

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
____ Турилова Е.А.
"___" 20__ г.

Программа дисциплины

Математические основы теории вероятностей и статистики

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Статистические методы науки о данных

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. Симушкин С.В. (кафедра математической статистики, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского), Sergey.Simushkin@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий
ПК-3	Способен различным образом представлять и адаптировать математические знания и информационные технологии с учетом уровня аудитории

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- основные принципы описания сложных вероятностных пространств;
- способы построения мер в абстрактных пространствах;
- методы нахождения распределений случайных процессов
- приемы сопоставления распределений случайных величин
- асимптотические утверждения о предельных мерах

Должен уметь:

- применять методы описания случайных явлений с учетом границ применимости;
- применять теоретические факты для решения конкретных задач;
- выбирать методику описания экспериментальных данных;
- формулировать утверждения о типах распределений

Должен владеть:

- навыками вывода распределений случайных величин
- вычисления характеристик сложных конструкций случайных векторов
- приемами сопоставления теоретических фактов с реальными данными
- инструментарием теории меры и интеграла Лебега

Должен демонстрировать способность и готовность:

к применению полученных знаний в реальной жизни

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 02.04.01 "Математика и компьютерные науки (Статистические методы науки о данных)" и относится к части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 1 курсе в 2 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) на 180 часа(ов).

Контактная работа - 46 часа(ов), в том числе лекции - 30 часа(ов), практические занятия - 16 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 80 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 54 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен во 2 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стое-тель-ная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Пространства с вероятностной мерой. Измеримые функции, борелевские отображения и интеграл от них.	2	6	0	4	0	0	0	20
2.	Тема 2. Абсолютно непрерывные и дискретные случайные величины. Теорема Лебега о разложении. Преобразования случайных векторов и их распределения.	2	6	0	2	0	0	0	20
3.	Тема 3. Классические многомерные распределения. Маргинальные распределения, распределение афинных преобразований.	2	6	0	4	0	0	0	14
4.	Тема 4. Типы сходимости последовательностей случайных векторов. Связь между ними. Способы доказательств (неравенство Маркова, характеристические функции, теорема Слуцкого).	2	6	0	4	0	0	0	13
5.	Тема 5. Цилиндрические сигма-алгебры на прямом произведении пространств. Теоремы о существовании вероятностных мер.	2	6	0	2	0	0	0	13
	Итого		30	0	16	0	0	0	80

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Пространства с вероятностной мерой. Измеримые функции, борелевские отображения и интеграл от них.

Классы множеств абстрактного пространства. Измеримые множества. Классы, образующие сигма-алгебру, минимальная сигма-алгебра, порожденная полукольцом и кольцом. Измеримое отображение измеримых пространств, характеристизация через порождающий класс. Абстрактный интеграл Лебега и его свойства, теоремы Фату, Лебега, неравенства выпуклости.

Тема 2. Абсолютно непрерывные и дискретные случайные величины. Теорема Лебега о разложении. Преобразования случайных векторов и их распределения.

Разложение меры на абсолютно непрерывную и сингулярную части. Теорема Радона-Никодима. Разложение Жордана для функций распределения. Связь между сингулярными распределениями и сингулярными функциями распределения. Афинные (линейные) преобразования случайных векторов. Способы вывода распределений преобразованных случайных векторов.

Тема 3. Классические многомерные распределения. Маргинальные распределения, распределение афинных преобразований.

Многомерное нормальное распределение - характеристика через плотность, характеристическую функцию, линейные комбинации компонент. Многомерное распределение Дирихле - связь с бета-распределением. Многомерное мультиномиальное распределение - связь с биномиальным распределением. Многомерное гипергеометрическое распределение.

Тема 4. Типы сходимости последовательностей случайных векторов. Связь между ними. Способы доказательств (неравенство Маркова, характеристические функции, теорема Слуцкого).

Сходимость почти наверное - лемма Бореля-Кантелли, теоремы о двух и трёх рядах. Переход к пределу под знаком математического ожидания. Сходимость по вероятности - неравенство Маркова. Сходимость по распределению. Теоремы Хелли и Хелли-Брея. Теорема Слуцкого. Теорема Прохорова об относительной компактности. Теорема Леви о слабой сходимости.

Тема 5. Цилиндрические сигма-алгебры на прямом произведении пространств. Теоремы о существовании вероятностных мер.

Случайный вектор (последовательность) как отображение в прямое произведение одномерных пространств. Различные характеристики сигма-алгебр на произведениях пространств. Способы описания вероятностных мер. Теоремы Каратеодори и Колмогорова о существовании и единственности мер на произведениях пространств.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

курс лекций - http://chaos.phys.msu.ru/loskutov/PDF/Lectures_time_series_analysis.pdf

Портал математический интернет ресурсов - <http://www.math.ru>

Учебный класс Teams -

<https://teams.microsoft.com/l/team/19%3a16fc6d2bd07a47ffb66463fba298129e%40thread.tacv2/conversations?groupId=1fe80f1a-e334->

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе прохождения цикла занятий лекционного типа по дисциплине обучающемуся слушателю для лучшего и полноценного усвоения осваиваемого материала и теории необходимо проявлять повышенное внимание, постоянно анализировать полученную информацию, сопоставлять её с другими разделами и дисциплинами курса. Предполагается как очная, так и дистанционная формы обучения
практические занятия	На практических занятиях следует тщательно проанализировать пройденный материал и применить изученные факты для решения заданий. Задания носят теоретический характер, поэтому необходимо все решения сопровождать четкими логическими выводами с использованием ссылок на все применяемые утверждения. Многие задачи решаются по аналогии.
самостоятельная работа	В ходе выполнения цикла самостоятельных работ по дисциплине обучающемуся слушателю курса рекомендуется с целью лучшего и более полного усвоения осваиваемого материала и теории выполнять все работы для домашнего исполнения, изучать дополнительную литературу, формулировать вопросы на не полностью освоенные части курса.
экзамен	В ходе подготовки к экзамену по дисциплине обучающемуся слушателю курса рекомендуется с целью повышения его возможностей по успешному прохождению экзамена повторить весь ранее изученный материал, как теоретического характера, так и практические и самостоятельные работы, определить возможные проблемные места усвоения материала и провести дополнительные образовательные действия для разрешения выявленных ранее проблемных и неосвоенных участков курса.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
 - продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
 - продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёт или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
 - продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 02.04.01 "Математика и компьютерные науки" и магистерской программе "Статистические методы науки о данных".

*Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.01 Математические основы теории вероятностей и
статистики*

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Статистические методы науки о данных

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Основная литература:

1. Ширяев, А. Н. Вероятность : учебное пособие : в 2 книгах / А. Н. Ширяев. - 7-е изд., стер. - Москва : МЦНМО, 2021 - Книга 1 : Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы - 2021. - 552 с. - ISBN 978-5-4439-3557-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/267719> (дата обращения: 28.03.2022). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Ширяев, А. Н. Вероятность : учебное пособие : в 2 книгах / А. Н. Ширяев. - 7-е изд., стер. - Москва : МЦНМО, 2021 - Книга 2 : Суммы и последовательности случайных величин --стационарные, маркингаль, марковские цепи - 2021. - 416 с. - ISBN 978-5-4439-3558-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/267722> (дата обращения: 28.03.2022). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Симушкин С. В. Методы теории вероятностей: учебное пособие - Санкт-Петербург: Лань, 2020 - 548 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/1109111>.
4. Боровков, А. А. Математическая статистика : учебник для вузов / А. А. Боровков. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 704 с. - ISBN 978-5-8114-7677-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/164711> (дата обращения: 28.03.2022). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Володин И.Н, Тихонов О. Е., Турилова Е. А. Математические основы вероятности [Текст: электронный ресурс] : [учебное пособие] / Володин И. Н., Тихонов О. Е., Турилова Е. А. ; Казан. гос. ун-т, Каф. мат. статистики . - Электронные данные (1 файл: 0,73 Мб) .- (Казань : Казанский федеральный университет, 2013) .- Режим доступа: открытый. - 163 с. URL:http://libweb.kpfu.ru/ebooks/09_66%20_ds005.pdf
2. Коралов, Л.Б. Теория вероятностей и случайные процессы [Электронный ресурс] / Л.Б. Коралов, Я.Г. Синай; под ред. Б.М. Гуревича; пер. с англ. Э.В. Переходцевой. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2014. - 408 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/71821>
3. Алон, Н. Вероятностный метод : учебное пособие / Н. Алон, Д. Спенсер ; под редакцией А. А. Сапоженко. - 3-е изд. (эл.). - Москва : Лаборатория знаний, 2015. - 323 с. - ISBN 978-5-9963-3002-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/70705> (дата обращения: 11.05.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Свешников, А. А. Прикладные методы теории вероятностей : учебник / А. А. Свешников. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 480 с. - ISBN 978-5-8114-1219-8. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210821> (дата обращения: 22.01.2022). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.01 Математические основы теории вероятностей и статистики

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки:02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки:Статистические методы науки о данных

Квалификация выпускника:магистр

Форма обучения:очное

Язык обучения:русский

Год начала обучения по образовательной программе:2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.