

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ

\_\_\_\_\_ Турилова Е.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Дополнительные главы функционального анализа

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Статистические методы науки о данных

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): проректор по образовательной деятельности Турилова Е.А. (Ректорат, КФУ),  
Ekaterina.Turilova@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий
ПК-2	Способность проводить научные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

В результате освоения дисциплины студент должен знать разделы функционального анализа, которые традиционно используются при исследовании свойств дифференциальных уравнений с частными производными, при построении численных методов решения задач математической физики, и знакомство с которыми необходимо для математика-прикладника.

Должен уметь:

В результате освоения дисциплины студент должен уметь практически решать примеры по функциональному анализу.

Должен владеть:

В результате освоения дисциплины студент должен владеть навыками решения задач по функциональному анализу и уметь применять полученные знания при изучении курсов математической физики, уравнений в частных производных, математической статистики.

Должен демонстрировать способность и готовность:

В результате освоения дисциплины студент должен продемонстрировать знание основ функционального анализа, необходимых для математика-прикладника и готовность использовать их при исследовании свойств дифференциальных уравнений с частными производными, при построении численных методов решения задач математической физики, задач математической статистики.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.05.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 02.04.01 "Математика и компьютерные науки (Статистические методы науки о данных)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 48 часа(ов), в том числе лекции - 24 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 24 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 69 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 27 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 3 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тель-ная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Упорядоченные векторные пространства. Выпуклость. Полунорма	3	2	0	0	0	2	0	10
2.	Тема 2. Билинейные формы. Унитарные и гильбертовы пространства	3	4	0	0	0	4	0	10
3.	Тема 3. Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса	3	4	0	0	0	4	0	10
4.	Тема 4. Ограниченные линейные операторы в гильбертовом пространстве	3	6	0	0	0	6	0	19
5.	Тема 5. Банаховы алгебры, $C^*$ -алгебры, алгебры фон Неймана	3	8	0	0	0	8	0	20
	Итого		24	0	0	0	24	0	69

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Упорядоченные векторные пространства. Выпуклость. Полунорма

Неравенства Гельдера и Минковского для сумм, рядов и интегралов. Примеры метрических и линейных нормированных пространств. Ограниченные и замкнутые множества в метрическом пространстве. Свойства полных метрических пространств. Сепарабельные метрические пространства. Компактные множества в метрическом пространстве. Сходимость в метрическом пространстве.

##### Тема 2. Билинейные формы. Унитарные и гильбертовы пространства

Определение предгильбертова и гильбертова пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Непрерывность скалярного произведения. Примеры гильбертовых пространств. Теорема фон Неймана, Йордана. Пример нормированного пространства, норму которого нельзя задать с помощью некоторого скалярного произведения.

##### Тема 3. Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса

Понятие ортонормированной системы. Теорема Пифагора. Понятие ряда Фурье элемента гильбертова пространства. Понятие полной ортонормированной системы в гильбертовом пространстве. Примеры ортонормированных систем. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Критерий сепарабельности гильбертова пространства.

##### Тема 4. Ограниченные линейные операторы в гильбертовом пространстве

Определение аддитивного, однородного, линейного оператора. Понятие ограниченного и непрерывного операторов. Понятие нормы линейного ограниченного оператора. Примеры ограниченных и неограниченных операторов. Вычисление нормы линейного ограниченного оператора. Продолжение линейного ограниченного оператора по непрерывности.

##### Тема 5. Банаховы алгебры, $C^*$ -алгебры, алгебры фон Неймана

Понятие нормированного пространства линейных ограниченных операторов  $L(X, Y)$ , действующих из нормированного пространства  $X$  в нормированное пространство  $Y$ . Поточечная сходимость последовательности операторов в пространстве  $L(X, Y)$ . Принцип равномерной ограниченности (теорема Банаха-Штейнгауза). Полнота пространства  $L(X, Y)$  в смысле поточечной сходимости.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.exponenta.ru>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://algolist.manual.ru/>

Прикладной функциональный анализ - <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=2064>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Во время лекций студенты должны сосредоточить внимание на её содержании. Основные положения лекции, важные определения и теоретические положения необходимо записывать. Конспектирование предлагаемого преподавателем материала вырабатывает у студентов навыки самостоятельного отбора и анализа необходимой для них информации, умение более сжато и четко записывать услышанное. Лекции могут служить необходимым вспомогательным материалом в процессе подготовки к практическим занятиям и экзамену. Предусмотрены очная и дистанционная формы обучения.
лабораторные работы	В ходе выполнения лабораторных работ обучающиеся детально прорабатывают понятия, полученные на лекциях, внимательно включаются в учебно-научную дискуссию, инициированную педагогом или обучающимся, дают ответы на возникающие вопросы, анализируют подготовленные доклады и презентации, как собственные, так и одногруппников
самостоятельная работа	Изучение прикладного функционального анализа предусматривает систематическую самостоятельную работу обучающихся над дополнительными материалами; развитие навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса. Изучение лекционного материала по конспекту лекций должно сопровождаться изучением рекомендуемой литературы, основной и дополнительной. Основной целью организации самостоятельной работы обучающихся является систематизация и активизация знаний, полученных ими на лекциях. Самостоятельная работа по изучению дисциплины 'Прикладной функциональный анализ' предполагает внеаудиторную работу, которая включает: 1. Решение практических задач различной сложности. 2. Рассмотрение вопросов, оставленных на самостоятельное изучение. 3. Подготовку к экзамену.
экзамен	При подготовке к экзамену обучающемуся рекомендуется повторить весь теоретический материал по соответствующим темам с выявлением ключевых теоретических аспектов и проблем, проработкой дополнительного материала по темам. Лучшему пониманию теоретического материала дисциплины будет способствовать разбор деталей определений, вывода и доказательств утверждений, выявление взаимосвязей между определениями, утверждениями и свойствами объектов, изучаемых в дисциплине. Для подготовки к экзамену обучающемуся рекомендуется составить план процесса подготовки, включающей изучение, повторение, систематизацию, логическую обработку материала, анализ полученной информации с выявлением возможных следствий и неявных свойств объектов, составлением списка возможных дополнительных вопросов и заданий, подготовку к выполнению практических задач по темам дисциплины.

## 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

## 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 02.04.01 "Математика и компьютерные науки" и магистерской программе "Статистические методы науки о данных".



Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
*Б1.В.ДВ.05.01 Дополнительные главы функционального анализа*

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Статистические методы науки о данных

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

**Основная литература:**

1. Филимонова, Н.В. Конспект лекций по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Филимонова. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 176 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/64343>
2. Филимонова, Н.В. Сборник задач по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Филимонова. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 240 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65041>
3. Хелемский, А.Я. Лекции по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебник / А.Я. Хелемский. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2014. - 560 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56415>
4. Бородин, П.А. Задачи по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / П.А. Бородин, А.М. Савчук, И.А. Шейпак. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2017. - 336 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/92693>
5. Власова, Е.А. Элементы функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е.А. Власова, И.К. Марчевский. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 400 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67481>

**Дополнительная литература:**

1. Сидоров А.М. Функциональный анализ: [учебное пособие] / А. М. Сидоров.- Казань: Казанский университет, 2010.- 140 с.
2. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2009. - 572 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2206>
3. Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 272 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/245>
4. Треногин, В.А. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Треногин. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2007. - 488 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59471>



*Приложение 3*  
*к рабочей программе дисциплины (модуля)*  
*Б1.В.ДВ.05.01 Дополнительные главы функционального анализа*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Статистические методы науки о данных

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.