

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Математический анализ

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Наука о данных

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. Салахудинов Р.Г. (Кафедра математического анализа, отделение математики), Rustem.Salahudinov@kpfu.ru

# **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

<b>Шифр компетенции</b>	<b>Расшифровка приобретаемой компетенции</b>
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные понятия, определения и свойства объектов математического анализа, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Должен уметь:

доказывать утверждения математического анализа, решать задачи математического анализа, уметь применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Должен владеть:

аппаратом математического анализа, методами доказательства утверждений, навыками применения этого в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Должен демонстрировать способность и готовность:

владеть аппаратом математического анализа, методами доказательства утверждений, навыками применения этого в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

## **2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.11 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 02.03.01 "Математика и компьютерные науки (Наука о данных)" и относится к обязательной части ОПОП ВО.

Осваивается на 1, 2 курсах в 1, 2, 3, 4 семестрах.

## **3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 22 зачетных(ые) единицы(ы) на 792 часа(ов).

Контактная работа - 498 часа(ов), в том числе лекции - 242 часа(ов), практические занятия - 256 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 132 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 162 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре; экзамен во 2 семестре; экзамен в 3 семестре; экзамен в 4 семестре.

## **4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

### **4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Самостоятельная работа
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабораторные работы, всего	Лабораторные в эл. форме	
1.	Тема 1. Понятие множества и функции. Последовательности и семейства. Действительные числа.	1	12	0	10	0	0	0	7
2.	Тема 2. Предел числовой последовательности. Топология вещественной прямой.	1	10	0	10	0	0	0	7
3.	Тема 3. Предел функции в точке. Непрерывные функции.	1	10	0	10	0	0	0	7
4.	Тема 4. Дифференцирование функции одной переменной. Производная и дифференциал высших порядков.	1	10	0	10	0	0	0	7
5.	Тема 5. Основные теоремы дифференциального исчисления.	1	8	0	10	0	0	0	5
6.	Тема 6. Формула Тейлора.	1	8	0	10	0	0	0	5
7.	Тема 7. Исследование функций с помощью производной	1	10	0	8	0	0	0	6
8.	Тема 8. Первообразная и неопределенный интеграл. Интеграл Римана на отрезке. Критерии интегрируемости интеграла Римана.	2	10	0	10	0	0	0	6
9.	Тема 9. Свойства интеграла Римана. Теория меры (площадь).	2	8	0	8	0	0	0	6
10.	Тема 10. Кривые на плоскости и длина кривой. Объем тела. Приложение интеграла Римана.	2	6	0	6	0	0	0	7
11.	Тема 11. Топология и метрика в n-мерном евклидовом пространстве. Отображения в евклидовых пространствах. Свойства функций, непрерывных на компактном множестве.	2	12	0	12	0	0	0	7
12.	Тема 12. Дифференцирование скалярных функций нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для скалярных функций. Экстремумы функции нескольких переменных.	2	12	0	12	0	0	0	8
13.	Тема 13. Дифференцирование векторнозначных функций. Линейные отображения и их нормы. Регулярные отображения. Диффеоморфизмы. Теорема о существовании неявной функции. Метод Лагранжа.	2	12	0	12	0	0	0	8
14.	Тема 14. Несобственные интегралы. Признаки сходимости несобственных интегралов от знакопостоянных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов от незначкопостоянных функций.	3	12	0	12	0	0	0	8
15.	Тема 15. Числовые ряды. Признаки сходимости для знакопостоянных рядов. Признаки сходимости для незначкопостоянных рядов.	3	12	0	12	0	0	0	9

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Самостоятельная работа
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабораторные работы, всего	Лабораторные в эл. форме	
16.	Тема 16. Кратные интегралы Римана и их приложения	3	12	0	12	0	0	0	9
17.	Тема 17. Мера Жордана в n-мерном евклидовом пространстве.	3	12	0	12	0	0	0	7
18.	Тема 18. Кратные несобственные интегралы.	3	8	0	8	0	0	0	6
19.	Тема 19. Элементы интегрирования по многообразиям.	3	12	0	12	0	0	0	5
20.	Тема 20. Гладкие, кусочно-гладкие поверхности и их площадь. Поверхностные интегралы I и II рода.	4	10	0	12	0	0	0	1
21.	Тема 21. Последовательности функций. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Однопараметрические семейства функций и равномерная сходимость. Равномерная сходимость несобственных интегралов.	4	10	0	12	0	0	0	1
22.	Тема 22. Функциональные ряды и их свойства. Степенные ряды и их свойства. Ряд Тейлора. Аналитические функции.	4	10	0	12	0	0	0	0
23.	Тема 23. Ряды Фурье.	4	10	0	12	0	0	0	0
24.	Тема 24. Интегралы Фурье. Элементы теории обобщенных функций.	4	6	0	12	0	0	0	0
	Итого		242	0	256	0	0	0	132

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Понятие множества и функции. Последовательности и семейства. Действительные числа.

Множества и действия с ними. Последовательности и семейства. Отображение множеств. Равномощные множества. Счетные и несчетные множества. Понятие функции. суперпозиция функций, обратная функция. Монотонные функции. Аксиоматическое определение поля действительных чисел. Пять аксиом. Теорема о единственности. Эквивалентная форма пятой аксиомы. Характеристические свойства супремума и инфимума.

##### Тема 2. Предел числовой последовательности. Топология вещественной прямой.

Понятие числовой последовательности. Топология числовой прямой. Предел последовательности. Критерий Коши существования предела. Арифметические свойства. Монотонные последовательности. Теорема о существовании предела монотонной ограниченной последовательности. Подпоследовательности. Теорема Больцана - Вейерштрасса. Топология вещественной прямой. Граница множества, открытые и замкнутые множества, внутренность и замыкание и их свойства. Компактные множества.

##### Тема 3. Предел функции в точке. Непрерывные функции.

Элементарные функции. Три определения предела функции. Теоремы о свойствах предела функции в точке. Критерий Коши существования предела. Арифметические свойства. Замечательные пределы. О-символика и эквивалентные функции. Понятие непрерывности функции. Понятие равномерной непрерывности. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

##### Тема 4. Дифференцирование функции одной переменной. Производная и дифференциал высших порядков.

Понятие дифференцируемости функции в точке. Понятие производной и дифференциала. Геометрический смысл производной. Техника нахождения дифференциалов. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Таблица производных элементарных функций. Производная обратной функции. Производная и дифференциал высших порядков. Правило Лейбница.

##### Тема 5. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Теорема Ферма. Теорема Ролля. Геометрическая интерпретация теоремы Ролля. Теорема Лагранжа (о конечных приращениях). Геометрическая интерпретация теоремы Лагранжа. Теорема Коши (обобщенная формула о конечных приращениях). Правило Лопиталя. Случай ноль на ноль и общий случай. Примеры применения правила Лопиталя.

#### **Тема 6. Формула Тейлора.**

Касательная к кривой. Формула Тейлора. Касание кривых  $n$ -го порядка. Остаточный член формулы Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа. Локальная формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пиано. Разложение основных элементарных функций: экспоненты, синус, косинус, логарифм и др.

#### **Тема 7. Исследование функций с помощью производной**

Глобальный экстремум. Понятие локального экстремума. Монотонность функции. Исследование монотонности при помощи производной. Локальный экстремум. Необходимое условие локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума. Выпуклость функции. Исследование выпуклости при помощи производной. Точки перегиба. Асимптоты.

#### **Тема 8. Первообразная и неопределенный интеграл. Интеграл Римана на отрезке. Критерии интегрируемости интеграла Римана.**

Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Таблица первообразных. Методы интегрирования: разложение, замена переменных, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простейших дробей.

Интегрирование рациональных функций общего вида. Метод рационализации. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная подстановка и три частных случая. Интегрирование иррациональностей, содержащих радикалы. Подстановки Эйлера. Дифференциальный бином. Понятия интегрируемости функции по Риману и интеграла Римана. Эквивалентность двух определений. Суммы Дарбу и интегралы Дарбу. Критерий Дарбу интегрируемости функции по Риману. Теорема Лебега.

#### **Тема 9. Свойства интеграла Римана. Теория меры (площадь).**

Свойства интеграла Римана. Интегрирование по частям и замена переменной. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о существовании первообразной у непрерывной функции. Формула Ньютона --- Лейбница. Замена переменной в ИР. Формула интегрирования по частям. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Площадь ограниченного множества и ее простейшие свойства. Критерий измеримости. Площадь криволинейной трапеции. Площадь криволинейного сектора. Путь. Эквивалентность путей.

#### **Тема 10. Кривые на плоскости и длина кривой. Объем тела. Приложение интеграла Римана.**

Кривая как класс эквивалентности путей. Параметризация кривой. Ориентация кривой. Начальная и конечная точка ориентированной кривой. Замкнутая и разомкнутая кривая. Простая кривая. Гладкая кривая. Длина кривой как супремум длин вписанных ломанных.

Первая теорема о спрямляемости гладкой кривой (двойное неравенство о через супремум и инфимум производных параметризации кривой.). Натуральная параметризация гладкой кривой. Теорема о свойстве натуральной параметризации. Теорема о формуле для длины гладкой кривой. Частные случаи задания кривой на плоскости. Площадь поверхности вращения.

#### **Тема 11. Топология и метрика в $n$ -мерном евклидовом пространстве. Отображения в евклидовых пространствах. Свойства функций, непрерывных на компактном множестве.**

Евклидовы пространства. Топология евклидова пространства (предельные точки, точки прикосновения, открытые и замкнутые множества). Последовательности и их пределы. Свойства последовательностей. Компактные множества. Критерий компактности множества в евклидовом пространстве. Вектор функция и скалярная функция. Предел функции в точке. Теорема об эквивалентности трех условий. Свойства предела переносятся на многомерный случай. Критерий Коши. Существование предела эквивалентно существованию по координатным пределов. Непрерывность отображений в точке. Непрерывность по переменной и непрерывность по совокупности переменных. Непрерывность на множестве. Простейшие свойства функций непрерывных в точке (на множестве). Теорема Вейерштрасса.

#### **Тема 12. Дифференцирование скалярных функций нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для скалярных функций. Экстремумы функции нескольких переменных.**

Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимое условие дифференцируемости. Геометрический смысл дифференцируемости в точке. Дифференцируемость и непрерывно дифференцируемые функции на множестве. Теорема (дифференцирование сложной функции). Теорема о дифференцируемости на числовом промежутке вектор функция одного переменного. Теорема о дифференцируемости на числовом промежутке отображения. Инвариантность формы первого дифференциала. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Оценочная формула Лагранжа. Формула Тейлора для скалярных функций. Производная по направлению. Локальный экстремум. Локальный относительный экстремум.

#### **Тема 13. Дифференцирование векторнозначных функций. Линейные отображения и их нормы. Регулярные отображения. Диффеоморфизмы. Теорема о существовании неявной функции. Метод Лагранжа.**



Линейные отображения из одного евклидова пространства в другое. матрица линейного отображения. Евклидова и операторная нормы линейного отображения. Пространство линейных отображений. Понятие дифференцируемости отображения. Касательное отображение. Связь дифференцируемости и непрерывности. Дифференцирование суперпозиции. Частные производные. Матрица Якоби. Условия дифференцируемости отображений. Регулярные отображения. Три простейших свойства регулярных отображений (непрерывность, непрерывность якобиана, знакопостоянство якобиана на линейно связном множестве). Теорема о локальной инъективности регулярного отображения. Теорема об открытости регулярного отображения. Диффеоморфизмы. Теорема о диффеоморфизме. Теорема об обратной функции. Теорема о неявной функции.

**Тема 14. Несобственные интегралы. Признаки сходимости несобственных интегралов от знакопостоянных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов от знакопеременных функций.**

Несобственные интегралы. Простейшие свойства несобственных интегралов. Критерий Коши. Признаки сходимости несобственных интегралов от неотрицательных функций. Признаки Дирихле и Абеля. Несобственные интегралы общего вида. Числовой ряд. Частичная сумма ряда. Сходимость и сумма ряда. Критерий Коши. Признаки сходимости знакопеременных рядов (признаки сравнения, Даламбера и Коши, интегральный признак Коши, признак Раабе, Признак Гауса (без доказательства)). Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница, признаки Дирихле и Абеля.

**Тема 15. Числовые ряды. Признаки сходимости для знакопеременных рядов. Признаки сходимости для знакопостоянных рядов.**

Разбиение множества. Измельчение. Диаметр. Диаметр разбиения. Свойства разбиения (три свойства). Интегральные суммы и определение кратного интеграла Римана. Обозначение интегралов (двойной, тройной и  $n$ -кратный). Интегральные суммы Дарбу. Свойства интегральных сумм Дарбу. Определение кратного интеграла. Свойства кратного интеграла. Интегрируемость и ограниченность.

**Тема 16. Кратные интегралы Римана и их приложения**

Классы интегрируемых функций. Множества меры ноль по Лебегу. Свойства множеств меры ноль по Лебегу. Колебание функции в точке. Теорема Лебега. Свойства интегрируемых функций. Связь кратного интеграла с повторным. Теорема Фубини. Лемма об измеримости правильной области. Замена переменных в кратном интеграле. Объем множества. Криволинейные системы координат.

**Тема 17. Мера Жордана в  $n$ -мерном евклидовом пространстве.**

Двоичные кубы. Внутренняя, внешняя мера Жордана и их свойства. Мера на классе элементарных множеств. Измеримые по Жордану множества. Два критерия измеримости множества по Жордану. Мера Жордан. Множества меры ноль и их свойства. Критерий измеримости множества по Жордану. Свойства измеримых по Жордану множеств. Произведение измеримых множеств. Классы измеримых множеств. Преобразование измеримых множеств.

**Тема 18. Кратные несобственные интегралы.**

Несобственные кратные интегралы. Примеры с интегралом по кругу и внешности круга. Вырезание окрестности и компактное исчерпание. Определение несобственного интеграла (сходимость и расходимость). Теорема об абсолютной сходимости несобственных кратных интегралов. Исследование сходимости несобственного кратного интеграла с единственной особой точкой.

**Тема 19. Элементы интегрирования по многообразиям.**

Гладкие кривые. Криволинейные интегралы 1 и 2 рода. Связь между интегралами первого и второго рода. Случай когда дифференциальная форма является дифференциалом некоторой функции. Необходимое условие для того, что дифференциальная форма была дифференциалом некоторой функции. Формула восстановления. Потенциальные векторные поля. Условия потенциальности. Формула Грина.

**Тема 20. Гладкие, кусочно-гладкие поверхности и их площадь. Поверхностные интегралы I и II рода.**

Гладкие поверхности. Ориентация поверхности. Двухсторонние поверхности. Пример односторонней поверхности. Кусочно-гладкие поверхности и их ориентация. Поверхностные интегралы 1 и 2 рода. Связи поверхностных интегралов 1 и 2 рода. Формулы для вычисления поверхностных интегралов. Формула Гаусса -Остроградского. Формула Стокса.

**Тема 21. Последовательности функций. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Однопараметрические семейства функций и равномерная сходимость. Равномерная сходимость несобственных интегралов.**

Последовательность функций на множестве  $X$ . Поточечная и равномерная сходимость последовательности функций. Супремум критерий. Пять очевидных свойств (равномерная сходимость на конечном множестве, на объединении множеств, сумма, умножение на константу, умножение на ограниченную функцию). Геометрическая интерпретация равномерной сходимости. Критерий Коши равномерной сходимости. Равномерная сходимость и непрерывность. Монотонные последовательности функций и Теорема (Дини). Равномерная сходимость и операции интегрирования и дифференцирования. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру. Равномерное стремление функции к пределу. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости. Эйлеровы интегралы.

## **Тема 22. Функциональные ряды и их свойства. Степенные ряды и их свойства. Ряд Тейлора. Аналитические функции.**

Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость функционального ряда. Функциональный ряд. Критерий равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Аналитические функции. Разложение в ряд элементарных функций.

## **Тема 23. Ряды Фурье.**

Метрические пространства. Нормированные пространства. Унитарные пространства. Полные и замкнутые ортонормированные системы векторов в унитарном пространстве. Сепарабельные векторные пространства. Теорема (об ортогонализации Грама --- Шмидта). Определение сепарабельного унитарного пространства. Ряд Фурье по ортонормированной системе. Определение замкнутой системы векторов. Теорема о замкнутой системе и полноте системы. Определение гильбертова пространства. Теорема (Рисса --- Шаудера). Определение изоморфности гильбертовых пространств. Теорема об изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств. Тригонометрический ряд Фурье. Чезаровские средние тригонометрического ряда Фурье. Свойства ядра Фейера. Теорема Фейера. Теорема Вейерштрасса о приближении тригонометрическими многочленами. Теоремы о рядах Фурье для четной и нечетной функций. Многочлены Чебышева. Теорема Вейерштрасса о приближении алгебраическими многочленами. Полнота  $L_2$ . Комплексная форма ряда Фурье. Ортогональность функций  $e^{inx}$ . Равенство Парсеваля. Осцилляционная лемма Римана.

## **Тема 24. Интегралы Фурье. Элементы теории обобщенных функций.**

Принцип локализации. Сходимость ряда Фурье в точке. Условие Дини в точке. Условия равномерной сходимости ряда Фурье. Дифференцирование и интегрирование ряда Фурье. Интеграл Фурье. Пространство основных функций. Пространство обобщенных функций. Примеры обобщенных функций. Сходимость обобщенных функций. Дифференцирование обобщенных функций.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99б/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.



Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модуля).

## 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Кац Б.А. Материалы для подготовки к экзамену по математическому анализу - <http://old.kpfu.ru/f5/kats/method1.pdf>

Луговая Г.Д., Скворцова Г.Ш. Функции одной вещественной переменной - <http://kpfu.ru/docs/F1247874232/lim1.pdf>

Насыров С.Р., Шерстнев А.Н. Пределы и непрерывность отображений в евклидовых пространствах - [http://old.kpfu.ru/f5/bin\\_files/nas\\_she!8.pdf](http://old.kpfu.ru/f5/bin_files/nas_she!8.pdf)

Насыров С.Р. Введение в математический анализ - [http://shelly.ksu.ru/e-ksu/docs/F280018070/ma\\_vvedenie.pdf](http://shelly.ksu.ru/e-ksu/docs/F280018070/ma_vvedenie.pdf)

Шерстнев А.Н. Конспект лекций по математическому анализу - [http://old.kpfu.ru/infres/sherstnev/k\\_5New.pdf](http://old.kpfu.ru/infres/sherstnev/k_5New.pdf)

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Вести конспект лекций. Лекции ведутся в отдельной общей тетради, рекомендуется оставлять место для заметок, например в виде полей. Знание основного материала предыдущих лекций, включая знание основных определений и ключевых теорем. Рекомендуется выделять в тексте ключевые слова, определения, леммы и теоремы.
практические занятия	Практические занятия ведутся в отдельной тетради. Записи в тетради необходимо разделять по дате и по темам занятий. Рекомендуется использовать черновик для аккуратного ведения записей в основной тетради. Внимательно переписывать примеры, разобранные преподавателем. Рекомендуется знание основных понятий, определений и утверждений по соответствующим лекциям.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа ведется в той же тетради, что и практические занятия. Самостоятельная работа - это отдельный блок который выделяется заголовком, например, "Домашнее задание". Рекомендуется прорабатывать материал непосредственно после практических занятий. При решении задач и примеров рекомендуется их выполнение по образцу из практического занятия
экзамен	Подготовка к экзамену ведется на основе курса лекций или рекомендованной литературы. Необходимо знание и понимание всех понятий, определений, утверждений, лемм и теорем. Необходимо умение формулировать теоремы в форме непротиворечивых логических конструкций. Желательной уметь строить и приводить примеры к соответствующим определениям и утверждениям. Необходимо знание доказательства теорем и остальных утверждений.

## 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Специализированная лаборатория.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки "Наука о данных".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.О.11 Математический анализ

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Наука о данных

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

**Основная литература:**

1. Бесов, О. В. Лекции по математическому анализу : учебник / О. В. Бесов. - 4-е изд., испр. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2020. - 476 с. - ISBN 978-5-9221-1880-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/185564> (дата обращения: 26.01.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Насыров С.Р. Интеграл Римана на отрезке и его приложения: учебное пособие / С.Р. Насыров. - Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2013. - 45 с. - Текст : электронный. - URL: <http://kpfu.ru/docs/F2109211871/Nasyrov.SR.Integral.Rimana.na.otrezke.i.ego.prilozheniya.pdf> (дата обращения: 26.01.2025). - Режим доступа: открытый.
3. Насыров С.Р. Производная и неопределенный интеграл: учебное пособие / С.Р.Насыров. - Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2013. - 68 с. - Текст : электронный. - URL: <http://kpfu.ru/docs/F950801586/Nasyrov.SR.Proizvodnaya.i.neopredelennyj.integral.pdf> (дата обращения: 26.01.2025). - Режим доступа: открытый.
4. Шерстнев А. Н. Конспект лекций по математическому анализу: учебное пособие / А. Н. Шерстнев. - 5-е изд. - Электр. дан. (1 файл: 2,66 Мб) . - Казань : Казанский государственный университет, 2009. - 374 с. - Текст : электронный. - URL: [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_33\\_2009\\_000165.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf) (дата обращения: 26.01.2025). - Режим доступа: открытый.
5. Луговая Г.Д. Неопределенный интеграл: учебное пособие/ Г.Д. Луговая, Г.Ш. Скворцова. - Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2013. - 46 с. - Текст : электронный. - URL: <http://kpfu.ru/docs/F348805300/Integraly.obsch.ispr.pdf> (дата обращения: 26.01.2025). - Режим доступа: открытый.
6. Луговая Г.Д. Функции одной вещественной переменной: учебное пособие/ Г.Д. Луговая, Г.Ш. Скворцова. - Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2012. - 85с. - Текст : электронный. - URL: <http://kpfu.ru/docs/F1247874232/lim1.pdf> (дата обращения: 26.01.2025). - Режим доступа: открытый.

**Дополнительная литература:**

1. Сборник задач по математическому анализу : учебное пособие / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. - Том 1 : Предел. Непрерывность. Дифференцируемость - 2010. - 496 с. - ISBN 978-5-9221-0306-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2226> (дата обращения: 26.01.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Карташев, А. П. Математический анализ : учебное пособие / А. П. Карташев, Б. Л. Рождественский. - 2-е изд. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 448 с. - ISBN 978-5-8114-0700-2. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210116> (дата обращения: 26.01.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Горлач, Б. А. Математический анализ / Б. А. Горлач. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2024. - 604 с. - ISBN 978-5-507-49010-3. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/367505> (дата обращения: 26.01.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Материалы для подготовки к экзамену по математическому анализу. Механико-математический факультет: задачи на доказательство. - I семестр : учебно-методическое пособие / Казан. гос. ун-т, Мех.-мат. фак. ; сост. Б. А. Кац. - Электронные данные (1 файл: 0,1 Мб) . - (Казань : Казанский государственный университет, 2010) . - Загл. с экрана. - Для 1-го семестра. - Текст : электронный. - URL: [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_33\\_2010\\_00005.4.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2010_00005.4.pdf) (дата обращения: 26.01.2025). - Режим доступа: открытый.

5. Материалы для подготовки к экзамену по математическому анализу. Механико-математический факультет: задачи на доказательство. - II семестр : учебно-методическое пособие / Казан. гос. ун-т, Мех.-мат. фак. ; сост. Б. А. Кац.- Электронные данные (1 файл: 0,1 Мб). - (Казань : Казанский государственный университет, 2010). - Загл. с экрана. - Для 2-го семестра. - Текст : электронный. - URL: [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_33\\_2010\\_00005.5.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2010_00005.5.pdf) (дата обращения: 26.01.2025).- Режим доступа: открытый.

*Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.О.11 Математический анализ*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Наука о данных

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен обучающимся. Многопрофильный образовательный ресурс "Консультант студента" является электронной библиотечной системой (ЭБС), предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Полностью соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к комплектованию библиотек, в том числе электронных, в части формирования фондов основной и дополнительной литературы.