

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

 Е.А. Турилова

28 февраля 2025 г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Теория функций действительного переменного и начала функционального анализа

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. Зиннатуллина Э.Д. (кафедра высшей математики и математического моделирования, отделение педагогического образования), Endzhe.Nusainova@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний
ПК-2	Способен обеспечивать содержание математического образования в средних общеобразовательных учреждениях

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные понятия, определения и свойства объектов теории функций действительного переменного и начал функционального анализа

Должен уметь:

доказывать утверждения теории функций действительного переменного и начал функционального анализа

Должен владеть:

навыками решения задач теории функций действительного переменного и начал функционального анализа

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.07.24 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Математика, информатика и информационные технологии)" и относится к обязательной части ОПОП ВО.

Осваивается на 4 курсе в 7 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 50 часа(ов), в том числе лекции - 34 часа(ов), практические занятия - 16 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 22 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Мощность множества.	7	6	0	4	0	0	0	4

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабораторные работы, всего	Лабораторные в эл. форме	
2.	Тема 2. Множества на числовой прямой.	7	6	0	2	0	0	0	6
3.	Тема 3. Мера и интеграл Лебега.	7	8	0	4	0	0	0	6
4.	Тема 4. Элементы функционального анализа.	7	14	0	6	0	0	0	6
	Итого		34	0	16	0	0	0	22

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Мощность множества.

Установление взаимно однозначного соответствия между элементами двух множеств. Понятие мощности множества. Счетные множества. Необходимое и достаточное условие счетности множества. Свойства счетных множеств. Счетность множеств рациональных и алгебраических чисел. Несчетные множества. Множества мощности континуума. Несчетность отрезка числовой прямой и множества действительных чисел. Сравнение мощностей множеств. Теорема о мощности множества всех подмножеств данного множества Теорема о мощности промежуточного множества. Теорема Кантора-Бернштейна.

Тема 2. Множества на числовой прямой.

Предельная точка точечного множества на числовой прямой. Замкнутые множества. Внутренние точки и открытые множества. Свойства замкнутых и открытых множеств. Связь открытых и замкнутых множеств. Структура открытых множеств. Структура замкнутых множеств. Совершенное множество и его строение. Канторово совершенное множество.

Тема 3. Мера и интеграл Лебега.

Мера ограниченных открытых множеств. Мера ограниченных замкнутых множеств. Внешняя и внутренняя меры ограниченного множества. Измеримые множества по Лебегу. Функции, измеримые по Лебегу. Свойства измеримых по Лебегу функций. Нижняя и верхняя суммы Лебега и их свойства. Интеграл Лебега и его свойства. Сравнение интегралов Лебега и Римана. Суммируемые функции.

Тема 4. Элементы функционального анализа.

Метрические пространства. Примеры метрических пространств. Окрестность точки в метрическом пространстве. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве. Последовательности точек метрического пространства. Полные метрические пространства. Примеры полных метрических пространств. Отображения метрических пространств. Принцип сжимающих отображений. Применение принципа сжимающих отображений. Линейное нормированное пространство. Гильбертово пространство. Ортогональные системы в гильбертовом пространстве. Ряд Фурье ортогональной системе.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Вид работ	Методические рекомендации
практические занятия	<p>Практические занятия - форма систематических учебных занятий, с помощью которых обучающиеся изучают тот или иной раздел определенной научной дисциплины, входящей в состав учебного плана. Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции. При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками. Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из сущности данной задачи. Полезно также (если возможно) решать несколькими способами и сравнить полученные результаты. Решение задач данного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении. При подготовке к лабораторным работам следует использовать основную литературу из представленного списка, а также руководствоваться приведенными указаниями и рекомендациями. Для наиболее глубокого освоения дисциплины рекомендуется изучать литературу, обозначенную как 'дополнительная' в представленном списке. На лабораторных работах приветствуется активное участие в обсуждении конкретных ситуаций, способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективные решения поставленных проблем, уметь находить полезный дополнительный материал по тематике занятий.</p>
самостоятельная работа	<p>Правильная организация самостоятельных учебных занятий, их систематичность, целесообразное планирование рабочего времени позволяет студентам развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивать высокий уровень успеваемости в период обучения, получить навыки повышения профессионального уровня. Этот вид работы предусматривает следующие виды учебной деятельности: подготовка к практическим занятиям, подготовка к коллоквиуму, выполнение домашних работ, выполнение индивидуальных работ, выполнение контрольных работ, конспектирование, подготовка к зачету и экзамену. Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. В своих вопросах студент должен четко выразить, в чем он испытывает затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.</p>
зачет	<p>Изучение каждой дисциплины заканчивается определенными методами контроля, к которым относятся: текущая аттестация, зачеты и экзамены. Требования к организации подготовки к зачету с оценкой те же, что и при занятиях в течение семестра, но соблюдаться они должны более строго. При подготовке к зачету у студента должен быть хороший учебник или конспект литературы, прочитанной по указанию преподавателя в течение семестра. Вначале следует просмотреть весь материал по сдаваемой дисциплине, отметить для себя трудные вопросы. Обязательно в них разобраться. В заключение еще раз целесообразно повторить основные положения, используя при этом опорные конспекты лекций. Систематическая подготовка к занятиям в течение семестра позволит использовать время экзаменационной сессии для систематизации знаний. Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. В своих вопросах студент должен четко выразить, в чем он испытывает затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.</p>

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки "Математика, информатика и информационные технологии".

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.О.07.24 Теория функций действительного переменного и начала
функционального анализа

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Основная литература:

1. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебное пособие / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 7-е изд. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 572 с. - ISBN 978-5-9221-0266-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2206> (дата обращения: 06.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа : учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 272 с. - ISBN 978-5-8114-0976-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/245> (дата обращения: 06.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Хелемский, А. Я. Лекции по функциональному анализу : учебник / А. Я. Хелемский. - 2-е изд. - Москва : МЦНМО, 2014. - 560 с. - ISBN 978-5-4439-2043-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/56415> (дата обращения: 06.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Треногин, В. А. Функциональный анализ: учебник / В. А. Треногин. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 488 с. - ISBN 5-9221-0272-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2340> (дата обращения: 06.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики: учебник / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2000. - 400 с. - ISBN 5-9221-0011-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2363> (дата обращения: 06.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: учебное пособие / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 240 с. - ISBN 5-9221-0271-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2342> (дата обращения: 06.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Агранович, М. С. Обобщенные функции: учебное пособие / М. С. Агранович. - Москва: МЦНМО, 2008. - 128 с. - ISBN 978-5-94057-402-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9275> (дата обращения: 06.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.О.07.24 Теория функций действительного переменного и начала
функционального анализа

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.