

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

 Е.А. Турилова

28 февраля 2025 г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Элементарная математика

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): ассистент, б.с. Гайфуллина А.Э. (Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики, отделение педагогического образования), te@gajfullina.ru ; доцент, к.н. Разумова О.В. (Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики, отделение педагогического образования), Olga.Razumova@kpfu.ru ; доцент, к.н. Садыкова Е.Р. (Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики, отделение педагогического образования), 1Elena.Sadykova@kpfu.ru ; доцент, к.н. Тимербаева Н.В. (Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики, отделение педагогического образования), Nailya.Timerbaeva@kpfu.ru ; доцент, к.н. Фазлеева Э.И. (Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики, отделение педагогического образования), Elmira.Fazleeva@kpfu.ru ; доцент, к.н. Фалилеева М.В. (Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики, отделение педагогического образования), Marina.Falileeva@kpfu.ru ; заведующий кафедрой, д.н. Шакирова Л.Р. (Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики, отделение педагогического образования), Liliana.Shakirova@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний
ПК-2	Способен обеспечивать содержание математического образования в средних общеобразовательных учреждениях

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

3 семестр:

- понятие функции, свойства функции;
- преобразования графиков функций;
- различные виды функций, их свойства и графики;
- методы решения уравнений и неравенств (содержащих переменную под знаком модуля, иррациональных, показательных, логарифмических);
- виды задач с параметрами;
- методы решения таких задач.

4 семестр:

- виды геометрических фигур на плоскости и их классификацию;
- аксиомы, определения и теоремы планиметрии;
- основы геометрических построений на плоскости, выполняемые циркулем и линейкой;
- методы решения задач на построение.

5 семестр:

- аксиомы и определения стереометрии;
- различные подходы к определению понятия многогранника;
- виды многогранников и их классификацию;
- формулы для вычисления объема и площади основных геометрических тел.

Должен уметь:

3 семестр:

- исследовать различные функции и строить их графики;
- решать уравнения, неравенства и системы, содержащие переменную под знаком модуля;
- решать иррациональные, показательные и логарифмические уравнения, неравенства и системы;
- решать уравнения и неравенства, используя функционально-графический метод;
- решать линейные уравнения и неравенства с параметрами;
- решать рациональные, дробно-рациональные и иррациональные уравнения и неравенства с параметрами;
- решать трансцендентные уравнения и неравенства с параметрами;

- применять различные методы при решении задач с начальными условиями.

4 семестр:

- доказывать теоремы школьного курса планиметрии;
- решать задачи на доказательство и вычисление метрических размеров геометрической фигуры;
- решать задачи на построения на плоскости, выполняемые циркулем и линейкой.

5 семестр:

- доказывать теоремы стереометрии;
- выполнять геометрические построения в пространстве;
- строить сечения многогранников;
- решать задачи на вычисление объема и площади геометрических тел;
- выполнять модели правильных и полуправильных многогранников.

Должен владеть:

3 семестр:

- основными теоретическими сведениями и практическими навыками по исследованию функций различного вида и построению их графиков;
- теоретическими основами уравнений и неравенств;
- теоретическими основами школьного курса задач с параметрами;
- применять полученные знания при решении различных задач с параметрами.

4 семестр:

- теоретическими основами школьного курса планиметрии;
- методами и приемами решения задач по планиметрии.

5 семестр:

- основными теоретическими основами школьного курса стереометрии;
- применять полученные знания при решении различных задач по стереометрии.

Должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания на практике при исследовании и построении графиков различных функций;

применять полученные знания на практике при решении:

- различных видов уравнений, неравенств и систем;
- различных задач с параметрами;
- различных задач по планиметрии;
- различных задач по стереометрии.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.07.03 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Математика, информатика и информационные технологии)" и относится к обязательной части ОПОП ВО.

Осваивается на 2, 3 курсах в 3, 4, 5 семестрах.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 10 зачетных(ые) единиц(ы) на 360 часа(ов).

Контактная работа - 242 часа(ов), в том числе лекции - 98 часа(ов), практические занятия - 98 часа(ов), лабораторные работы - 46 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 91 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 27 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 3 семестре; экзамен в 4 семестре; экзамен в 5 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Самостоятельная работа
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабораторные работы, всего	Лабораторные в эл. форме	
1.	Тема 1. Понятие уравнений и неравенств с параметром. Параметризация линейных уравнений	3	2	0	2	0	0	0	4
2.	Тема 2. Дробно-рациональные уравнения с параметром	3	2	0	2	0	2	0	4
3.	Тема 3. Решение квадратных уравнений с параметром.	3	2	0	2	0	0	0	4
4.	Тема 4. Линейные неравенства и их системы с параметром. Интерпретация на числовой прямой.	3	2	0	2	0	2	0	4
5.	Тема 5. Решение квадратных неравенств с параметром функционально-графическим методом	3	2	0	2	0	0	0	4
6.	Тема 6. Решение дробно-рациональных неравенств с параметром функционально-графическим методом и методом интервалов	3	2	0	2	0	2	0	4
7.	Тема 7. Иррациональные уравнения и неравенства с параметром	3	2	0	2	0	0	0	4
8.	Тема 8. Решение уравнений и неравенств с параметром, содержащих модуль	3	2	0	2	0	2	0	4
9.	Тема 9. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметром	3	2	0	2	0	0	0	4
10.	Тема 10. Методы решения задач ЕГЭ: функционально-графический подход	3	6	0	6	0	2	0	8
11.	Тема 11. Методы решения задач ЕГЭ: плоскость xOa	3	4	0	4	0	4	0	8
12.	Тема 12. Геометрический метод решения задач ЕГЭ	3	6	0	6	0	2	0	8
17.	Тема 17. Введение. Евклидова геометрия.	4	2	0	2	0	0	0	2
18.	Тема 18. Отношение, подобие	4	4	0	4	0	2	0	3
19.	Тема 19. Геометрические преобразования на плоскости	4	4	0	4	0	2	0	3
20.	Тема 20. Треугольник	4	6	0	6	0	4	0	5
22.	Тема 22. Четырехугольник	4	4	0	4	0	2	0	3
23.	Тема 23. Окружность	4	4	0	4	0	2	0	3
24.	Тема 24. Вписанные и описанные многоугольники	4	4	0	4	0	2	0	3
25.	Тема 25. Аксиоматическое построение геометрии	4	2	0	2	0	0	0	3
27.	Тема 27. Теория многогранников	5	4	0	4	0	2	0	0
28.	Тема 28. Геометрия тетраэдра	5	4	0	4	0	2	0	0
29.	Тема 29. Многогранные углы	5	2	0	2	0	0	0	2
30.	Тема 30. Теорема косинусов и синусов для трехгранного угла	5	2	0	2	0	2	0	1

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
31.	Тема 31. Геометрические места точек в пространстве.	5	2	0	2	0	0	0	1
32.	Тема 32. Круглые тела	5	2	0	2	0	2	0	0
33.	Тема 33. Цилиндрические, конические поверхности.	5	2	0	2	0	0	0	0
34.	Тема 34. Вписанные и описанные многогранники	5	4	0	4	0	2	0	0
35.	Тема 35. Задачи на построение в пространстве	5	2	0	2	0	2	0	2
36.	Тема 36. Изображение многогранников, конусов, цилиндров	5	2	0	2	0	0	0	0
37.	Тема 37. Объем. Кубируемые тела	5	2	0	2	0	2	0	0
38.	Тема 38. Равновеликость и равноставленность в пространстве	5	2	0	2	0	0	0	0
39.	Тема 39. Понятие поверхности. Двусторонние и односторонние поверхности.	5	4	0	4	0	2	0	0
	Итого		98	0	98	0	46	0	91

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Понятие уравнений и неравенств с параметром. Параметризация линейных уравнений

1. Понятие параметра в уравнении или неравенстве. Взаимосвязь уравнений и неравенств с параметром и без параметра через решение частных случаев уравнения (неравенства) с параметром.
2. Решение линейных уравнений с параметром. Различные виды параметризации линейных уравнений (свободного члена, коэффициента при переменной и др.). Исследование графиков семейства прямых при различных видах параметризации.
6. Правильная форма ответа при решении уравнений, неравенств с параметром.

Тема 2. Дробно-рациональные уравнения с параметром

1. Решение простейших дробно-рациональных уравнений с параметром. Виды параметризации дробно-рациональных уравнений с двучленами первой степени в числителе и знаменателе.
2. Исследование дробно-рациональных функций и их графиков в случаях различных видов параметризации с помощью математических пакетов программ, имеющих возможности построения динамических рисунков (1С Математический конструктор, GeoGebra).

Тема 3. Решение квадратных уравнений с параметром.

1. Аналитический метод решения уравнения вида $ax^2 + bx + c = 0$ с параметром. Виды параметризации уравнений (свободного члена, коэффициентов при переменной первой степени или второй степени и др.)
2. Исследование квадратичных функций и их графиков в случаях различных видов параметризации с помощью математических пакетов программ, имеющих возможности построения динамических рисунков (1С Математический конструктор, GeoGebra).

Тема 4. Линейные неравенства и их системы с параметром. Интерпретация на числовой прямой.

1. Решение линейных неравенств и их систем с параметром. Аналитический метод решения.
2. Интерпретация на числовой прямой решений линейных неравенств или их систем.
3. Функционально-графический подход в решении линейных неравенств или их систем с параметром. Исследование функций и их графиков в случаях различных видов параметризации с помощью математических пакетов программ.

Тема 5. Решение квадратных неравенств с параметром функционально-графическим методом

1. Решение квадратных неравенств с параметром функционально-графическим методом: введение функции, переформулирование условия задачи.

2. Метод интервалов как обобщение функционально-графического подхода при решении квадратных неравенств с параметром.
3. Исследование решений квадратных неравенств при различных видах параметризации и различных знаках неравенств (больше, меньше и др.) с помощью математических пакетов программ, имеющих возможности построения динамических рисунков.

Тема 6. Решение дробно-рациональных неравенств с параметром функционально-графическим методом и методом интервалов

1. Решение дробно-рациональных неравенств с параметром функционально-графическим методом.
2. Решение дробно-рациональных неравенств с параметром методом интервалов.
3. Исследование решений дробно-рациональных неравенств при различных видах параметризации и различных знаках неравенств (больше, меньше и др.) с помощью математических пакетов программ, имеющих возможности построения динамических рисунков.
- 4.

Тема 7. Иррациональные уравнения и неравенства с параметром

1. Решение простейших иррациональных уравнений и неравенств с параметром.
2. Функционально-графический подход при решении иррациональных уравнений и неравенств с параметром.
3. Исследование решений иррациональных неравенств при различных видах параметризации и различных знаках неравенств (больше, меньше и др.) с помощью математических пакетов программ, имеющих возможности построения динамических рисунков.

Тема 8. Решение уравнений и неравенств с параметром, содержащих модуль

1. Применение определение модуля при решении различных уравнений, неравенств, функций с модулем.
2. Решение линейных уравнений, неравенств с модулем, имеющих различные виды параметризации.
3. Функционально-графический подход при решении линейных уравнений, неравенств с модулем.
4. Исследование графиков функций, содержащих модуль, с помощью математических пакетов программ, имеющих возможности построения динамических рисунков.

Тема 9. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметром

1. Решение простейших показательных и логарифмических уравнений и неравенств с параметром.
2. Функционально-графический подход при решении показательных и логарифмических уравнений и неравенств с параметром.
3. Исследование решений показательных и логарифмических неравенств при различных видах параметризации и различных знаках неравенств (больше, меньше и др.) с помощью математических пакетов программ, имеющих возможности построения динамических рисунков.

Тема 10. Методы решения задач ЕГЭ: функционально-графический подход

1. Задачи с параметрами в составе единого государственного экзамена (ЕГЭ).
2. Основные виды задач, включаемые во вторую часть профильного экзамена по математике за курс средней школы.
3. Специальные идеи решения задач с параметром ЕГЭ, входящие в функционально-графический подход: свойство монотонности функции, четность и нечетность функции, симметрия графика функции и др.

Тема 11. Методы решения задач ЕГЭ: плоскость xOa

1. Решение задач на нахождение значений параметра при наложении требований к решению задачи. Примеры решения задач ОГЭ и ЕГЭ.
2. Введение плоскости xOa при решении уравнений, неравенств и их систем в решении отдельных типов задач ЕГЭ.
3. Построение решений с помощью математических пакетов программ, имеющих возможности построения динамических рисунков.

Тема 12. Геометрический метод решения задач ЕГЭ

1. Геометрический метод при решении задач с параметром.
2. Решение задач ЕГЭ с применением формулы длины отрезка, нахождения взаимного расположения окружностей или прямой и окружности и др.
3. Построение решений с помощью математических пакетов программ, имеющих возможности построения динамических рисунков.

Тема 17. Введение. Евклидова геометрия.

1. Начала Евклидовой геометрии. Основные понятия Евклидовой геометрии.
2. Метод "от противного" и его значение в развитии геометрии. Четвертый и пятый признаки равенства треугольников.
3. Метод геометрических мест точек в доказательстве теорем и решении задач на доказательство.
4. Решение задач.

3.

Тема 18. Отношение, подобие

1. Внутреннее и внешнее деление отрезка точкой. Теорема Фалеса.
2. Гармонические четверки. Теорема о биссектрисе угла треугольника.
3. Отношение площадей треугольников. Теоремы Чевы и Менелая.
4. Метод подобия и дополнительные построения.
5. Геометрические построения пропорциональных отрезков циркулем и линейкой. Методы ГМТ, алгебраический и подобия.
6. Задачи древности, неразрешимые циркулем и линейкой. Критерий разрешимости задач на построение циркулем и линейкой.

Тема 19. Геометрические преобразования на плоскости

1. Преобразования плоскости. Движения плоскости. Виды движений.
2. Центральная и осевая симметрии.
3. Параллельный перенос плоскости.
4. Поворот плоскости.
5. Сумма движений.
5. Свойства движений плоскости.
6. Центральное подобие фигур на плоскости.
7. Доказательство теорем Торричелли, Наполеона с методом геометрических преобразований.

Тема 20. Треугольник

1. Ортоцентр, центр тяжести, ицентр треугольника.
2. Точки Эйлера. Свойства дополнительного, ортоцентрического треугольников и треугольника с вершинами в точках Эйлера.
3. Прямая Эйлера. Окружность девяти точек. Теоремы о прямой Эйлера и окружности девяти точек.
4. Вневписанные окружности треугольника.
5. Исследование высот треугольника.
6. Построение треугольника по замечательным точкам и отрезкам.

Тема 22. Четырехугольник

1. Свойства и признаки параллелограмма и трапеции. Четыре замечательные точки трапеции.
2. Выпуклые, невыпуклые и самопересекающиеся четырехугольники. Простые четырехугольники.
3. Средние линии четырехугольника. Теорема Вариньона. Теорема о пересечении средних линий и отрезка, соединяющего середины диагоналей.
4. Прямая Гаусса. Теорема Эйлера для четырехугольников.

Тема 23. Окружность

1. Углы и секущие окружности.
2. Степень точки относительно окружности.
3. Радикальная ось двух окружностей. Теорема о радикальной оси. Свойства радикальной оси при различном взаимном расположении двух окружностей.
4. Радикальный центр трех окружностей.
5. Угол между окружностями. Ортогональные окружности.
6. Построения циркулем. Теорема Маскерони.

Тема 24. Вписанные и описанные многоугольники

1. Обобщения теоремы Торричелли.
2. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников.
3. Теорема Птолемея для четырехугольников. Обратная теорема Птолемея.
4. Теоремы Бриансона и Паскаля для вписанных и описанных шестиугольников.
5. Вписанные и описанные многоугольники. Необходимые и достаточные условия.

Тема 25. Аксиоматическое построение геометрии

1. Абсолютная геометрия. Основные понятия абсолютной геометрии.
2. Н.И. Лобачевский. Аксиома параллельности в "воображаемой" геометрии. Значение "воображаемой геометрии" для развития математической науки.
3. Евклидова геометрия по Гильберту (неопределяемые понятия, отношения, группы аксиомы)

4. Решение школьных задач в абсолютной геометрии.

Тема 27. Теория многогранников

1. Два подхода к определению многогранника
2. Выпуклые и невыпуклые многогранники. Свойства выпуклых многогранников (теоремы)
3. Правильные многогранники. Исторические сведения (Платоновы тела)
4. Полуправильные многогранники (Архимедовы тела)
5. Звездчатые многогранники
6. Теорема Эйлера
7. Принцип двойственности (правильные многогранники).

Тема 28. Геометрия тетраэдра

1. Геометрия тетраэдра. Основные понятия. Элементы тетраэдра
2. Тетраэдр и сферы (описанная, вписанная, внеписанная). Необходимые и достаточные условия.
3. Медианы, бимедианы тетраэдра. Свойства.
4. Ортоцентрический, прямоугольный, равногранный тетраэдр. Свойства.
5. Описанный параллелепипед тетраэдра.
6. Решение задач.

Тема 29. Многогранные углы

1. Многогранные углы. Свойства.
2. Двугранные углы. Равенство двугранных углов. Свойства.
3. Трехгранный угол. Определение. Элементы трехгранного угла.
4. Правильный трехгранный угол.
5. Теорема Пифагора для двугранного угла.
6. Практикум по изучаемой теме.
7. Признаки равенства трехгранных углов.

Тема 30. Теорема косинусов и синусов для трехгранного угла

1. Теорема синусов для трехгранного угла.
2. Теорема косинусов для трехгранного угла .
3. Решение задач.

При рассмотрении теоретических вопросов предлагается провести доказательство. При выводе формулы - теорема косинусов для трехгранного угла - показать вывод двух формул: первой и второй теорем.

Тема 31. Геометрические места точек в пространстве.

1. Основные понятия и определения.
2. Основные геометрические места точек в пространстве (шар, сфера, параллельные плоскости).
3. Построение перпендикуляра плоскости. Рассмотреть данную задачу, применяя аксиоматический способ решения задач на построения в пространстве, учитывая при решении все этапы задач на построения.

Тема 32. Круглые тела

1. Круглые тела. Сфера и шар.
2. Пересечение шара (сферы) плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. 3. Симметрия сферы (шара).
4. Свойства касательной и секущей, секущих и хорд.
5. Части шара: сегментная поверхность, шаровой сегмент, шаровой пояс, шаровой слой, шаровой сектор.
6. Решение задач.

Тема 33. Цилиндрические, конические поверхности.

1. Цилиндрическая поверхность. Цилиндры.
2. Коническая поверхность. Конусы.
3. Тела вращения. Круглые тела. Основные понятия.
4. Цилиндр. Развертка. Симметрия цилиндра вращения.
5. Конус. Сечение конуса плоскостью. Усеченный конус. Развертки конуса и усеченного конуса.
6. Контрольная работа по теме "Многогранники. Тетраэдр. Теорема синусов и косинусов".
7. Решение задач.

Тема 34. Вписанные и описанные многогранники

1. Вписанные и описанные многогранники.
2. Основные понятия и определения.

3. Призма, описанная около шара. Необходимые и достаточные условия.

4. Решение задач.

Подробно рассмотреть комбинации и круглых тел. Например, шар, вписанный в конус; шар, вписанный в цилиндр. При решении задач использовать задания из ЕГЭ.

Тема 35. Задачи на построение в пространстве

1. Стереометрические задачи на построение. Основные понятия.

2. Аксиоматический метод.

3. Метод проекционного чертежа.

4. Позиционная полнота и метрическая определенность.

5. Теорема Польке-Шварца.

6. Аффинные и метрические свойства фигур

7. Основные методы: метод основной плоскости, метод следа, метод соответствия точек.

8. Построение сечений.

Тема 36. Изображение многогранников, конусов, цилиндров

1. Изображение многогранников

2. изображение конуса, цилиндра

3. Решение задач.

В данной теме студентам предлагается выполнить задания - построить изображения тел вращения с учетом требований, предъявляемых к таким построениям. В процессе решения задачи предлагаются и комбинированные задания - и на построения, и на вычисления.

Тема 37. Объем. Кубируемые тела

1. Понятие объема. Кубируемые тела.

2. Свойства (аксиомы)

3. Теорема об объеме прямого цилиндра

4. Представление объема интегралом

5. Формулы для вычисления объемов цилиндра, конуса, шара.

6. Принцип Кавальери

7. Формула Симпсона

8. Решение задач ЕГЭ

При рассмотрении теоретических вопросов показать доказательство теорем и вывод формул.

Тема 38. Равновеликость и равноставленность в пространстве

1. Равновеликость и равноставленность. (Рассмотреть эти понятия как в планиметрии, так и в стереометрии).

2. Необходимые и достаточные условия.

Рассмотрение теорем, связанных с этими вопросами.

3. Теорема Бояйи-Гервина.

4. Решение задач по теме "Объемы".

Предлагаются задачи на комбинацию как многогранников, так и тел вращения.

Тема 39. Понятие поверхности. Двусторонние и односторонние поверхности.

1. Понятие поверхности. Двусторонние и односторонние поверхности

2. Свойства ленты Мебиуса

3. Описанные многогранники. Определение. Лемма.

4. Определение площади выпуклой поверхности.

5. Вывод формул для площади сферы, боковой поверхности цилиндра, конуса, усеченного конуса.

6. Решение задач.

Предлагаются задания как на вычисления, так и на доказательство.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Вся элементарная математика. Средняя математическая школа - <http://www.bymath.net/>

ИНТЕРНЕТ-БИБЛИОТЕКА Виталия Арнольда - <http://ilib.mccme.ru>

Математика (Физикон) - <http://www.mathematics.ru>

САЙТ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ ДМИТРИЯ ГУЩИНА - <http://mathnet.spb.ru>

Учебно-методический журнал "Математика" - <http://mat.1september.ru/>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	<p>В процессе работы над лекционным материалом рекомендуется обращать внимание на обобщение, систематизацию и углубление знаний по следующим разделам элементарной математики: функции и графики; уравнения, неравенства и системы; задачи с параметрами; планиметрия; стереометрия. Рассмотреть общие и частные методы решения различных типов задач из указанных разделов. Обучение планиметрии проводится в аудиторно-дистанционном формате.</p> <p>В начале семестра преподаватель включает обучаемых по курсу в список пользователей курса "Элементарной математика (планиметрия, 3 семестр)" (https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=792), находящийся на площадке дистанционного обучения КФУ.</p> <p>При работе в дистанционном курсе сначала необходимо подробно изучить интерактивные лекции, и для самопроверки верно ответить на вопросы в лекции (интерактивные лекции можно проходить сколько угодно раз).</p> <p>Так же изучить рекомендуемую литературу, находящуюся в папке 'Рекомендуемая литература к лекции', гиперссылки на обучающие видео, справочные ресурсы и др.</p> <p>После самоподготовки студентов преподаватель на лекции углубляет, систематизирует вводимые геометрические понятия. На лекции необходимо своевременно строить геометрические чертежи в тетради, фиксировать важные геометрические факты, при необходимости строить геометрические динамические чертежи в программе GeoGebra.</p>
практические занятия	<p>В ходе подготовке к практическим занятиям изучить основную литературу, дополнительную литературу, а также Интернет-ресурсы. Студент может дополнить список литературы, в дальнейшем использовать при выполнении творческих и самостоятельных работ.</p> <p>Методические рекомендации студентам по самостоятельной работе над изучаемым материалом и при подготовке к практическим занятиям</p> <p>Планы занятий, их тематика, рекомендуемая литература, цель и задачи ее изучения сообщаются преподавателем на вводном занятии.</p> <p>Подготовка к практическим занятиям включает:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) организационный этап (планирование самостоятельных работ студентов, подбор рекомендуемой литературы, составление плана работы); 2) углубление теоретических знаний (повторение лекционных вопросов); 3) практикум (применение теоретических сведений при подготовке сообщений, выполнении практических заданий). <p>При необходимости следует обращаться за консультацией к преподавателю.</p>
лабораторные работы	<p>В ходе подготовки к лабораторным занятиям вспомнить материалы лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Выполнять лабораторные работы, выдаваемые преподавателем. Подготовку к лабораторным занятиям осуществлять в соответствии с рекомендациями, изложенными в методических разработках.</p>
самостоятельная работа	<p>Методические рекомендации студентам по изучению рекомендованной литературы. Изучение курса следует начинать с проработки рабочей программы, обратить внимание на цели и задачи, структуру и содержание каждого раздела дисциплины. Успешное освоение курса предполагает активное, творческое участие студента путем планомерной, повседневной работы.</p> <p>При изучении курса планиметрии студент выполняет следующие виды самостоятельных работ: самостоятельное изучение интерактивных лекций в дистанционном курсе, дополнительной литературы и электронных ресурсов; прохождение тестирования по материалам лекций; решение индивидуальных заданий (на выбор - решение задач повышенной трудности, подготовка небольшой исследовательской работы).</p>
зачет	<p>При подготовке к зачету следует повторить теоретический и практический материал по всем темам. Изучить материалы лекций, практических и лабораторных занятий, а также дополнительную литературу, предложенную преподавателем. Зачет проводится в письменной форме. Каждому студенту предлагается ответить на теоретические вопросы и решить несколько типов задач.</p>

Вид работ	Методические рекомендации
экзамен	<p>Экзамен состоит из двух этапов: 1) тестирование; 2) письменно-устная часть. Тестирование проводится в присутствии преподавателя в онлайн-режиме. Из банка вопросов тестов всего учебного курса (более 300 вопросов) каждому случайной выборкой выбирается 1 вопрос из блока вопросов по одной из тем, также есть 2 новых вопроса для претендующих на отличные баллы. Порядок вопросов так же случайный. Необходимо набрать половину максимальных баллов тестирования (12,5 баллов, max - 25 баллов, время тестирования - 1 час).</p> <p>Если студент набрал более половины баллов, то он имеет достаточный уровень подготовки. чтобы сдать более трудную часть экзамена. Выбирает случайным образом экзаменационный билет, состоящий из двух теоретических вопросов и двух задач, соответствующих тематике теоретических вопросов. Студент в течение часа может готовиться к собеседованию с преподавателем (вспомнить и расписать теоретические вопросы, решить задачи). преподаватель может задавать уточняющие вопросы и вопросы из курса школьной планиметрии. Поэтому практически исключена возможность одинаковых вариантов тестов. Для прохождения тестов необходимо неоднократно прочитать лекции, решать задачи лекций и отвечать на тестовые вопросы лекций. Преподаватель за несколько дней до экзамена дает возможность пробного тестирования.</p>

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;

- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки "Математика, информатика и информационные технологии".

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Основная литература:

1. Кейв, М. А. Элементарная математика (алгебра): учебное пособие: в 3 частях / М. А. Кейв. - Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2023 - Часть 3 - 2023. - 92 с. - Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/315167> (дата обращения: 24.07.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Задачи с параметрами, сложные и нестандартные задачи. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.И. Козко [и др.]. - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2016. - 229 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/71860>
3. Планиметрия. Пособие для углубленного изучения математики: учебное пособие / В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев, Э. Г. Позняк [и др.]; под редакцией В. А. Садовниченко. - 2-е изд., стереот. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2019. - 488 с. - ISBN 978-5-9221-1743-2. - Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/309431> (дата обращения: 24.07.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Атанасян, С. Л. Геометрия 1: учебное пособие / С. Л. Атанасян, В. Г. Покровский; под редакцией С. Л. Атанасяна; художник Н. А. Новак. - 3-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2021. - 334 с. - ISBN 978-5-93208-507-3. - Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/172246> (дата обращения: 24.07.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
5. Прасолов, В.В. Задачи по стереометрии: Учебное пособие. [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2016. - 350 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/80148>
6. Шклярский, Д.О. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (стереометрия). [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Д.О. Шклярский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом. - Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2015. - 256 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/72005>

Дополнительная литература:

1. Алгебра. Углубленный курс с решениями и указаниями. [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - М. : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. - 541 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/66312>
2. Блинков, А.Д. Непрерывность. [Электронный ресурс] / А.Д. Блинков, В.М. Гуровиц. - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2015. - 160 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/71817>
3. Гейдман, Б.П. Логарифмические и показательные уравнения и неравенства. [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2008. - 48 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/9318>
4. Гордин, Р.К. ЕГЭ 2017. Математика. Геометрия. Планиметрия. Задача 16 (профильный уровень). [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2017. - 232 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/87783>
5. Гордин, Р.К. ЕГЭ 2017. Математика. Геометрия. Стереометрия. Задача 14 (профильный уровень). [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2017. - 120 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/92688>

6. Лунгу, К.Н. Основные методы решения задач по элементарной математике. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / К.Н. Лунгу, Е.В. Макаров. - Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2015. - 336 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/91183>

7. Математика. Сборник задач по углубленному курсу. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Б.А. Будак [и др.]. - Электрон. дан. - М. : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. - 329 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/66321>

8. Мякишев, А.Г. Элементы геометрии треугольника. [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2009. - 32 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/9374>

9. Блинков, А.Д. Геометрические задачи на построение. [Электронный ресурс] / А.Д. Блинков, Ю.А. Блинков. - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2016. - 152 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/80138>

10. Шестаков, С.А. ЕГЭ 2017. Математика. Задачи с параметром. Задача 18 (профильный уровень). [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2017. - 288 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/87784>

12. Шестаков, С.А. ЕГЭ 2017. Математика. Неравенства и системы неравенств. Задача 15 (профильный уровень). [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2017. - 352 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/87782>

13. Шестаков, С.А. ЕГЭ 2017. Математика. Уравнения и системы уравнений. Задача 13 (профильный уровень). [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие / С.А. Шестаков, П.И. Захаров. - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2017. - 176 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/87781>

14. Шклярский, Д.О. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (планиметрия). [Электронный ресурс] / Д.О. Шклярский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом. - Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2015. - 312 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/72013>

*Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.О.07.03 Элементарная математика*

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.