

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт физики



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
_____ Турилова Е.А.
"___" _____ 20__ г.

Программа дисциплины
Векторный и тензорный анализ

Специальность: 03.05.01 - Астрономия
Специализация: Астрофизика и космология
Квалификация выпускника: Астроном. Преподаватель
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский
Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): старший преподаватель, к.н. Альпин Т.Ю. (Кафедра теории относительности и гравитации, Отделение физики), Timur.Alpin@kpfu.ru ; доцент, к.н. Даишев Р.А. (Кафедра теории относительности и гравитации, Отделение физики), Rinat.Daishev@mail.ru ; старший преподаватель, б/с Кропотова Т.В. (Кафедра теории относительности и гравитации, Отделение физики), Tatyana.Kropotova@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-3	Способен проводить научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

теоретические основы векторного и тензорного анализа.

Должен уметь:

использовать знание теоретических основ векторного и тензорного анализа при анализе непрерывно распределенных в пространстве величин (полей) различной природы, использовать теоретические понятия и практические методы векторного и тензорного анализа при решении задач, возникающих в различных физических курсах.

Должен владеть:

необходимыми навыками вычислений основных характеристик скалярных и векторных полей в декартовых и криволинейных координатах (производной по направлению и градиента скалярных полей; векторных линий, дивергенции, ротора, потока и циркуляции векторных полей), операциями тензорной алгебры и начал анализа

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.20 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 03.05.01 "Астрономия (Астрофизика и космология)" и относится к обязательной части ОПОП ВО.

Осваивается на 2 курсе в 4 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 41 часа(ов), в том числе лекции - 16 часа(ов), практические занятия - 24 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 31 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 4 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Скалярные и векторные поля, их характеристики. Основные операции векторного анализа в декартовых координатах.	4	8	0	12	0	0	0	14
2.	Тема 2. Основные операции векторного анализа в ортогональных криволинейных координатах.	4	2	0	2	0	0	0	3
3.	Тема 3. Тензоры. Алгебраические операции над тензорами. Основы тензорного анализа.	4	6	0	10	0	0	0	14
	Итого		16	0	24	0	0	0	31

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Скалярные и векторные поля, их характеристики. Основные операции векторного анализа в декартовых координатах.

Определение скалярного поля. Поверхности и линии уровня. Симметрии скалярного поля. Производная по направлению скалярного поля. Градиент.

Определение векторного поля. Векторные линии и трубки. Поток векторного поля через поверхность. Циркуляция векторного поля по контуру. Дивергенция, ротор векторного поля.

Потенциальное, соленоидальное, лапласово поля.

Использование вектора "набла" (оператора Гамильтона) в векторном анализе.

Дифференциальные операции второго порядка.

Тема 2. Основные операции векторного анализа в ортогональных криволинейных координатах.

Ортогональные криволинейные координаты. Локальный базис ортогональной криволинейной системы координат. Коэффициенты Ламэ.

Градиент, дивергенция, ротор, лапласиан в ортогональных криволинейных координатах.

Нахождение векторных линий, потоков и циркуляций векторных полей в ортогональных криволинейных координатах.

Сферические и цилиндрические координаты. Основные операции векторного анализа в сферических и цилиндрических координатах.

Тема 3. Тензоры. Алгебраические операции над тензорами. Основы тензорного анализа.

Аффинное пространство. Аффинная координатная система. Преобразование аффинного базиса. Определение тензора. Примеры тензоров из линейной алгебры.

Алгебраические операции над тензорами: сложение тензоров, умножение тензора на число, умножение тензоров, свертывание тензоров, симметрирование и альтернирование тензоров.

Тензорная алгебра в евклидовом пространстве. Опускание и поднятие индексов.

Элементы тензорного анализа.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Анчиков А. М., Основы векторного и тензорного анализа - http://toig-kazan.narod.ru/education/III/Anchikov_Osnovy.djvu

Н. Р. Хуснутдинов Расчетные задания и методические указания по курсу "Векторный и тензорный анализ" - http://kpfu.ru/portal/docs/F494355773/Husnutdinov_Vekt_Tenz_Analiz.pdf

Расчетные задания по математике. Векторный и тензорный анализ (III семестр) - http://shelly.kpfu.ru/portal/docs/F576890790/Raschetnye.zadaniya_ViTan.pdf

Расчётные задания по математике Векторный анализ (III семестр, pdf, 247 Кб, скачать). - http://toig-kazan.narod.ru/education/izsr/Anchikov_VTA1.pdf

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- Международный научно-образовательный сайт EqWorld - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm>
 Сайт кафедры теории относительности и гравитации КФУ - <http://toig-kazan.narod.ru/education.htm>
 Сайт кафедры теории относительности и гравитации КФУ - <http://old.kpfu.ru/f6/k6/index.php>
 Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета - <http://lib.mexmat.ru/>
 Электронная библиотечная система "Книгафонд" - <http://www.knigafund.ru/>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Необходимым требованием для освоения дисциплины является посещение лекций. В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки. В случае возникновения вопросов обращаться за консультациями к преподавателю. В ходе изучения дисциплины мало ограничиваться лекциями, рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой.
практические занятия	Главное назначение практических занятий - более тесное общение преподавателя со студентами на темы определённые преподавателем заранее. При подготовке требуется попытаться выполнить все домашние задания и попытаться наиболее чётко сформулировать непонятные и проблемные этапы возникшие при этом. Непосредственно на занятии нужно обсудить возникшие вопросы с преподавателем.
самостоятельная работа	После каждой лекции студенту следует внимательно прочитать и разобрать конспект. Понять все математические выкладки и лежащие в их основе физические положения и допущения; воспроизвести все выкладки самостоятельно, не глядя в конспект. Выполнить или доделать выкладки, которые лектор предписал сделать самостоятельно (если таковые имеются). Если лектор предписал разобрать часть материала более подробно самостоятельно по доступным письменным или электронным источникам, то необходимо своевременно это сделать. При возникновении каких-либо трудностей с пониманием материала рекомендуется попросить помощи у своих одногруппников или сокурсников. Также можно обратиться за помощью к лектору.
зачет	У каждого студента на руках должен быть полный список вопросов. Их можно тщательно изучить и разбить на несколько групп по уровню ваших знаний. Необходимо иметь конспекты всех лекций и практических занятий. На зачете будут предложены задачи аналогичные разбираемым на практических занятиях. Не стоит избегать посещения консультации - на ней можно уточнить у преподавателя все, что осталось непонятным.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по специальности: 03.05.01 "Астрономия" и специализации "Астрофизика и космология".

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Специальность: 03.05.01 - Астрономия

Специализация: Астрофизика и космология

Квалификация выпускника: Астроном. Преподаватель

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Основная литература:

1. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления В 3-х тт. : учебник для вузов : в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. - 13-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022 - Том 3 - 2022. - 656 с. - ISBN 978-5-507-44238-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/221270> (дата обращения: 13.05.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Ильин, В. А. Основы математического анализа : учебник : в 2 частях / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. - 5-е изд., стереот. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2022 - Часть II - 2022. - 464 с. - ISBN 978-5-9221-0537-8. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/228335> (дата обращения: 13.05.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г. Н. Берман. - 11-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 492 с. - ISBN 978-5-507-46033-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/295943> (дата обращения: 13.05.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Горлач, Б. А. Тензорная алгебра и тензорный анализ : учебное пособие / Б. А. Горлач. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 160 с. - ISBN 978-5-8114-1834-3. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/211781> (дата обращения: 13.05.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б. П. Демидович. - 25-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 624 с. - ISBN 978-5-507-47148-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/332675> (дата обращения: 13.05.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Запорожец, Г. И. Руководство к решению задач по математическому анализу : учебное пособие / Г. И. Запорожец. - 8-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 464 с. - ISBN 978-5-8114-0912-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210752> (дата обращения: 13.05.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Дубровин, В. Т. Лекции по математическому анализу. Ч.I : учебное пособие / В. Т. Дубровин. - 3-е изд., перераб. и доп. - Казань : КФУ, 2012. - 180 с. - ISBN 978-5-905787-43-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/73545> (дата обращения: 13.05.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Специальность: 03.05.01 - Астрономия

Специализация: Астрофизика и космология

Квалификация выпускника: Астроном. Преподаватель

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.