление жидкости p_L варьируется в диапазоне от 1 до 7 бар. Воздействие на тело реализуется посредством удара кумулятивной струи, возникающей на поверхности пузырька при его коллапсе. Основное внимание направлено на изучение кратковременной начальной фазы удара, когда максимум давления на стенке имеет порядок давления гидроудара. Показано, что с увеличением p_L скорость кумулятивной струи возрастает от 115 до 317 м/с, а ее радиус – от 38 до 43 мкм. Во всем рассматриваемом диапазоне p_L начальная стадия удара кумулятивной струи развивается подобно известному в литературе случаю удара сферической капли. В самом начале удара струи давление на поверхности тела достигает уровня давления гидроудара p_{wh} . Со временем давление на поверхности тела в центре области удара монотонно уменьшается, тогда как на ее периферии сначала растет до уровня, примерно в $2.5p_{wh}$, а затем монотонно снижается. В самом начале удара деформации в теле в центральной зоне области воздействия струи являются упругими при $p_L = 1$ бар и пластическими при $p_L = 4$ и 7 бар. Со временем они становятся пластическими и при $p_L = 1$ бар. С увеличением p_L размеры зоны пластических деформаций значительно возрастают, сильно меняется ее геометрия. В результате удара струи на поверхности тела возникает круговая микровмятина с небольшим кольцевым выступом на краю. По мере увеличения p_L микровмятина становится все более выраженной, заметно возрастает ее глубина.

Ключевые слова: кавитация, коллапс пузырька вблизи тела, кумулятивная струя жидкости, удар жидкости по телу, динамика упруго-пластического тела

Введение

С динамикой кавитационных пузырьков вблизи поверхности тела связано пироко распространенное в природе и технике явление кавитационного разрушения поверхностей тел, находящихся в контакте с жидкостью. С одной стороны, кавитационное разрушение вызывает много проблем: повреждение лопастей гребных винтов, лопаток гидротурбин, трубопроводных систем транспортировки жидкостей, понижение КПД различных технических устройств [1–5]. С другой стороны, оно широко применяется для очистки поверхностей от различных отложений, для дробления камней в почках, желчном пузыре, для доставки лекарств в органические клетки посредством сонопорации [6–10].

Явление кавитационного разрушения во многом обусловлено воздействием кумулятивных микроструй, образующихся на поверхности кавитационных пузырьков при их несимметричном коллапсе вблизи поверхностей тел [1]. Изучение разрушительного воздействия кавитационных пузырьков на поверхности тел посредством кумулятивных микроструй связано со значительными трудностями, обусловленными, в частности, малостью пространственных и временных масштабов явления. Так, характерным пространственным масштабом при таком воздействии является радиус конца струи $R \sim 1-10$ мкм, а временным – время прохождения волны разрежения от периферии струи до ее оси $\tau = R/C$, указанное время имеет порядок 1–10 нс [11]. Вероятно, по этой причине ударное воздействие струй кавитационной природы на поверхность тела в экспериментах либо практически не регистрируется [12] (при радиусе датчиков давления более 2 мм), либо его уровень занижается [13] (при радиусе датчика давления около 1 мм). Экспериментальное исследование этого явления затруднено также из-за ограниченных возможностей прямого наблюдения за процессами, происходящими внутри тела. Поэтому основной базой исследований зачастую являются лишь результаты воздействия (остаточные деформации и напряжения).

В настоящей работе изучается зависимость воздействия кавитационного пузырька на приповерхностную область упруго-пластического тела посредством кумулятивной струи от давления жидкости. Рассматривается важный для практики случай, когда пузырек касается тела. При этом основное внимание уделяется стадии с наиболее интенсивным воздействием, когда максимум давления на поверхности тела остается на уровне, равном или превышающем давление гидроудара, реализующегося в начале воздействия. Исследование проводится методом численного моделирования. Используется подход [14, 15], при котором расчет процесса воздействия пузырька на тело с учетом его особенностей (малые деформации поверхности тела, большое различие пространственно-временных масштабов, существенно разное проявление сжимаемости жидкости на разных стадиях и др.) разбивается на три этапа. В ходе первого этапа осуществляется расчет параметров струи, в ходе второго – расчет закона нагружения поверхности тела, в ходе третьего – расчет динамики приповерхностного слоя тела. На первом этапе применяется методика работы [16], на втором – работы [17] и на третьем – работы [18].

1. Постановка задачи

Рассматривается импульсное воздействие коллапсирующего кавитационного пузырька в жидкости на упруго-пластическое тело в случае, когда пузырек касается поверхности тела (рис. 1). В начале коллапса поверхность тела (медноникелевый сплав, плотность $\rho = 8000 \text{ кг/m}^3$, модуль Юнга E = 196 ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$, предел текучести $Y_0 = 125 \text{ МПа}$) считается плоской, окружающая жидкость (вода, плотность $\rho = 1000 \text{ кг/m}^3$) покоится, пузырек имеет сферическую форму с радиусом $R = R_0 = 1 \text{ мм}$, пар в его полости находится в состоянии насыщения с плотностью $\rho_v = 0.0173 \text{ кг/m}^3$ и давлением $p_v = 0.023$ бар, соответствующими комнатной температуре (20 °C). Задача является осесимметричной, используется цилиндрическая система координат r, z с началом отсчета на поверхности тела, с осью z, проходящей в начальный момент времени t = 0через центр пузырька и направленной от тела.

Изучается зависимость динамики пузырька и его воздействия на тело (давления в жидкости на поверхности тела, малых деформаций поверхности тела, возникающих в теле напряжений и т. д.) от давления жидкости p_L в диапазоне от 1 до 7 бар. Подробно рассматриваются случаи $p_L = 1$, 4, 7 бар. За счет большого начального перепада $p_L - p_v$ давлений в пузырьке и окружающей жидкости пузырек коллапсирует (рис. 1, *a*). Из-за наличия тела коллапс оказывается сильно несфери-



Рис. 1. Коллапс пузырька, касающегося поверхности тела

ческим: на удаленной от тела части поверхности пузырька возникает направленная к телу кумулятивная струя [1, 19-25]. Воздействие пузырька на тело определяется главным образом ударом этой струи (рис. 1, *b*). Основное внимание направлено на изучение очень короткой, но наиболее интенсивной начальной фазы удара, когда давление на стенке принимает максимальные значения (порядка давления гидроудара).

2. Математическая модель и методика расчета

В ходе всего рассматриваемого процесса воздействия пузырька деформации тела остаются малыми, так что их обратное влияние на динамику жидкости и газа можно не учитывать. Анализ и предварительные расчеты показывают, что эффектами испарения/конденсации можно также пренебречь и моделировать парогазовое содержимое пузырька неконденсируемым газом. С учетом этого исследование проводится с использованием подхода [14, 15], при котором расчет процесса воздействия пузырька на тело разбивается на три этапа.

На первом этапе рассчитывается схлопывание пузырька до момента, когда струя касается поверхности тела. На этом этапе жидкость можно считать идеальной несжимаемой, ее движение – потенциальным, неоднородность пара в пузырьке – несущественной, тело – абсолютно твердым. В результате динамика жидкости описывается уравнением Лапласа и интегралом Коши – Лагранжа

$$\Delta \Phi = 0, \ \Phi_t + 1/2(\nabla \Phi)^2 + (p - p_L)/\rho = 0, \tag{1}$$

где Ф – потенциал скорости жидкости. На поверхности пузырька выполняются динамическое, $p^+ = p_b$, и кинематическое, $(d\mathbf{r}_b/dt - \nabla\Phi) \cdot \mathbf{n} = 0$, граничные условия, на поверхности тела – условие непротекания $\partial\Phi/\partial z = 0$. Здесь p^+ – давление жидкости в точках поверхности пузырька, $p_b = p_v (V_0/V)^{\gamma}$ – давление пара в пузырьке, V_0 , V – начальный и текущий объемы пузырька, $\gamma = 1.33$ – показатель адиабаты пара воды, \mathbf{r}_b – радиус-вектор точки поверхности пузырька, \mathbf{n} – внешняя нормаль к поверхности пузырька.

Численное решение системы (1) находится по методике [16], в которой применяется шаговый метод по времени для определения движения поверхности пузырька и метод граничных элементов для нахождения нормальной составляющей скорости на поверхности пузырька. Основным результатом первого этапа являются необходимые для следующего этапа характеристики струи жидкости в момент начала ее удара по телу (скорость, давление, геометрия конца).

На втором этапе рассчитывается динамика жидкости и окружающего газа при ударе струи. На этом этапе в струе возникают ударные волны, поверхность струи сильно деформируется [24, 25]. Наиболее интенсивное воздействие на тело реализуется на начальной стадии удара в области контакта фронтальной части струи и тела. Радиус конца струи здесь заметно меньше поперечных размеров пузырька. В силу этого влияние жидкости вне струи можно не учитывать, так что на втором этапе фактически рассматривается удар изолированной струи по поверхности тела. При этом динамика жидкости в струе и окружающего ее газа описывается уравнениями

$$\rho_t + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho = -\rho \nabla \cdot \mathbf{u},$$

$$\mathbf{u}_t + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\rho^{-1} \nabla \mathbf{p},$$

$$p_t + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{p} = -\rho \mathbf{C}_{\mathbf{S}}^2 \nabla \cdot \mathbf{u},$$
(2)

где **u** – скорость, $C_S = \varphi C_{S1} + (1 - \varphi)C_{S2}$, $C_{S1} = [\Gamma(p+B)/\rho]^{1/2}$ – скорость звука в жидкости, $C_{S2} = (\gamma p/\rho)^{1/2}$ – скорость звука в газе (в настоящей работе $\Gamma =$ = 7.15, B = 3072 бар). Функция $\varphi = \varphi(r, z, t)$ представляет собой идентификатор среды. В области жидкости $\varphi = 1$, в области газа $\varphi = 0$, а в малой окрестности их контактной границы φ непрерывно и монотонно меняется от 0 до 1. Контактная граница при этом рассматривается как переходная область, занятая смешанной средой. Изменение идентификатора φ описывается уравнением переноса

$$\varphi_t + \mathbf{u} \cdot \nabla \varphi = \mathbf{0}. \tag{3}$$

Численное решение системы (2), (3) с условием непротекания на плоской поверхности тела находится по методике [17, 26]. Согласно этой методике расчет системы (2), (3) разбивается на конвективную и неконвективную стадии. Для расчета конвективной части этих уравнений (группы уравнений переноса) применяется полулагранжев метод CIP (Constrained Interpolation Profile) [27]. Неконвективная часть в рамках метода UP (Unified Procedure) [27, 28] сводится к уравнению на давление, которое решается итерационным методом. При решении задач с ударными волнами метод CIP-CUP (CIP-Combined UP) применяется в сочетании с искусственной вязкостью. Расчеты проводятся с использованием неструктурированной адаптивной soroban-сетки [29], которая в двумерном случае представляет собой набор узлов, расположенных на ряде параллельных направляющих линий. На каждом временном шаге строится новая сетка, адаптирующаяся к решению и никак не связанная со старой сеткой. Направляющие и узлы сетки сгущаются в зонах с большим или быстро меняющимся градиентом решения и разрежаются в зонах, где градиент или его изменение остаются малыми. При этом взаимное расположение и количество как направляющих, так и узлов на них могут изменяться. При построении конечно-разностных аппроксимаций на такой сетке требуемые значения расчетных параметров в узлах шаблона схемы определяются CIP-интерполяциией [29]. Основным результатом второго этапа являются пространственно-временные характеристики реализующегося на поверхности тела импульса давления.

На третьем заключительном этапе рассчитывается динамика приповерхностного слоя тела. Нагружение поверхности тела определяется здесь аппроксимацией результатов расчета пространственно-временных характеристик импульса давления, рассчитанных на втором этапе. Тело моделируется малодеформируемым упругопластическим изотропным полупространством. Для описания его динамики используются следующие уравнения:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial (S_{rr} - P)}{\partial r} + \frac{\partial S_{rz}}{\partial z} + \frac{S_{rr} - S_{\varphi\varphi}}{r}, \quad \rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial S_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial (S_{zz} - P)}{\partial z} + \frac{S_{rz}}{r}, \\
\frac{\partial S_{rr}}{\partial t} = \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{u}{r} \right), \qquad \qquad \frac{\partial S_{zz}}{\partial t} = -\frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} - 2 \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u}{r} \right), \\
\frac{\partial S_{\varphi\varphi}}{\partial t} = -\frac{2\mu}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{2u}{r} \right), \qquad \qquad \frac{\partial S_{rz}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \right), \\
\frac{\partial P}{\partial t} = -K \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u}{r} \right),$$
(4)



Рис. 2. Изменение формы пузырька и поля давления в жидкости при коллапсе касающегося тела пузырька при давлении жидкости $p_L = 1$ бар, $t_{1-4}/\left(R_0/\sqrt{p_L/\rho}\right) =: 0$ (a), 1.01 (b), 1.04 (c), 1.12 (d). Момент $t_4 = t_c$ соответствует началу удара струи по поверхности тела

где ρ – плотность материала тела, u, v – компоненты вектора скорости вдоль осей r и z соответственно; S_{rr} , S_{zz} , $S_{\varphi\varphi}$, S_{rz} – компоненты девиатора S тензора напряжений σ ; P – всестороннее (гидростатическое) давление; $\sigma = S - PE$; E – тензорная единица; $K = \lambda + 2/3\mu$ – коэффициент объемного расширения; $\lambda = \rho(c_1^2 - 2c_2^2)$, $\mu = \rho c_2^2$ – параметры Ламе; c_1 и c_2 – продольная и сдвиговая скорости звука в теле. В пластических зонах предполагается выполнение условия текучести Мизеса $\sigma_i = Y_0$, где Y_0 – предел текучести материала тела, σ_i - интенсивность напряжений,

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(S_{zz} - S_{rr})^2 + (S_{zz} - S_{\varphi\varphi})^2 + (S_{rr} - S_{\varphi\varphi})^2 + 6S_{rz}^2}.$$

Для численного решения системы (4) используется ENO-модификация метода С.К. Годунова [18, 30], имеющая второй порядок точности как по пространству, так и по времени. При этом цилиндрическая система координат r, z вводится так, что ее начало располагается на поверхности тела в центре области воздействия, а ось z, ортогональная поверхности тела, направляется от тела. Расчетная область, представляющая собой квадрат $[0,d] \times [-d,0]$, покрывается равномерной сеткой с шагом h. Левый край расчетной области интерпретируется как жесткая стенка, верхний – как свободная поверхность, а правый и нижний – как искусственные границы. На искусственных границах ставятся неотражающие условия [31]. Шаг по времени определяется из условия Куранта $\Delta t = \delta h/2c_1$, где $\delta = 0.95$. Для учета пластичности используется подход работы [32], при котором на каждом шаге по времени напряжения в теле рассчитываются сначала как решение системы (4) без учета эффекта пластичности. Далее, если в некоторой точке условие текучести нарушается, то есть если интенсивность напряжений в этой точке оказывается больше предела текучести, тензор S корректируется в ней по формуле $S_{\rm corr} =$ $= SY_0/\sigma_i$.

3. Формирование кумулятивной струи при коллапсе пузырька

Рис. 2 иллюстрирует изменение формы пузырька и полей давления в жидкости в ходе коллапса пузырька в случае $p_L = 1$ бар.

Видно, что по мере уменьшения в размерах пузырек сначала несколько вытягивается вдоль оси симметрии (рис. 2, *b*). При этом заметно повышается давление в жидкости в окрестности верхней (наиболее удаленной от поверхности тела) части поверхности пузырька. Затем на верхней части поверхности пузырька зарождается направленная к телу кумулятивная струя (рис. 2, *c*). В последующем она



Рис. 3. Форма пузырька в момент касания концом струи поверхности тела t_c при давлении жидкости $p_L = 1$, 4 и 7 бар для кавитационного пузырька (сплошная линия – 1 бар, черные кружки – 4 бар, серые кружки – 7 бар) и пустого пузырька (штриховая линия)

Табл. 1

Параметры струи в начале ее удара по поверхности тела (в момент t_c) при трех значениях давления жидкости p_L

p_L ,	$\frac{t_c}{R_0\sqrt{\rho/p_L}}$	t_c ,	$rac{v_j}{\sqrt{p_L/ ho}}$	$v_j,{ m m/c}$	$\frac{p_j}{p_L}$	$p_j,$	R_j , мкм	$ \rho_{vj}, $
бар		MKC				бар		$\kappa \Gamma / m^3$
1	1.12	112	11.5	115	6.23	6.23	38.0	1.153
4	1.10	55.0	11.9	238	1.98	7.91	41.8	1.380
7	1.10	41.0	12.0	317	1.17	8.19	43.1	1.416
1-7	1.09		12.0		0	0		

становится все более выраженной, и вскоре ее конец достигает поверхности тела (рис. 2, d). Изменения формы пузырька и поля давления в жидкости при коллапсе, качественно аналогичные наблюдаемым на рис. 2, имеют место и при других значениях давления жидкости p_L в рассматриваемом диапазоне от 1 до 7 бар.

На рис. 3 приведено сопоставление формы пузырька в момент начала удара струи по поверхности тела t_c при $p_L = 1$, 4 и 7 бар для рассматриваемого кавитационного пузырька, а также для пустого пузырька (в случае пустого пузырька его форма в момент t_c от p_L не зависит). Видно, что по мере увеличения p_L форма кавитационного пузырька в момент t_c сходится к соответствующей форме пустого пузырька, при этом по мере приближения к поверхности тела различие форм уменьшается быстрее.

В табл. 1 для ряда значений давления жидкости p_L приведены момент начала удара струи по телу t_c и соответствующие этому моменту скорость конца струи v_j , давление жидкости в конце струи p_j , радиус кривизны конца струи R_j в точке ее контакта с поверхностью тела, плотность пара ρ_{vj} . Радиус R_j определялся методом наименьших квадратов с учетом того, что начало растекания струи по поверхности тела зависит от скорости струи (см. следующий раздел). Первые три строчки таблицы относятся к кавитационному пузырьку, а четвертая – к пустому пузырьку. Видно, что по мере увеличения p_L время t_c уменьшается, а скорость v_j и давление p_j возрастают. При этом их безразмерные значения приближаются к соответствующим значениям для пустого пузырька, не зависящим от p_L .

4. Удар кумулятивной струи по поверхности тела

Особенности ударного воздействия на поверхность тела струи жидкости в случаях $p_L = 1, 4$ и 7 бар (табл. 1) иллюстрирует рис. 4. На этом рисунке приведена начальная стадия удара, представляющая для приложений наибольший интерес, поскольку здесь воздействие на поверхность является наиболее сильным.



Рис. 4. Удар кумулятивной струи по поверхности тела: изменение поля давления и поверхности струи (три верхних ряда) и давления на поверхности тела (нижний ряд) в процессе удара. Приведены три момента времени $t_{1-3}/t_{\rm cr} = 0.4$ (первый ряд), 1 (второй ряд), 13 (третий ряд) для p_L , бар = 1 (колонка a), 4 (колонка b) и 7 (колонка c). $t_{\rm cr} = R_j M/2D$, $M = v_j/D$, $D = c_L + \kappa v_j$ (параметры струи v_j , p_j , и R_j приведены в табл. 1). Для принятых значений p_L имеем $t_{\rm cr} = 0.72$, 1.27, 1.49 нс

В частности, сначала растущий, а затем падающий максимум давления жидкости на поверхности тела в конце этой стадии остается на уровне, близком к реализующемуся в самом начале удара.

Видно, что во всех трех представленных на рис. 4 вариантах давления жидкости процесс удара струи развивается подобно тому, как и в наиболее изученном в литературе случае удара сферической капли [33–35]. В самом начале удара в жидкости в окрестности контакта струи с поверхностью тела возникает ударная волна, уходящая вверх по струе. Первоначально край этой волны совпадает с границей быстро расширяющейся области контакта струи и поверхности тела. Затем в некоторый критический момент времени t_{cr} край ударной волны отрывается от поверхности тела и удаляется от нее вверх по свободной поверхности струи. Взаимодействие ударной волны с поверхностью струи приводит к образованию волн разрежения, распространяющихся по сжатой жидкости в центральную область струи. Для оценки критического момента времени $t_{\rm cr}$ при относительно небольших скоростях v_i струи с полусферическим концом ($M^2 \ll 1$) можно, используя простые геометрические соображения, получить выражение $t_{\rm cr} = R_j M/2D$. Здесь $M = v_j/D$, $D=c_L+\kappa v_j$ – скорость ударной волны в жидкости, $c_L,\ \kappa$ – экспериментальные константы, $c_L \approx c_{L0}$, c_{L0} – невозмущенная скорость звука в жидкости, для воды $c_{L0}pprox 1500\,$ м/с, $\kappapprox 2.$ На стадии $t < t_{
m cr}$ радиус области воздействия R_L есть радиус области контакта струи и поверхности тела. Соответствующий критический радиус области воздействия струи на твердую поверхность есть $R_{\rm cr} = R_i M$. На начальной стадии до $0.15R_i$ форма струи во всех рассматриваемых случаях может быть аппроксимирована полусферой с погрешностью менее 1%. Поэтому приведенный анализ в полной мере применим к рассматриваемым случаям, когда M = 0.066, 0.12, 0.148.



Рис. 5. Сравнение профилей давления жидкости на поверхности тела в моменты t_{1-3} (рис. 4) в терминах безразмерного давления p/p_{wh} (a) и формы границы струи в момент t_3 (b) для $p_L = 1$, (сплошные), 4 (пунктирные) и 7 бар (штриховые)

В начале удара струи давление на поверхности тела во всех представленных на рис. 4 случаях достигает уровня давления гидроудара $p_{wh} = \rho v_j D$, возникающего при аналогичном одномерном ударе по жесткой стенке. В принятых условиях для $p_L = 1, 4$ и 7 бар имеем $D \approx 1730, 1976, 2134$ м/с, $p_{wh} \approx 2, 4.7, 6.8$ кбар. Далее до момента времени t_3 давление в центре области воздействия монотонно понижается от p_{wh} , тогда как на периферии этой области оно сначала (примерно до момента t_2) довольно сильно растет, а лишь затем падает. Таким образом, значение t_2 (или t_{cr}) можно рассматривать как характерное время роста максимального давления на поверхности тела. Радиальное распределение давления на стенке является неоднородным, причем до момента $t \approx t_2$ неоднородность возрастает, а затем снижается.

На рис. 5, *а* приведено сравнение профилей давления жидкости на поверхности тела в моменты t_{1-3} . Видно, что в терминах p/p_{wh} и r/R_{cr} влияние давления жидкости относительно невелико. Неполное совпадение в момент t_3 обусловлено различием в параметрах развивающегося пристеночного радиального растекания жидкости (рис. 5, *b*), возникающего при $t \approx t_2$.

5. Динамика тела в результате удара струи

Рис. 6 иллюстрирует изменение интенсивности напряжений в теле в процессе ударного воздействия струи в рассматриваемых случаях давления жидкости $p_L = 1, 4$ и 7 бар. Со временем давление на поверхности тела в центре области удара струи монотонно уменьшается от $p_{wh} \approx 2, 4.7, 6.8$ кбар, тогда как на периферии этой области оно сначала растет до $p_{\max} \approx 2.5 p_{wh}$, а затем монотонно снижается (рис. 4, 5). При одномерном ударе предел текучести материала с рассматриваемыми характеристиками достигается при $p_{pl} = 2.25$ кбар, что выше, чем значение p_{wh} при $p_L = 1$ бар, но ниже, чем значение p_{wh} при $p_L = 4$ и 7 бар. При этом максимум давления на периферии области воздействия p_{max} во всех трех случаях превышает p_{pl} . В результате в самом начале удара деформации в теле в центральной зоне воздействия струи являются упругими при $p_L = 1$ бар и пластическими при $p_L = 4$ и 7 бар. Со временем за счет роста давления на периферии области воздействия струи и двумерных эффектов пластические деформации реализуются и при $p_L = 1$ бар.

При $p_L = 1$ бар зона текучести принимает вид относительно небольшого тонкого купола с основанием на поверхности тела. Увеличивающийся радиус основания этого купола совпадает с радиусом области воздействия струи, а его толщина до момента t_2 растет, а затем постепенно уменьшается. В дальнейшем сначала



Рис. 6. Поля безразмерной интенсивности напряжений в теле σ_i/Y_0 в те же, что и на рис. 4, три момента времени t_{1-3} при $p_L = 1$ (колонка a), 4 (колонка b) и 7 бар (колонка c). Закрашенные области – зоны текучести

исчезает центральная часть купола, а затем, к моменту t_3 , и вся зона текучести. С увеличением p_L до 7 бар размеры зоны текучести значительно возрастают, сильно меняется ее геометрия. Так, в момент t_2 форма зоны текучести из куполообразной при $p_L = 1$ бар меняется на близкую к полусфероидальной при $p_L = 7$ бар.

В результате удара струи на поверхности тела возникает круговая микровиятина (область, где z < 0). Радиальные профили поверхности тела в момент t_3 для рассматриваемых вариантов давления жидкости p_L характеризует рис. 7. Видно, что по мере увеличения давления жидкости возникающая на поверхности тела микровмятина становится все более выраженной. В частности, заметно возрастает ее глубина, что обусловлено ростом скорости бьющей струи. В случае $p_L = 7$ в момент t_3 на краю вмятины наблюдается небольшой кольцевой выступ (область, где z > 0).

Заключение

Представлены результаты численного исследования влияния давления жидкости (воды) на воздействие кавитационного пузырька при его коллапсе на тело из медно-никелевого сплава в случае, когда пузырек касается тела. Давление жидкости варьируется от 1 до 7 бар. Воздействие пузырька на тело определяется ударом кумулятивной струи, возникающей на поверхности пузырька при его коллапсе. Основное внимание направлено на кратковременную начальную фазу удара, когда максимум давления на поверхности тела имеет порядок давления гидроудара. Расчет воздействия пузырька проводится в три этапа. На первом этапе рассчитываются параметры струи, на втором – закон нагружения поверхности тела, на третьем – динамика приповерхностного слоя тела.

Выявлено, что по мере увеличения давления жидкости p_L время начала удара кумулятивной струи по поверхности тела уменьшается почти в три раза, а ско-



Рис. 7. Профили микровмятин на поверхности тела при $t = t_3$ (рис. 4) в терминах безразмерных координат r/R_{cr} , z/R_{cr} : сплошная кривая – $p_L = 1$ бар, пунктирная – $p_L = 4$ бар, штриховая – $p_L = 7$ бар. Тонкая горизонтальная прямая – поверхность тела при t = 0 (рис. 5)

рость струи, ее радиус и давление в ней возрастают примерно в 2.8 раз, на 10% и 30% соответственно. При этом безразмерные значения времени начала удара, скорости струи и давления в ней, полученные с использованием начального радиуса пузырька, давления и плотности жидкости, приближаются к соответствующим значениям для пустого пузырька, не зависящим от давления p_L .

Показано, что начальная наиболее интенсивная стадия удара кумулятивной струи развивается подобно известному случаю удара сферической капли. В самом начале удара в жидкости в окрестности контакта струи с поверхностью тела возникает ударная волна, уходящая вверх по струе. В течение некоторого времени ударная волна остается присоединенной к границе расширяющейся области контакта струи и поверхности тела, растекание сжатой жидкости отсутствует. При этом давление на поверхности тела в момент соударения достигает уровня давления гидроудара и далее в центре области контакта оно монотонно уменьшается, а на периферии монотонно растет до значений, превышающих давление гидроудара более чем в 2 раза. Затем край ударной волны отрывается от поверхности тела и взаимодействует со свободной поверхностью струи с образованием волны разрежения, что приводит к монотонному снижению периферийного максимума давления.

Установлено, что в самом начале удара деформации в теле в центральной зоне воздействия струи являются упругими при $p_L = 1$ бар и пластическими при $p_L = 4$ и 7 бар. Со временем пластические деформации реализуются и при $p_L = 1$ бар за счет роста давления на периферии области воздействия струи. С увеличением p_L время существования зоны пластических деформаций значительно возрастает, ее размеры увеличиваются, а геометрия сильно изменяется. Так, в окрестности момента отрыва края ударной волны от поверхности тела зона текучести при $p_L = 1$ бар имеет вид направленного внутрь тела тонкого купола, тогда как при $p_L = 7$ бар ее форма близка к полусфероидальной с основанием на поверхности тела. В результате удара струи на поверхности тела возникает круговая микровмятина с небольшим кольцевым выступом на краю. По мере увеличения давления p_L заметно возрастает ее глубина, что обусловлено ростом скорости бьющей струи.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 16-01-00433).

Литература

 Kornfeld M., Suvorov L. On the destructive action of cavitation // J. Appl. Phys. - 1944. -V. 15, No 6. - P. 495-506. - doi: 10.1063/1.1707461.

- Preece C.M. Cavitation erosion // Preece C.M. (Ed.) Erosion. N. Y.: Acad. Press, 1979. P. 208–301.
- Arndt R.E.A. Cavitation in fluid machinery and hydraulic structures // Annu. Rev. Fluid Mech. – 1981. – V. 13. – P. 273–328. – doi: 10.1146/annurev.fl.13.010181.001421.
- 4. Brennen C.E. Hydrodynamics of Pumps. Oxford Univ. Press, 1994. 293 p.
- Terwisga T.J.C., Wijngaarden E., Bosschers J., Kuiper G. Cavitation research on ship propellers a review of achievements and challenges // Int. Shipbuild. Prog. – 2007. – V. 54, No 2–3. – P. 165–187.
- Ohl C.-D., Arora M., Ikink R., Jong N., Versluis M., Delius M., Lohse D. Sonoporation from jetting cavitation bubbles // Biophys. J. - 2006. - V. 91, No 11. - P. 4285-4295. doi: 10.1529/biophysj.105.075366.
- Skolarikos A., Alivizatos G., de la Rosette J. Extracorporeal shock wave lithotripsy 25 years later: Complications and their prevention // Eur. Urol. 2006. V. 50, No 5. P. 981-990. doi 10.1016/j.eururo.2006.01.045.
- Guoa Sh., Khoo B.Ch., Teob S.L., Lee H.P. The effect of cavitation bubbles on the removal of juvenile barnacles //Colloids Surf., B. - 2013. - V. 109. - P. 219-227. - doi: 10.1016/j.colsurfb.2013.03.046.
- Brennen C.E. Cavitation in medicine // Interface Focus. 2015. V. 5, No 5. -Art. 20150022, P. 1-12. - doi: 10.1098/rsfs.2015.0022.
- Mason T.J. Ultrasonic cleaning: An historical perspective // Ultrason. Sonochem. 2016. – V. 29. – P. 519–523. – doi: 10.1016/j.ultsonch.2015.05.004.
- Bourne N.K. On impacting liquid jets and drops onto polymethylmethacrylate targets // Proc. R. Soc. A. - 2005. - V. 461. - P. 1129-1145. - doi: 10.1098/rspa.2004.1440.
- Shaw S.J., Jin Y.H., Schiffers W.P., Emmony D.C. The interaction of a single lasergenerated cavity in water with a solid surface // J. Acoust. Soc. Am. – 1996. – V. 99, No 5. – P. 2813–2824.
- Isselin J.-C., Alloncle A.-P., Autric M. On laser induced single bubble near a solid boundary: Contribution to the understanding of erosion phenomena // J. Appl. Phys. – 1998. – V. 84, No 10. – P. 5766–5771.
- Аганин А.А., Гусева Т.С., Косолапова Л.А., Малахов В.Г., Хисматуллина Н.А. Моделирование импульсного воздействия кавитационных пузырьков на тело // Изв. УНЦ РАН. – 2014. – № 2. – С. 53–61.
- Aganin A.A., Guseva T.S., Kosolapova L.A., Khismatullina N.A. The calculation of weakly nonspherical cavitation bubble impact on a solid // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. - 2016. - V. 158, No 1. - Art. 012003, P. 1-6. - doi: 10.1088/1757-899X/158/1/012003.
- Аганин А.А., Косолапова Л.А., Малахов В.Г. Численное моделирование эволюции пузырька газа в жидкости вблизи твердой стенки // Матем. моделирование. – 2017. – Т. 29, № 7. – С. 15–28.
- 17. *Аганин А.А., Гусева Т.С.* Численное моделирование удара струи по стенке // Матем. моделирование. 2017. Т. 29, № 3. С. 123–138.
- Аганин А.А., Хисматуллина Н.А. Расчет двумерных возмущений в упругом теле // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2017. – Т. 159, кн. 2. – С. 143–160.
- Plesset M.S., Chapman R.B. Collapse of an initially spherical vapour cavity in the neighbourhood of a solid boundary // J. Fluid Mech. 1971. V. 47, Pt. 2. P. 283-290.

- Philipp A., Lauterborn W. Cavitation erosion by single laser-produced bubbles // J. Fluid Mech. – 1998. – V. 361. – P. 75–116.
- Воинов О.В., Воинов В.В. О схеме захлопывания кавитационного пузырька около стенки и образования кумулятивной струи // Докл. АН СССР. – 1976. – Т. 227, № 1. – С. 63–66.
- Blake J.R., Taib B.B., Doherty G. Transient cavities near boundaries // J. Fluid Mech. 1986. – V. 170. – P. 479–497.
- Аганин А.А., Ильгамов М.А., Косолапова Л.А., Малахов В.Г. Динамика кавитационного пузырька вблизи твердой стенки // Теплофизика и аэромеханика. – 2016. – Т. 23, № 2. – С. 219–228.
- Аганин А.А., Гусева Т.С., Косолапова Л.А., Малахов В.Г. Ударные волны в жидкости при импульсном воздействии кавитационного пузырька на жесткую стенку// Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2015. – Т. 157, кн. 2. – С. 5–19.
- 25. *Аганин А.А., Гусева Т.С., Косолапова Л.А.* Воздействие кавитационного пузырька на стенку // Изв. вузов. Авиац. техника. 2017. № 3. С. 67–72.
- Аганин А.А., Гусева Т.С. Численное моделирование динамики неоднородных сжимаемых сред на основе метода CIP-CUP на адаптивных Soroban-сетках // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2014. – Т. 156, кн. 2. – С. 55–71.
- Yabe T., Xiao F., Utsumi T. The constrained interpolation profile method for multiphase analysis // J. Comput. Phys. - 2001. - V. 169, No 2. - P. 556-593. - doi: 10.1006/jcph.2000.6625.
- Yabe T., Wang P.Y. Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid // J. Phys. Soc. Jpn. – 1991. – V. 60, No 7. – P. 2105–2108.
- Takizawa K., Yabe T., Tsugawa Y., Tezduyar T.E., Mizoe H. Computation of freesurface flows and fluid-object interactions with the CIP method based on adaptive meshless Soroban grids // Comput. Mech. – 2007. – V. 40, No 1. – P. 167–183. – doi: 10.1007/s00466-006-0093-2.
- Аганин А.А., Хисматуллина Н.А. Схемы второго порядка точности для расчета динамики возмущений в упругом теле // Труды Ин-та механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН. – 2017. – Т. 12, № 1. – С. 44–50.
- Ильгамов М.А., Гильманов А.Н. Неотражающие условия на границах расчетной области. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 240 с.
- 32. *Уилкинс М.Л.* Расчет упруго-пластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 212–263.
- Rein M. Phenomena of liquid drop impact on solid and liquid surfaces // Fluid Dyn. Res. - 1993. - V. 12, No 2. - P. 61-93. - doi: 10.1016/0169-5983(93)90106-K.
- Lesser M.B. Thirty years of liquid impact research: A tutorial review // Wear. 1995. V. 186-187, Pt. 1. P. 28-34. doi: 10.1016/0043-1648(95)07190-3.
- Field J.E. ELSI conference: invited lecture Liquid impact: theory, experiment, applications // Wear. - 1999. - V. 233-235. - P. 1-12. - doi: 10.1016/S0043-1648(99)00189-1.

Аганин Александр Алексеевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией

Институт механики и машиностроения ФИЦ Казанский научный центр РАН ул. Лобачевского, д. 2/31, г. Казань, 420111, Россия E-mail: aganin@kfti.knc.ru

Гусева Татьяна Сергеевна, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник

Институт механики и машиностроения ФИЦ Казанский научный центр РАН ул. Лобачевского, д. 2/31, г. Казань, 420111, Россия E-mail: ts.guseva@mail.ru

Косолапова Людмила Александровна, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник

Институт механики и машиностроения ФИЦ Казанский научный центр РАН ул. Лобачевского, д. 2/31, г. Казань, 420111, Россия E-mail: kosolapova@kfti.knc.ru

Хисматуллина Наиля Абдулхаевна, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник

Институт механики и машиностроения ФИЦ Казанский научный центр РАН ул. Лобачевского, д. 2/31, г. Казань, 420111, Россия E-mail: nailya hism@mail.ru

ISSN 2541-7746 (Print) ISSN 2500-2198 (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA. SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI (Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)

2019, vol. 161, no. 2, pp. 165-180

doi: 10.26907/2541-7746.2019.2.165-180

Dependence of Cavitation Bubble Impact onto a Body on Liquid Pressure

A.A. Aganin^{*}, T.S. Guseva^{**}, L.A. Kosolapova^{***}, N.A. Khimatullina^{****}

Institute of Mechanics and Engineering, FRC Kazan Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Kazan, 420111 Russia E-mail: *aganin@kfti.knc.ru, **ts.guseva@mail.ru, ***kosolapova@kfti.knc.ru,

 $****nailya_hism@mail.ru$

Received July 19, 2018

Abstract

The effect produced by liquid pressure during the impact of a cavitation bubble on the surface of a body was numerically studied. The liquid under study was water; the material of the body was copper-nickel alloy; the bubble was initially spherical (radius 1 mm), touched the body, and filled with vapor in the saturation state. The liquid pressure p_L varied from 1 to 7 bar. The impact on the body resulted from the action of a cumulative jet arising on the surface of the bubble during its collapse. The main attention was paid to the short-term initial phase of the impact when the maximum pressure on the wall was of the order of the water hammer pressure p_{wh} , corresponding to a rigid wall. It was shown that the cumulative jet velocity and radius increase from 115 to 317 m/c and from 38 to 43 μm , respectively, with increasing p_L . Throughout the p_L range considered, the initial stage of the cumulative jet impact developed similarly to the known case of the spherical drop impact. The body surface pressure first reached the water hammer pressure level. Then the pressure on the body surface at the center of the impact domain decreased monotonically, whereas at the periphery it initially increased to about 2.5 p_{wh} and after that decreased. Initially, the deformations in the body in the impact center vicinity were elastic at $p_L = 1$ bar and plastic at $p_L = 4$ and 7 bar. Then they became plastic at $p_L = 1$ bar. With increasing p_L , the plastic zone significantly increased, its geometry greatly changed. The jet impact resulted in a circular micropit appearing on the body surface. With increasing p_L , it became more pronounced.

Keywords: cavitation, bubble collapse near body, cumulative jet, liquid impact onto body, elastic-plastic body dynamics

Acknowledgments. The study was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 16-01-00433).

Figure Captions

Fig. 1. Collapse of a bubble attached to the surface of a body

Fig. 2. Change in the bubble shape and the liquid pressure field during collapse of a bubble attached to the body for the liquid pressure $p_L = 1$ bar: $t_{1-4}/(R_0/\sqrt{p_L/\rho}) = 0$ (a), 1.01 (b), 1.04 (c), 1.12 (d), $t_4 = t_c$ corresponds to the beginning of the jet impact on the body surface.

Fig. 3. The shape of the bubble at t_c , the moment of contact between the jet end and the body surface, for $p_L = 1$, 4 and 7 bar in the cases of a cavitation bubble (solid line – 1 bar, black circles – 4 bar, gray circles – 7 bar) and an empty bubble (dashed line).

Fig. 4. The cumulative jet impact upon the body surface: variation of the pressure field and the jet surface (three upper rows) and the pressure on the body surface (bottom row) during the impact. Three time moments are presented: $t_{1-3}/t_{\rm cr} = 0.4$ (first row), 1 (second row), 13 (third row) for p_L , bar = 1 (column *a*), 4 (column *b*) and 7 (column *c*). $t_{\rm cr} =$ $= R_j M/2D$, $M = v_j/D$, $D = c_L + \kappa v_j$ (the jet parameters v_j , p_j , and R_j are given in Table 1. For the taken values of p_L : $t_{\rm cr} = 0.72$, 1.27, 1.49 ns.

Fig. 5. Comparison of the liquid pressure profiles on the body surface at the moments t_{1-3} (Fig. 4) in terms of the dimensionless pressure p/p_{wh} (a) and the shape of the jet boundary at the moment t_3 (b) for p_L , bar = 1 (solid lines), 4 (dotted lines), and 7 (dashed lines).

Fig. 6. The fields of the dimensionless stress intensity σ_i/Y_0 in the body at the same three moments t_{1-3} as in fig. 4 for p_L , bar = 1 (column *a*), 4 (column *b*), and 7 (column *c*). The gray-shaded areas correspond to the yielding zones.

Fig. 7. The profiles of the micropits on the body surface at $t = t_3$ (Fig. 4) in terms of the dimensionless coordinates $r/R_{\rm cr}$, $z/R_{\rm cr}$ for p_L , bar = 1 (solid curve), 4 (dotted curve), and 7 (dashed curve). A thin horizontal line is the surface of the body at t = 0 (Fig. 5).

References

- Kornfeld M., Suvorov L. On the destructive action of cavitation. J. Appl. Phys., 1944, vol. 15, no. 6, pp. 495–506. doi: 10.1063/1.1707461.
- Preece C.M. Cavitation erosion. In: Preece C.M. (Ed.) *Erosion*. New York, Acad. Press, 1979, pp. 208–301.
- Arndt R.E.A. Cavitation in fluid machinery and hydraulic structures. Annu. Rev. Fluid Mech., 1981, vol. 13, pp. 273–328. doi: 10.1146/annurev.fl.13.010181.001421.
- 4. Brennen C.E. Hydrodynamics of Pumps. Oxford Univ. Press, 1994. 293 p.
- Terwisga T.J.C., Wijngaarden E., Bosschers J., Kuiper G. Cavitation research on ship propellers a review of achievements and challenges. *Int. Shipbuild. Prog.*, 2007, vol. 54, nos. 2–3, pp. 165–187.

- Ohl C.-D., Arora M., Ikink R., Jong N., Versluis M., Delius M., Lohse D. Sonoporation from jetting cavitation bubbles. *Biophys. J.*, 2006, vol. 91, pp. 4285–4295. doi: 10.1529/biophysj.105.075366.
- Skolarikos A., Alivizatos G., de la Rosette J. Extracorporeal shock wave lithotripsy 25 years later: Complications and their prevention. *Eur. Urol.*, 2006, vol. 50, no. 5, pp. 981– 990. doi 10.1016/j.eururo.2006.01.045.
- Guoa Sh., Khoo B.Ch., Teob S.L. M., Lee H.P. The effect of cavitation bubbles on the removal of juvenile barnacles. *Colloids Surf.*, B, 2013, vol. 109, pp. 219–227. doi: 10.1016/j.colsurfb.2013.03.046.
- Brennen C.E. Cavitation in medicine. *Interface Focus*, 2015, vol. 5, no. 5, art. 20150022, pp. 1–12. doi: 10.1098/rsfs.2015.0022.
- Mason T.J. Ultrasonic cleaning: An historical perspective. Ultrason. Sonochem., 2016, vol. 29, pp. 519–523. doi: 10.1016/j.ultsonch.2015.05.004.
- Bourne N.K. On impacting liquid jets and drops onto polymethylmethacrylate targets. Proc. R. Soc. A., 2005, vol. 461, pp. 1129–1145. doi: 10.1098/rspa.2004.1440.
- Shaw S.J., Jin Y.H., Schiffers W.P., Emmony D.C. The interaction of a single lasergenerated cavity in water with a solid surface. J. Acoust. Soc. Am., 1996, vol. 99, no. 5, pp. 2813–2824.
- Isselin J.-C., Alloncle A.-P., and Autric M. On laser induced single bubble near a solid boundary: Contribution to the understanding of erosion phenomena. J. Appl. Phys., 1998, vol. 84, no. 10, pp. 5766–5771.
- Aganin A.A., Guseva T.S., Kosolapova L.A., Malakhov V.G., Khismatullina N.A. Modeling of cavitation bubble impact on a body. *Izv. UNTs Ross. Akad. Nauk*, 2014, no. 2, pp. 53–61. (In Russian)
- Aganin A.A., Guseva T.S., Kosolapova L.A., Khismatullina N.A. The calculation of weakly nonspherical cavitation bubble impact on a solid. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, 2016, vol. 158, no. 1, art. 012003, pp. 1–6, doi: 10.1088/1757-899X/158/1/012003.
- Aganin A.A., Kosolapova L.A., Malakhov V.G. Numerical simulation of the evolution of a gas bubble in a liquid near a wall. *Math. Models Comput. Simul.*, 2018, vol. 10, no. 1, pp. 89–98. doi: 10.1134/S2070048218010027.
- Aganin A.A., Guseva T.S. Numerical simulation of impact of a jet on a wall. Math. Models Comput. Simul., 2017, vol. 9, no. 5, pp. 623–635. doi: 10.1134/S2070048217050027.
- Aganin A.A., Khismatullina N.A. Computation of two-dimensional disturbances in an elastic body. Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki, 2017, vol. 159. no. 2, pp. 143–160. (In Russian)
- Plesset M.S., Chapman R.B. Collapse of an initially spherical vapour cavity in the neighbourhood of a solid boundary. J. Fluid Mech., 1971, vol. 47, pt. 2, pp. 283–290.
- Philipp A., Lauterborn W. Cavitation erosion by single laser-produced bubbles. J. Fluid Mech., 1998, vol. 361, pp. 75–116.
- 21. Voinov O.V., Voinov V.V. On the scheme of a collapsing cavitation bubble near the wall and the formation of a cumulative jet. *Sov. Phys. Dokl.*, 1976, vol. 21, no. 1, pp. 133–136.
- Blake J.R., Taib B.B., Doherty G. Transient cavities near boundaries. J. Fluid Mech., 1986, vol. 170, pp. 479–497.
- 23. Aganin A.A., Ilgamov M.A., Kosolapova L.A., Malakhov V.G. Dynamics of a cavitation bubble near a solid wall. *Thermophys. Aeromech.*, 2016, vol. 23, no. 2, pp. 211–220.

- Aganin A.A., Guseva T.S., Kosolapova L.A., Malakhov V.G. Shock waves in liquid under the pulsed action of a cavitation bubble on a rigid wall. Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki, 2015, vol. 157, no. 2, pp. 5–19. (In Russian)
- Aganin A.A., Guseva T.S., Kosolapova L.A. Impact of a cavitation bubble on a wall. Russ. Aeronaut., 2017, vol. 60, no. 3, pp. 391–397. doi: 10.3103/S1068799817030102.
- Aganin A.A., Guseva T.S. Numerical simulation of the dynamics of non-uniform compressible media based on the CIP-CUP method on dynamically adaptive soroban grids. Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki, 2014, vol. 156, no. 2, pp. 55–71. (In Russian)
- Yabe T., Xiao F., Utsumi T. The constrained interpolation profile method for multiphase analysis. J. Comput. Phys., 2001, vol. 169, no. 2, pp. 556–593. doi: 10.1006/jcph.2000.6625.
- Yabe T., Wang P.Y. Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid. J. Phys. Soc. Jpn, 1991, vol. 60, no. 7, pp. 2105–2108.
- Takizawa K., Yabe T., Tsugawa Y., Tezduyar T.E., Mizoe H. Computation of free-surface flows and fluid-object interactions with the CIP method based on adaptive meshless Soroban grids. *Comput. Mech.*, 2007, vol. 40, no. 1, pp. 167–183. doi: 10.1007/s00466-006-0093-2.
- Aganin A.A., Khismatullina N.A. Schemes of the second order accuracy for computing the dynamics of disturbances in an elastic body. *Tr. Inst. im. R.R. Mavlyutova Ufim. Nauchn. Tsentra Ross. Akad. Nauk*, 2017, vol. 12, no. 1, pp. 44–50. (In Russian)
- Il'gamov M.A., Gilmanov A.N. Neotrazhayushchie usloviya na granitsakh raschetnoi oblasti [Non-Reflecting Conditions on the Boundary of Computational Domain]. Moscow, FIZMATLIT, 2003. 240 p. (In Russian)
- Wilkins M.L. Calculation of elastic-plastic flow. In: Methods in Computational Physics. New York, Acad. Press, 1964, pp. 211–263.
- Rein M. Phenomena of liquid drop impact on solid and liquid surfaces. *Fluid Dyn. Res.*, 1993, vol. 12, no. 2, pp. 61–93. doi: 10.1016/0169-5983(93)90106-K.
- Lesser M.B. Thirty years of liquid impact research: A tutorial review. Wear, 1995, vols. 186–187, pt. 1, pp. 28–34. doi: 10.1016/0043-1648(95)07190-3.
- Field J.E. ELSI conference: Invited lecture Liquid impact: Theory, experiment, applications. Wear, 1999, vols. 233–235, pp. 1–12. doi: 10.1016/S0043-1648(99)00189-1.

Для цитирования: Аганин А.А., Гусева Т.С., Косолапова Л.А., Хисматул-/ лина Н.А. Зависимость воздействия кавитационного пузырька на тело от давления / жидкости // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2019. – Т. 161, кн. 2. – С. 165–180. – doi: 10.26907/2541-7746.2019.2.165-180.

For citation: Aganin A.A., Guseva T.S., Kosolapova L.A., Khimatullina N.A. Dependence of cavitation bubble impact onto a body on liquid pressure. Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki, 2019, vol. 161, no. 2, pp. 165–180. doi: 10.26907/2541-7746.2019.2.165-180. (In Russian)