

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт физики



*подписано электронно-цифровой подписью*

## **Программа дисциплины**

Дифференциальные уравнения

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Физика и математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. Хабибуллина Г.З. (Кафедра теории относительности и гравитации, Отделение физики), GZNabibullina@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний
ПК-2	Способен осуществлять педагогическую деятельность по математике в рамках программ основного общего и среднего общего образования

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- определение дифференциального уравнения;
- виды дифференциальных уравнений 1-го порядка (линейное, с разделяющимися переменными, однородное, уравнение, приводящееся к однородному, Бернулли, в полных дифференциалах, неоднородное, Лагранжа, Клеро) и уметь их решать;
- виды дифференциальных уравнений высшего порядка
- определение фундаментальной системы решения, вронскиана, знать их свойства и уметь применять эти понятия для нахождения общего и частного решения системы.

Должен уметь:

- привести примеры задач, приводящих к понятию дифференциального уравнения;
- решать дифференциальные уравнения 1-го порядка (линейное, с разделяющимися переменными, однородное, уравнение, приводящееся к однородному, Бернулли, в полных дифференциалах, неоднородное, Лагранжа, Клеро);
- применять для решения дифференциальных уравнений высших порядков метод понижения порядка;
- в случае  $n=2$  применять частные способы понижения порядка;
- применять метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения неоднородного уравнения и системы;
- уметь решать уравнения с постоянными коэффициентами, как в общем случае, так и методом подбора при правой части определенного вида.

Должен владеть:

навыками обобщения полученных знаний, конкретного и объективного изложения своих знаний в письменной и устной форме.

Должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания на практике.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.08.06 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Физика и математика)" и относится к обязательной части ОПОП ВО.

Осваивается на 2 курсе в 4 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 53 часа(ов), в том числе лекции - 18 часа(ов), практические занятия - 34 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 55 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 4 семестре.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	4	6	0	10	0	0	0	14
2.	Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков	4	4	0	8	0	0	0	14
3.	Тема 3. Линейное дифференциальное уравнение n-го порядка	4	4	0	8	0	0	0	14
4.	Тема 4. Решение ЛОДУ и ЛНДУ n-го порядка	4	4	0	8	0	0	0	13
	Итого		18	0	34	0	0	0	55

##### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

###### Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

- 1.1 Основные понятия и определения.
- 1.2 Уравнения с разделяющимися переменными.
- 1.3 Однородные дифференциальные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным.
- 1.4 Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли.
- 1.5 Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

###### Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков

- 2.1 Основные понятия и определения.
- 2.2 Дифференциальные уравнения с правой частью, являющейся функцией от  $x$ .
- 2.3 Дифференциальные уравнения, не содержащие искомой функции.
- 2.4 Дифференциальные уравнения, не содержащие независимой переменной.
- 2.5 Дифференциальные уравнения, однородные относительно  $y$ .

###### Тема 3. Линейное дифференциальное уравнение n-го порядка

- 3.1 Понятие о линейном дифференциальном уравнении n-го порядка. Теорема о существовании единственного решения задачи Коши. Свойства решений ЛОДУ n-го порядка.
- 3.2 Условие линейной независимости системы решений ЛОДУ n-го порядка. Необходимое условие линейной зависимости системы n-функций. Теорема о необходимом и достаточном условии линейной независимости системы n-решений ЛОДУ n-го порядка.

###### Тема 4. Решение ЛОДУ и ЛНДУ n-го порядка

- 4.1 Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка. Метод вариации произвольных постоянных.
- 4.2 ЛОДУ и ЛНДУ n-го порядка с постоянными коэффициентами.
- 4.3. Уравнение Эйлера.

##### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Виды дифференциальных уравнений, примеры, методы решения. - [http://www.cleverstudents.ru/differential\\_equations.html](http://www.cleverstudents.ru/differential_equations.html)

Дифференциальные Уравнения - Энциклопедия Колъера - <http://enc-dic.com/colier/Differencialne-uravneni-ja-2759.html>

Примеры по курсу "Обыкновенные дифференциальные уравнения" - <http://ega-math.narod.ru/Books/Tricomi.htm>

Соболев С.К. Дифференциальные уравнения Методические указания к решению задач Москва МГТУ им. Баумана 2008 - <http://wwwcdl.bmstu.ru/?fn1/DiffEq.pdf>

Электронная версия книги Трикоми - [www.exponenta.ru/EDUCAT/class/courses/student/ode/examples.asp](http://www.exponenta.ru/EDUCAT/class/courses/student/ode/examples.asp)

#### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий студенту необходимо вести конспектирование учебного материала. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой - в ходе подготовки к практическим занятиям изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы.
практические занятия	Подготовку к практическому занятию надо начинать с изучения рекомендованной литературы. Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная его часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале. Заканчивая подготовку следует составлением плана (конспекта) по изучаемому материалу (вопросу). Это позволяет составить концентрированное, сжатое представление по изучаемым вопросам.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа студента является основным средством овладения учебным материалом во время, свободное от обязательных учебных занятий. Самостоятельная работа студентов осуществляется в аудиторной и внеаудиторной формах. Самостоятельная работа студентов в аудиторное время может включать: – конспектирование (составление тезисов) лекций; – выполнение контрольных работ; – решение задач; – работу со справочной и методической литературой; – защиту выполненных работ; – участие в оперативном (текущем) опросе по отдельным темам изучаемой дисциплины и др. Самостоятельная работа студентов во внеаудиторное время может состоять из: – повторение лекционного материала; – подготовки к семинарам (практическим занятиям); – изучения учебной и научной литературы; – решения задач, выданных на практических занятиях; – подготовки к контрольным работам, тестированию и т.д.
экзамен	Подготовка к итоговому контролю (зачет, дифференцированный зачет, экзамен). На экзамене и зачете определяется качество и объем усвоенных студентами знаний по соответствующей учебной дисциплине. Требования к знаниям студентов, демонстрируемым в ходе итогового контроля по конкретной учебной дисциплине, определены федеральным государственным образовательным стандартом и учебной программой учебной дисциплины, подготовленной соответствующим образовательным учреждением на основе ФГОС ВО. Основным условием успешной сдачи той или иной формы итогового контроля по учебной дисциплине является систематическая работа над учебной дисциплиной в течение года. Однако накануне, в период экзаменационной сессии, необходима целенаправленная подготовка. Хотя такая подготовка - процесс индивидуальный, тем не менее, существуют некоторые правила, знания которых могут быть полезны для всех. Так, начинать повторение материала рекомендуется за месяц-полтора до начала сессии. Подготовку следует вести, исходя из требований программы учебной дисциплины. Этим документом разрешено пользоваться на зачете. Если в распоряжении студента есть несколько дней непосредственно на такую подготовку, то целесообразно определить график прохождения вопросов из расчета, чтобы осталось время на повторение наиболее трудных.

#### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)



Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки "Физика и математика".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.О.08.06 Дифференциальные уравнения

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Физика и математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

**Основная литература:**

1. Горлач, Б. А. Ряды, интегрирование, дифференциальные уравнения. Практикум для студентов технических и экономических специальностей вузов / Б. А. Горлач, Г. Н. Горелов. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 108 с. - ISBN 978-5-507-47023-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/320768> (дата обращения: 28.10.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. - 6-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 280 с. - ISBN 978-5-8114-9441-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/195426> (дата обращения: 28.10.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 / Г. М. Фихтенгольц. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 608 с. - ISBN 978-5-507-45809-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/284078> (дата обращения: 28.10.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

**Дополнительная литература:**

1. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие / Г. Н. Берман. - 8-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 492 с. - ISBN 978-5-8114-0657-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/111199> (дата обращения: 28.10.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Бибииков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие / Ю. Н. Бибииков. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 304 с. - ISBN 978-5-8114-1176-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210617> (дата обращения: 28.10.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Левяков, С. В. Математический анализ. Практикум : учебное пособие / С. В. Левяков, Г. М. Шумский. - Новосибирск : НГТУ, 2022. - 72 с. - ISBN 978-5-7782-4714-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/306230> (дата обращения: 28.10.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.



*Приложение 3*  
*к рабочей программе дисциплины (модуля)*  
*Б1.О.08.06 Дифференциальные уравнения*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Физика и математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.