

О путях преодоления кризиса в преподавании геометрии

Сафонова Татьяна Анатольевна, учитель математики гимназии №1786 г. Москва.

«Школьное образование представляет собой самый длительный этап формального обучения каждого человека и является одним из решающих факторов, как индивидуального успеха, так и долгосрочного развития всей страны»

(проект Национальная образовательная инициатива «Наша новая школа»).

I. Интересно и неформально.

«Большинству из нас запоминается не то, чему нас учат, а то, как нас учат».

Э.Севрус

Школьный курс геометрии рассчитан на пятилетний срок изучения. Интерес к предмету, как правило, угасает у учащихся, когда они погружаются учителем в бесконечный процесс изучения теории и решения задач. А ведь название предмета **«геометрия» – измерения на земле**, подсказывает место проведения урока.

1.а) Измерения на земле.

Первый урок в сентябре и заключительный урок на повторение в 7-ом и 8-ом классах я провожу на школьном дворе. Начиная изучать геометрию, учащиеся постепенно узнают о том, как используются некоторые свойства геометрических фигур в практической деятельности.



Выйдя на улицу с мелом и веревкой, учащиеся самостоятельно убеждаются в том, насколько проще делать геометрические построения в тетради, нежели на земле. Цель, которую я преследую на этих уроках – заинтересовать, увлечь, разбудить интерес, а потом и научить чему – либо будет уже не так сложно.



Например, задача про ворону и сыр вызвала у учащихся особый интерес, можно было проявить не только математические способности, но и изложить свои творческие идеи – сделать иллюстрацию в виде рисунка к задаче из ГИА.

Примеры задач, которые решались на уроке.

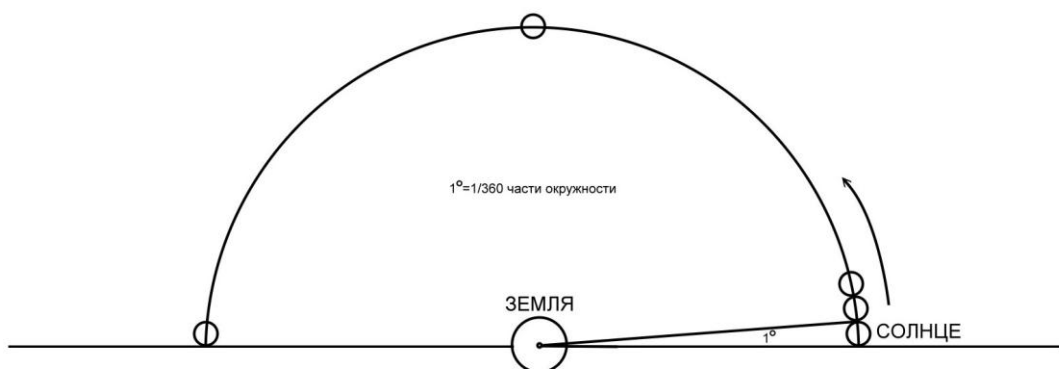
1. Найти середину отрезка AB , заданного на месте двумя точками A и B .
2. Построить равносторонний треугольник заданной стороной AB .
3. С помощью веревки построить прямоугольный треугольник (египетский треугольник).
4. У данной окружности найти центр.
5. На местности обозначены три точки A , B и C , не лежащие на одной прямой. Через точку A проложите прямую, параллельную прямой BC .
6. Как по длине тени, падающей от дерева в солнечный день, определить высоту дерева?
7. Надо заложить фундамент прямоугольной формы для дома размерами 3 м на 4 м.

Надо обязательно рассказывать учащимся о прикладном значении изучаемого предмета, об интересных исторических фактах, связанных с ним, о тех открытиях, которые служили импульсом к его развитию. Стараюсь привлечь внимание, заинтересовать учащихся «бонусными» рассказами «неизвестное об известном». Рассказать новое о, казалось бы, давно известном факте; показать логическую связь между тем, что уже знаем, и то, что предстоит изучить, немного приоткрыть дверь и заглянуть за рамки школьной программы, необычные задачи, связь с событиями сегодняшнего дня – вот те приемы, которые я использую для достижения поставленных целей на уроке.

1.б) Неизвестное об известном.

• Вспомним о мере измерения углов: $1^\circ = 1/360$ часть окружности («градус» - от латинского grad – шаг). Знаете ли вы, почему окружность разделили на 360 частей, почему не разбили на 10, 100 или 1000 частей, как это происходит, например, при измерении длин? Я знаю две версии, расскажу вам об одной из них, а другую версию поищите сами, она не менее интересна.

Вавилонские жрецы, проводившие астрономические наблюдения, обнаружили, что в день равноденствия Солнце от восхода до заката описывает на небесном своде полуокружность, в которой видимый поперечник (диаметр) Солнца укладывается ровно 180 раз. 1° - след Солнца.



• Учащиеся сами находят интересные задачи, делают презентации: Золотое сечение, Симметрия и пропорция архитектуре, живописи, Лист Мебиуса: эксперименты, опыты, Наглядная топология, Оптические иллюзии Эшера, Бутылка Клейна и т.д.



• Церковь Покрова Богородицы на Нерли. Это сооружение скромных размеров (всего 24 метра), имеет простые архитектурные формы и сдержанные белокаменные украшения. И тем не менее она считается идеальной в пропорциях золотого сечения. Её считают жемужиной русской архитектуры.

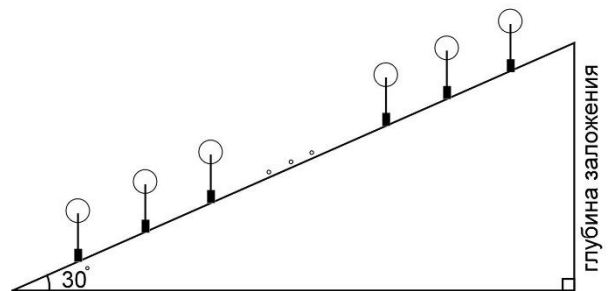
I.в) Связь с событиями сегодняшнего дня.

- Каждый день мы спускаемся в метро и не замечаем, что ...

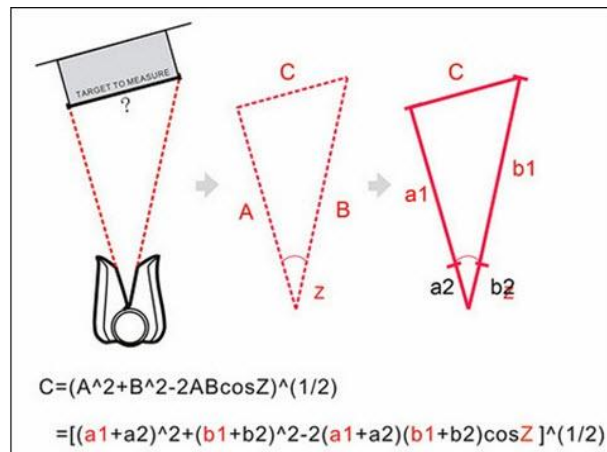
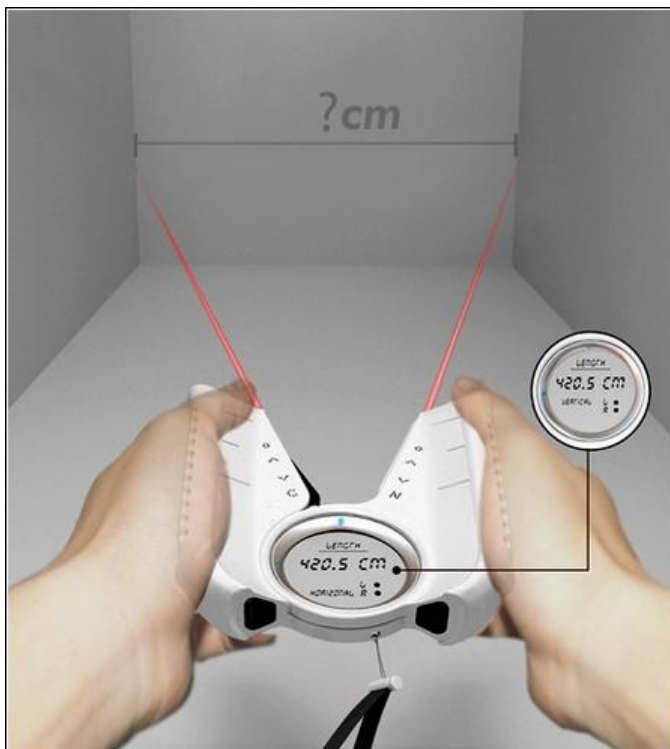
Угол наклона всех эскалаторов московского метро равен 30 градусам. Зная это, количество ламп на эскалаторе и примерное расстояние между лампами, можно вычислить примерную глубину заложения станции. На эскалаторе станции «Цветной бульвар» 15 ламп, а на станции «Пражская» 2 лампы. Рассчитайте, какова глубина заложения этих станций, если расстояния между лампами, от входа эскалатора до первой лампы и от последней лампы до выхода с эскалатора равны 6 м.

Ответ: 48 м и 9 м.

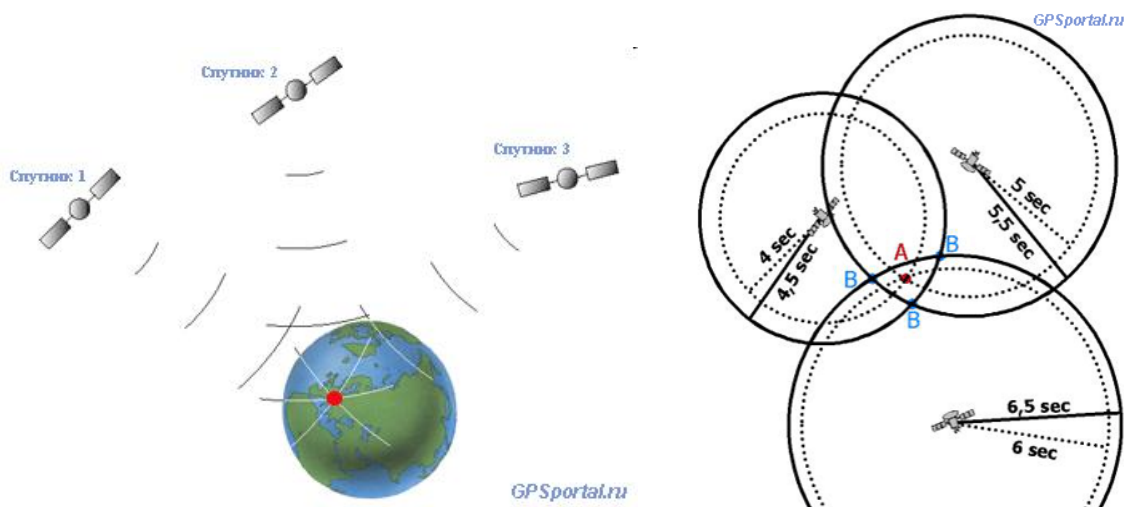
*Самая глубокая станция московского метро - «Парк Победы». Какова глубина её заложения?



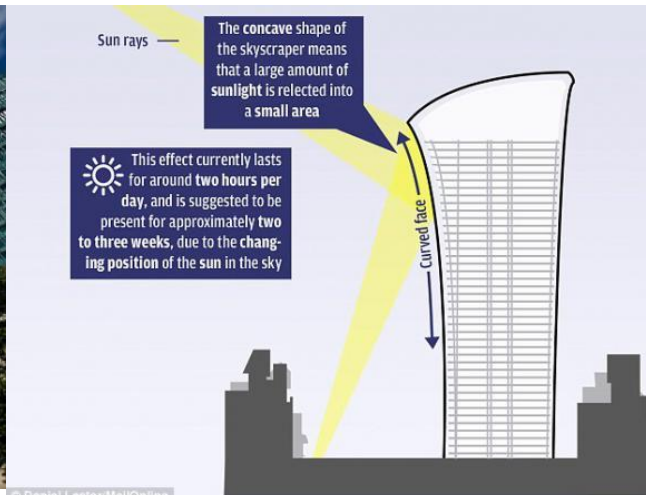
• Китайский дизайнер **Хуань Цяокун** догадался соединить в одно устройство два лазерных дальномера, транспортер и получил инструмент, позволяющий определять расстояние между двумя точками на плоскости. Как вы думаете, с помощью какой теоремы решается эта задача? Решайте задачи по геометрии и совершайте каждый день маленькие открытия!



• Глобальная Навигационная Система (GPS). Для определения широты и долготы приемника необходимо, как минимум, принимать сигналы от трех спутников. Прием сигнала от четвертого спутника позволяет определить и высоту объекта над поверхностью. Компьютер приемника решает четыре уравнения с четырьмя неизвестными до тех пор, пока не найдет решение, которое проводит все окружности через одну точку.



• В Лондоне построили небоскрёб, фасад которого имеет параболическую форму. В определённое время дня, в полном соответствии с законами физики, 160-метровая парабола отражает лучи со своей поверхности в одну небольшую область. Изогнутое здание сбрасывает подобно "гигантскому увеличительному стеклу".

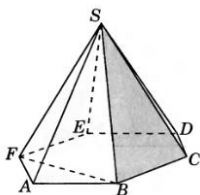


II. «Информационные и компьютерные технологии – слагаемые современного урока геометрии».

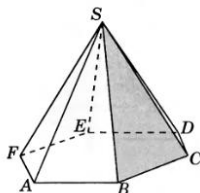
Долгие года итоговая аттестация выпускников 9-ых и 11-ых классов проходила в формате обязательного экзамена по алгебре и экзамена по выбору – геометрии. Соответственно выработалось и отношение к предмету – учит только тот, кому понадобится он при сдаче вступительного экзамена ВУЗ. Введение ЕГЭ по математике заставляет пересмотреть преподавание геометрии на протяжении всего курса. Сейчас доля заданий по геометрии в текстах экзамена составляет 28% (9 из 32). И только 3% выпускников 11-ых классов при сдаче экзамена выполнили стереометрическую задачу группы C2 в 2012 году, а C4 – 0,02%, B11 – 27%.

II.a) В качестве дополнения к учебнику, я беру «Пособие для подготовки к ЕГЭ. Геометрия. Стереометрия» В.А. Смирнов. Оно содержит более семисот задач с готовыми чертежами. Фрагмент страницы из пособия:

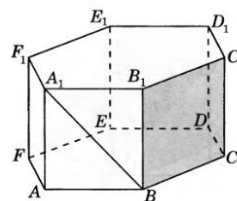
35. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2, найдите косинус угла между прямой BF и плоскостью SBC .



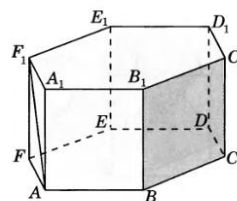
36. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2, найдите синус угла между прямой SA и плоскостью SBC .



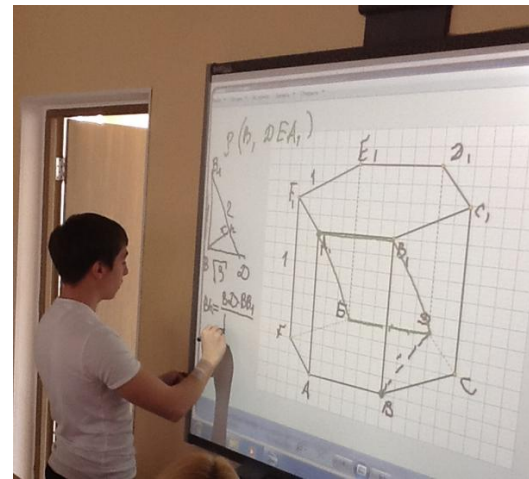
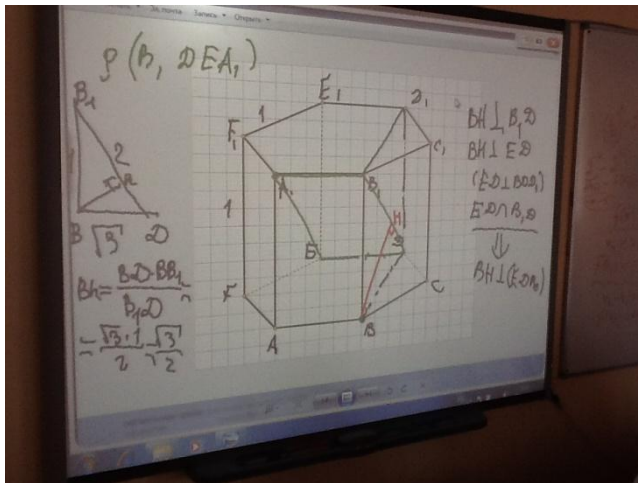
38. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите синус угла между прямой BA_1 и плоскостью BCC_1 .



39. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите синус угла между прямой AF_1 и плоскостью BCC_1 .



Но регулярно и систематически работать с этим пособием не получалось, пока не появилась в кабинете Smart доска. Это современное технологическое устройство позволяет поднять на новый уровень работу учащихся на уроке, решать задач в большем объеме, в лучшем качестве, сочетать современные и традиционные средства обучения. С помощью программного средства «Geogebra» я сделала заготовки всех многогранников, которые встречаются в пособие. Вызов нужной фигуры осуществляется быстрее, чем учащиеся найдут задачу в пособии.

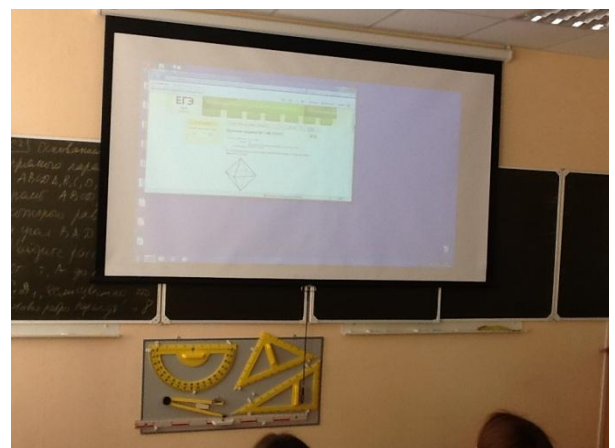
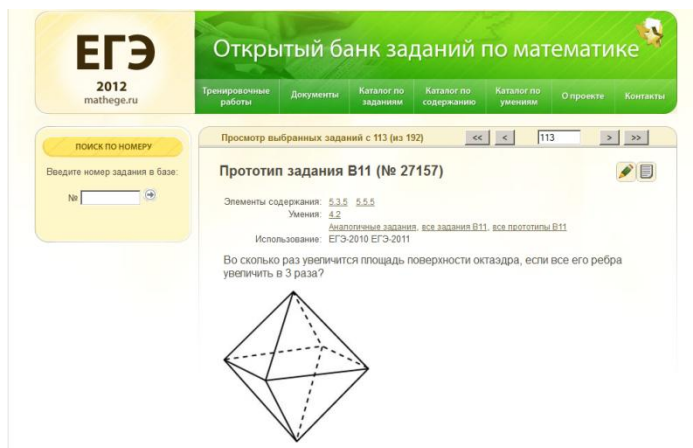


II.б) Современные Smart-доски являются и проекторами, которые позволяют демонстрировать программные продукты, предназначенные для изучения геометрии. При объяснении темы «Сечения многогранников» и «Правильные многогранники» я использую интересную программу ICrosss (для iPad), ссылку на нее мне дали сами учащиеся. Фигуры можно рассмотреть с любой грани, вращать их, разрезать плоскостями.

Находящийся в свободном доступе программный продукт Geogebra, открывает потрясающие возможности для объяснения различных задач по стереометрии или планиметрии.

Я долгие годы работала с мелом и линейкой, но появившиеся новые технические и информационные возможности я активно использую на уроке, не подменяя традиционные методы обучения, а дополняя их и расширяя. Разнообразные формы работы позволяют развивать интерес к предмету, делают его более доступным в понимании и облегчают процесс объяснения.

II.в) Подключенный к интернету компьютер позволяет в реальном времени выйти на сайт mathege.ru (открытый банк задач), где можно найти дополнительный тренировочный материал по каждому типу заданий группы В. Проработав прототипы, я формирую самостоятельные работы, которые предлагаю учащимся сохранить и использовать при подготовке к ЕГЭ.



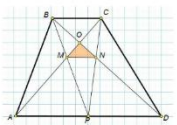
II.г) За долгие годы работы, накопилось много дополнительного материала, и он постоянно пополняется все новыми и новыми задачами. Возникла острая необходимость его систематизировать, оформить для удобной работы на уроке. Место, где я размещаю этот материал в виде Интерактивных тематических тетрадей – это мой сайт mathcourse.ru.

mathcourse.ru

№9. Площадь трапеции ABCD равна 560. Диагонали пересекаются в точке O; отрезок, соединяющий середину F основания AD с вершинами B и C, пересекается с диагоналями трапеции в точках M и N. Найдите площадь треугольника MON, если одно из оснований трапеции в полтора раза больше другого. Ответ: 576/35 или 63/5

Решение:

1-ый случай.



Пусть $AD = \frac{2}{3}BC$. Положим $BC = 3x$, $AD = 2x$, $OC = x$. $\triangle COB$ подобен $\triangle AOD$ с коэффициентом $\frac{BC}{AD} = \frac{3}{2}$.

$\triangle CMB$ подобен $\triangle AMP$ с коэффициентом $\frac{BC}{AD} = \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2}$, поэтому

$$OM = \frac{3}{2}x, \quad AC = OM + OC = \frac{3}{2}x + x = \frac{5}{2}x,$$

$$MC = \frac{4}{7}AC = \frac{10}{7}x.$$

$$OM = MC - OC = \frac{10}{7}x - x = \frac{3}{7}x.$$

Значит, $\frac{OM}{OA} = \frac{3}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{7}$. Аналогично $\frac{ON}{OD} = \frac{2}{7}$.

$$\frac{2x + 2x}{2} \cdot h = \frac{3}{2}ah = 560, \quad ah = 224,$$

$$S_{MON} = \frac{1}{2}AD \cdot \frac{2}{7}h = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{9}{10}ah = \frac{9 \cdot 112}{5} = \frac{576}{5}.$$

Пусть h - высота трапеции. Тогда площадь трапеции

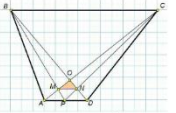
А так $\triangle MON$ подобен $\triangle AOD$ с коэффициентом $\frac{2}{7}$, то

$$S_{MON} = \left(\frac{2}{7}\right)^2 S_{AOD} = \frac{4}{49} \cdot \frac{9 \cdot 112}{5} = \frac{576}{35}$$

Вспомните теорему

www.mathcourse.ru

2-ой случай.



Рассмотрим случай, когда $BC = \frac{3}{2}AD$. Аналогично проводимому рассуждению, что $\frac{OM}{OA} = \frac{3}{8}$

$$S_{MON} = \frac{448}{5}. \quad \text{Следовательно, } S_{MON} = \left(\frac{3}{8}\right)^2 S_{AOD} = \frac{9}{64} \cdot \frac{448}{5} = \frac{63}{5}.$$

www.mathcourse.ru

mathcourse.ru

№8. В правильной треугольной пирамиде через середину одного основания параллельно к основанию проведено сечение. Найдите площадь сечения, если стороны основания равны 4, а боковое ребро равно $\sqrt{13}$.

Решение:

1) Построим сечение: $MEV \perp AK \perp OA$, $DO \perp (ABC)$, $EO \perp DO \Rightarrow EO \perp (ABC)$, $(MEV) \perp (ABC)$, MEV - искомое сечение.

2) $MO = \frac{1}{2}AK = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$, $AO = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$, $DO = \sqrt{AD^2 - AO^2} = \sqrt{\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 16} = 4$.

$\triangle MON \sim \triangle BOC$, $\frac{MO}{BO} = \frac{NO}{CO} = \frac{EO}{EO} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $NO = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{4}{3}$.

$AO \perp BO \Rightarrow AO \perp NO$, $AO \perp DO \Rightarrow AO \perp NO$, $EO \perp NO$.

$S_{MON} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot NO = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$.

www.mathcourse.ru

№10. Боковые ребра правильной четырехугольной пирамиды равны 3, а высота - $\frac{7}{3}$. Найдите площадь сечения, проведенного через середину основания и середины противоположных боковых ребер пирамиды.

Решение: Проверьте свой решение.

www.mathcourse.ru

№11. В правильной четырехугольной пирамиде через середины двух смежных боковых ребер параллельно высоте проведено сечение. Найдите площадь сечения, если боковые ребра равны 18, а длина основания - $16\sqrt{2}$.

Решение:

1) Построим сечение: $EM \perp MC$, $EM \perp ED$, $ME \perp (ABC) \Rightarrow ME \perp DO$, $(EMF) \perp (ABC) \Rightarrow EM \perp EN \perp EM$, $EM \perp (ABC) \Rightarrow ME \perp EN$.

2) $S_{EMF} = \frac{EM \cdot EF}{2}$, $EM = MC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 16\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$, $EF = \frac{1}{2}EN = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8$, $S_{EMF} = \frac{8\sqrt{2} \cdot 8}{2} = 32\sqrt{2}$.

www.mathcourse.ru

Какие проблемы я решаю, создавая Интерактивные тетради:

- осуществляю дифференцированный подход в обучении;
- предоставляю широкие возможности учащимся в самоподготовке;
- визуализирую решения задач по геометрии при объяснении или при проверке;
- систематизирую задачи по классам, темам, уровням подготовки к ГИА и ЕГЭ;
- мобильно решается проблема актуальности и адаптивности предлагаемого дополнительного материала.

Создавая на своих уроках геометрии территорию развития творческого потенциала личности учащегося, разнообразную по содержанию и формам образовательную среду, я даю возможность учащимся раскрыть себя, само-реализоваться. Ведь решение задач по геометрии скорее напоминает искусство, в отличие от канонических алгоритмов работы с большинством алгебраических задач, а потому и научиться такому искусству – трудная, но выполнимая задача. Школьная математика как предмет способствует не столько обучению, сколько развитию личности, его мышления, культуры.