

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

 Е.А. Турилова

28 февраля 2025 г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Алгебраическая топология

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Геометрия и ее приложения

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): профессор, д.н. Шурыгин В.В. (Кафедра геометрии, отделение математики), vadim.shurygin

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики, исследовать математические модели в естествознании, цифровой экономике и управлении

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

определения и свойства основных объектов, изучаемых в алгебраической топологии, формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательств, возможные сферы приложений.

Должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области алгебраической топологии многообразий и симплициальных комплексов, устанавливать взаимосвязи между понятиями, доказывать утверждения.

Должен владеть:

алгебраическими методами исследования топологии многообразий.

**2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.07.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Геометрия и ее приложения)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 28 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 28 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 116 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 3 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Комплексы и их группы гомологий.	3	0	0	8	0	0	0	30
2.	Тема 2. Гомотопия между цепными отображениями. Категория $\mathcal{H}\mathcal{G}$ .	3	0	0	8	0	0	0	30

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
3.	Тема 3. Гомотопии непрерывных отображений.	3	0	0	6	0	0	0	30
4.	Тема 4. Барицентрическое подразделение.	3	0	0	6	0	0	0	26
	Итого		0	0	28	0	0	0	116

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Комплексы и их группы гомологий.

Комплексы и их группы гомологий. Сингулярный комплекс топологического пространства. Граничный оператор. Точные последовательности абелевых групп. Короткие точные последовательности. Точные последовательности комплексов. Полуточность гомологического функтора. Связывающий гомоморфизм. Гомологическая последовательность, ассоциированная с точной последовательностью комплексов. 5-лемма и ее применение к гомологическим последовательностям.

##### Тема 2. Гомотопия между цепными отображениями. Категория $\mathcal{H}\mathcal{G}$ .

Гомотопия между цепными отображениями. Категория  $\mathcal{H}\mathcal{G}$ . Сингулярный комплекс пары топологических пространств. Гомологическая последовательность пары топологических пространств. Сингулярные гомологии одноточечного пространства. Нульмерные гомологии. Расщепляющиеся точные последовательности. Приведенные группы гомологий. Гомологии пары  $(X, P)$ .

##### Тема 3. Гомотопии непрерывных отображений.

Гомотопии непрерывных отображений. Гомотопическая эквивалентность. Гомотопические инварианты. Стягиваемые пространства. Ретракции. Фундаментальная группа топологического пространства. Категория  $\text{Htr}$ . Цепная гомотопия, индуцированная гомотопией непрерывных отображений. Гомотопическая инвариантность групп гомологий.

##### Тема 4. Барицентрическое подразделение.

Барицентрическое подразделение. Вырезание. Последовательность Майера-Вьеториса. Группы гомологий  $n$ -мерной сферы. Группы гомологий двумерных поверхностей. Ретракции. Ретракция индуцирует эпиморфизм групп гомологий. Сфера не является ретрактом шара. Теорема Брауэра о неподвижной точке. Касательные векторные поля на сферах.

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

#### 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемому результату обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- A Concise Course in Algebraic Topology - <https://www.math.uchicago.edu/~may/CONCISE/ConciseRevised.pdf>  
 Algebraic Topology - <http://mathworld.wolfram.com/AlgebraicTopology.html>  
 Algebraic Topology - Cornell Math - <https://pi.math.cornell.edu/~hatcher/AT/AT.pdf>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
практические занятия	При подготовке к практическому занятию следует освежить в памяти теоретический материал, изложенный преподавателем на лекциях, относящийся к изучаемой на занятии теме. Во время практического занятия следует отмечать излагаемые преподавателем методы и приемы решения задач, а при самостоятельном решении задач из домашнего задания следует по каждой не решенной задаче подготовить вопросы к преподавателю для разбора на аудиторном занятии.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа студента по освоению теоретического материала состоит из изучения обязательного материала, изложенного на лекциях, и дополнительного изучения материала по рекомендованной учебной литературе для углубленного усвоения предмета и понимания, где и как пройденный материал может применяться. При решении задач из домашнего задания следует разобрать способы решения типовых задач, разобранные на аудиторном занятии. При подготовке к контрольной работе следует повторить весь материал, относящийся к темам контрольной работы, руководствуясь конкретными указаниями преподавателя.

Вид работ	Методические рекомендации
зачет	<p>В ходе подготовки к зачету изучить лекции, основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, повторить методы решения типовых задач, рассмотренных на практических занятиях. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы.</p> <p>Зачет проводится в традиционной форме в два этапа - письменная часть и устная часть. Вначале обучающимся раздаются билеты. Каждый билет на зачете содержит два теоретических вопроса, содержащих определения, теоремы с доказательством из пройденного курса и две задачи. При ответе на вопросы билета необходимо знать определения используемых в ответе терминов и понятий, а также знать формулировки и доказательства соответствующих теоретических результатов. После письменной подготовки обучающийся отвечает преподавателю по своему билету, а также на дополнительные и уточняющие вопросы.</p>

**10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

**11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

**12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе "Геометрия и ее приложения".

### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Геометрия и ее приложения

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

#### Основная литература:

1. Скопенков, А. Б. Алгебраическая топология с геометрической точки зрения / А. Б. Скопенков. - Москва : МЦНМО, 2016. - 270 с. - ISBN 978-5-4439-2477-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/71854>

(дата обращения: 04.10.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей

2. Александров, П. С. Введение в теорию множеств и общую топологию : учебное пособие / П. С. Александров. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 368 с. - ISBN 978-5-8114-0981-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/167808> (дата обращения: 30.11.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Элементарная топология : учебное пособие / О. Я. Виро, О. А. Иванов, Н. Ю. Нецветаев, В. М. Харламов. - Москва : МЦНМО, 2010. - 352 с. - ISBN 978-5-94057-587-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9313>

(дата обращения: 04.10.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### Дополнительная литература:

1. Вик, Д. У. Теория гомологий. Введение в алгебраическую топологию / Д. У. Вик. - Москва : МЦНМО, 2005. - 288 с. - ISBN 5-94057-086-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9310>

(дата обращения: 04.10.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Подран, В. Е. Элементы топологии : учебное пособие / В. Е. Подран. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - 188 с. - ISBN 978-5-8114-5835-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/147138> (дата обращения: 30.11.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Прасолов, В. В. Элементы теории гомологий : учебное пособие / В. В. Прасолов. - Москва : МЦНМО, 2006. - 448 с. - ISBN 5-94057-245-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9397>

(дата обращения: 04.10.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Геометрия и ее приложения

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.