

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

_____ Турилова Е.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Случайные процессы и временные ряды

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Статистические методы науки о данных

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. Кареев И.А. (кафедра математической статистики, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского), IAKareev@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий
ПК-4	Способен учитывать знания проблем и тенденций развития рынка ПО в профессиональной деятельности

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- основные понятия и методы элементарной математики, математического анализа; теории вероятностей и математической статистики, алгебры и геометрии; математических основ стохастики; функционального анализа.

Должен уметь:

- вычислять вероятности элементарных событий;
- вычислять условные вероятности;
- находить основные характеристики случайных величин;
- использовать основные алгебраические тождества для преобразования алгебраических выражений;
- решать линейные и квадратичные уравнения и неравенства;
- находить интегралы и производные;
- доказывать математические утверждения.

Должен владеть:

- методами теории вероятностей, математической статистики, функционального анализа и теории меры;
- приемами вычислений интегралов и производных;
- навыками использования математических справочников.

Должен демонстрировать способность и готовность:

- изучать сложный математический материал;
- проводить самостоятельную исследовательскую работу;
- применять на практике основные методы теории случайных процессов.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.03 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 02.04.01 "Математика и компьютерные науки (Статистические методы науки о данных)" и относится к части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 34 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 34 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 74 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 3 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Марковские цепи и их статистический анализ	3	0	0	9	0	0	0	19
2.	Тема 2. Стационарные случайные процессы и оценивание их моментов	3	0	0	9	0	0	0	19
3.	Тема 3. Процессы авторегрессии скользящего среднего (ARMA/ARIMA) и их применение	3	0	0	8	0	0	0	18
4.	Тема 4. Непрерывные стохастические процессы: винеровский и пуассоновский процессы	3	0	0	8	0	0	0	18
	Итого		0	0	34	0	0	0	74

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Марковские цепи и их статистический анализ

Раздел посвящён теории и прикладному анализу однородных марковских цепей с конечным числом состояний. Рассматриваются основные понятия: вектор начального распределения, матрица переходных вероятностей, марковское и однородное свойства. Изучаются методы оценивания параметров модели по выборочным траекториям - как по одной, так и по нескольким независимым реализациям - с использованием метода максимального правдоподобия. Вводится понятие порядка марковской цепи и показывается, как цепь высшего порядка может быть сведена к цепи первого порядка с расширенным пространством состояний. Особое внимание уделяется задаче выбора оптимального порядка модели с помощью байесовского информационного критерия (BIC). Также рассматриваются статистические критерии проверки гипотез: однородности цепи (на основе логарифма отношения правдоподобия и хи-квадрат аппроксимации) и совпадения матриц переходных вероятностей для нескольких процессов. Вводится байесовский подход к оцениванию параметров с использованием сопряжённого априорного распределения Дирихле, что позволяет строить апостериорные интервалы неопределённости и оценивать влияние неточности оценок на последующий статистический вывод.

Тема 2. Стационарные случайные процессы и оценивание их моментов

В данном разделе изучаются стационарные в широком смысле случайные процессы и методы оценивания их основных характеристик по выборочным данным. Даются определения стационарности, автоковариационной функции и автокорреляции, а также рассматриваются их свойства (симметрия, ограниченность, связь с периодичностью траекторий). Обсуждается понятие эргодичности - условия, при которых выборочные оценки, построенные по одной траектории, являются состоятельными. Подробно анализируется оценка математического ожидания: вычисляется её дисперсия с учётом зависимости наблюдений и формулируются достаточные условия состоятельности. Аналогично рассматривается оценка автоковариации и автокорреляции, включая вопросы смещённости и положительной определённости. Разбираются особенности оценивания по одной или нескольким траекториям, а также подходы к оценке кросс-ковариации двух совместно стационарных процессов. Раздел закладывает основу для последующего анализа временных рядов и моделей типа ARMA.

Тема 3. Процессы авторегрессии скользящего среднего (ARMA/ARIMA) и их применение

Раздел посвящён классу линейных стохастических моделей временных рядов - процессам авторегрессии-скользящего среднего (ARMA) и их обобщению для нестационарных данных - интегрированным процессам (ARIMA). Формулируются рекуррентные уравнения моделей, вводятся операторы сдвига, авторегрессии и скользящего среднего. Рассматриваются условия стационарности (через корни характеристического полинома авторегрессии) и обратимости (через корни полинома скользящего среднего). Изучаются методы оценивания параметров: условное правдоподобие, минимизация суммы квадратов остатков. Обсуждаются графические методы идентификации порядков p и q

p и q

q на основе поведения выборочных автокорреляции и частной автокорреляции. Для формального выбора модели применяется ВИС-критерий. Проверка адекватности подгонки осуществляется с помощью критерия Льюнга-Бокса, основанного на отсутствии автокорреляции в остатках. Для нестационарных рядов вводится понятие разностного оператора и описывается процедура оценивания порядка интегрирования d

d с использованием критерия KPSS. Завершается раздел методами построения точечных и интервальных прогнозов будущих значений процесса.

Тема 4. Непрерывные стохастические процессы: винеровский и пуассоновский процессы

В этом разделе рассматриваются два фундаментальных примера случайных процессов с непрерывным временем: винеровский (броуновское движение) и пуассоновский процессы. Даются строгие определения через независимость и однородность приращений, а также распределения этих приращений (нормальное для винеровского, пуассоновское для пуассоновского процесса). Изучаются ключевые свойства: непрерывность и недифференцируемость траекторий винеровского процесса, самоподобие, марковское свойство. Рассматриваются методы генерации выборочных траекторий на основе независимых нормальных или экспоненциальных величин. Проводится оценка параметров (снос и дисперсия для винеровского процесса, интенсивность для пуассоновского) методом максимального правдоподобия. Обсуждается применение последовательного критерия отношения правдоподобия (SPRT) для проверки гипотез о параметрах процесса. Также затрагивается байесовский подход к оцениванию: демонстрируется, как функцию правдоподобия можно интерпретировать как апостериорную плотность при равномерном априорном распределении, и как использовать методы Монте-Карло на марковских цепях (MCMC), в частности алгоритм Метрополиса-Гастингса, для исследования неопределённости параметров.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Кельберт М.Я., Сухов Ю.М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т.2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. - М.: МЦНМО, 2010. - 560 с. - <http://e.lanbook.com/view/book/9354/>

Коралов Л.Б., Синай Я.Г. Теория вероятностей и случайные процессы. - м.: МЦНМО, 2013. - 408 с. - <http://e.lanbook.com/view/book/56404/>

Соколов Г.А. Теория случайных процессов для экономистов. - М.: Физматлит, 2010. - 208 с. - <http://e.lanbook.com/view/book/59535/>

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Вид работ	Методические рекомендации
зачет	При подготовке к зачету и экзамену обучающемуся рекомендуется повторить весь теоретический материал по соответствующим темам с выявлением ключевых теоретических аспектов и проблем, проработкой дополнительного материала по темам. Лучшему пониманию теоретического материала дисциплины будет способствовать разбор деталей определений, вывода и доказательств утверждений, выявление взаимосвязей между определениями, утверждениями и свойствами объектов, изучаемых в дисциплине. Не рекомендуется в процессе подготовки использовать непроверенные источники информации. Для подготовки к экзамену обучающемуся рекомендуется составить план процесса подготовки, включающей изучение, повторение, систематизацию, логическую обработку материала, анализ полученной информации с выявлением возможных следствий и неявных свойств объектов, составлением списка возможных дополнительных вопросов и заданий, подготовку к выполнению практических задач по темам дисциплины.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;

- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 02.04.01 "Математика и компьютерные науки" и магистерской программе "Статистические методы науки о данных".

*Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.03 Случайные процессы и временные ряды*

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Статистические методы науки о данных

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Основная литература:

1. Бородин, А.Н. Случайные процессы [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Бородин. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 640 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12935>
2. Плотников, А.Н. Элементарная теория анализа и статистическое моделирование временных рядов [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Плотников. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 220 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72992>
3. Симушкин, С.В. Методы теории вероятностей [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.В. Симушкин. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2018. - 548 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/110911>

Дополнительная литература:

1. Коралов, Л.Б. Теория вероятностей и случайные процессы [Электронный ресурс] / Л.Б. Коралов, Я.Г. Синай ; под ред. Б.М. Гуревича ; пер. с англ. Э.В. Переходцевой. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2014. - 408 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/71821>
2. Кельберт, М.Я. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Том 2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.Я. Кельберт, Ю.И. Сухов. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2010. - 560 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9354>
3. Соколов, Г.А. Теория случайных процессов для экономистов [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г.А. Соколов. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2010. - 208 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59535>

*Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.03 Случайные процессы и временные ряды*

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Статистические методы науки о данных

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.