

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Е.А. Турилова

28 февраля 2025 г.

подписано электронно-цифровой подписью

## Программа дисциплины

### Теория динамического хаоса

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

## **Содержание**

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. Шурыгин В.В. (Кафедра геометрии, отделение математики), 1Vadim.Shurygin@kpfu.ru ; Иванышин Петр Николаевич

## **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках
ПК-3	Способен публично представлять собственные и известные научные результаты

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Студент должен знать основные понятия математической теории хаоса. Уметь вычислять фрактальные размерности предельных множеств. Также обучающийся должен иметь представление о линеаризации процессов в окрестности неподвижной точки, находить дифференциальные уравнения траекторий движения, знать основные методы решения данных уравнений, отличать стабильные системы от нестабильных, исследовать точки бифуркации.

Должен уметь:

Уметь вычислять фрактальные размерности предельных множеств.

Должен владеть:

Также обучающийся должен иметь представление о линеаризации процессов в окрестности неподвижной точки, находить дифференциальные уравнения траекторий движения, знать основные методы решения данных уравнений, отличать стабильные системы от нестабильных, исследовать точки бифуркации.

Должен демонстрировать способность и готовность:

Студент должен знать основные понятия математической теории хаоса. Уметь вычислять фрактальные размерности предельных множеств. Также обучающийся должен иметь представление о линеаризации процессов в окрестности неподвижной точки, находить дифференциальные уравнения траекторий движения, знать основные методы решения данных уравнений, отличать стабильные системы от нестабильных, исследовать точки бифуркации.

## **2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.08.02 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Математика в цифровой экономике)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 4 курсе в 8 семестре.

## **3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 40 часа(ов), в том числе лекции - 20 часа(ов), практические занятия - 20 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 68 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 8 семестре.

## **4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

### **4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-мestr	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стое-тель-ная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
N	Разделы дисциплины / модуля	Се-мestr	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стое-тель-ная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Хаотическое движение. Примеры. Фазовое пространство.	8	4	0	4	0	0	0	12
2.	Тема 2. Фрактальные объекты. Размерность. Типы фракталов.	8	4	0	4	0	0	0	14
3.	Тема 3. Регулярное движение. Устойчивость и неустойчивость. Анализ устойчивости.	8	4	0	4	0	0	0	14
4.	Тема 4. Уравнения движения. Стробоскопические отображения. Гармонический маятник.	8	4	0	4	0	0	0	14
4.2	Тема 5. Диссипативные системы (модуль). Отображение пекаря. Топологическая энтропия.	8	4	0	4	0	0	0	14
<b>Тема 1. Хаотическое движение. Примеры. Фазовое пространство.</b>									
Хаотическое движение. Примеры (нерегулярные колебания маятника, тело на пружине, мяч отскакивающий от двух дисков, зеркальные рождественские орнаменты, хаотический аттрактор). Фазовое пространство. Определение хаоса. Вероятностный подход. Хаос как мост между регулярным и непредсказуемым движением системы.									68

### Тема 2. Фрактальные объекты. Размерность. Типы фракталов.

Фрактальные объекты. Определение. Тела с большой поверхностью. Размерность Хаусдорфа-Безиковича. Типы фракталов. Самоподобие. Стого самоподобные фракталы. Фракталы --- композиции двух более простых фракталов. Тонкие и толстые фракталы. Фрактальные распределения. Фракталы и хаос. Связь с теорией графов и метрической геометрией.

### Тема 3. Регулярное движение. Устойчивость и неустойчивость. Анализ устойчивости.

Регулярное движение. Устойчивость и неустойчивость. Движение в окрестности седловой точки. Случай наличия и отсутствия трения. Движение в окрестности устойчивого состояния. Эллиптическая точка. Анализ устойчивости. Возникновение неустойчивости. Бистабильные системы. Бифуркация. Обобщенное фазовое пространство.

### Тема 4. Уравнения движения. Стробоскопические отображения. Гармонический маятник.

Уравнения контролируемого движения. Фазовое пространство. Стробоскопические отображения. Гармонический маятник. Гармоническое движение в окрестности устойчивого состояния. Гармоническое движение в окрестности неустойчивого состояния. Неподвижные точки и их устойчивость в случае двумерных отображений.

### Тема 5. Диссипативные системы. Отображение пекаря. Топологическая энтропия.

Диссипативные системы. Отображение пекаря. Представление отображения. Хаотичность отображения. Хаотический аттрактор. Неустойчивые многообразия. Два-цикли. Устойчивые многообразия, гомо- и гетероклинические точки. Асимметрическое отображение пекаря. Топологическая энтропия. Параболический аттрактор. Мера непредсказуемости, экспонента Ляпунова.

## 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996н/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Кранц С Изменчивая природа математического доказательства Доказать нельзя поверить -  
<https://e.lanbook.com/reader/book/84070/#1>

Секованов ВС Элементы теории дискретных динамических систем : Учебное пособие -  
<https://e.lanbook.com/reader/book/103912/#1>

Стюарт И Математические диковинки профессора Стюарта - <https://e.lanbook.com/reader/book/103032/#1>

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Лекции проводятся по Chaotic Dynamics An Introduction Based on Classical Mechanics, Tamas Tel and Marton Gruiz. Студенту рекомендуется ознакомиться с книгой, разобрать примеры и упражнения из нее. Успешное освоение материала обеспечит возможность решать аналогичные задачи и применять полученные знания в других областях.
практические занятия	Практические занятия проводятся по упражнениям из Chaotic Dynamics An Introduction Based on Classical Mechanics, Tamas Tel and Marton Gruiz. Студенту рекомендуется ознакомиться разобрать примеры и упражнения из нее. Успешное освоение материала обеспечит возможность решать аналогичные задачи и применять полученные знания в других областях.
самостоятельная работа	Изучение дополнительной литературы приветствуется и поощряется дополнительными баллами. Поскольку лекции проводятся по Chaotic Dynamics An Introduction Based on Classical Mechanics, Tamas Tel and Marton Gruiz. Студенту рекомендуется ознакомиться с книгой, разобрать примеры и упражнения из нее, а также изучить литературу из данной монографии.
зачет	На экзамене студент обязан решать стандартные задачи из данной области. Кроме того, необходимо знать формулировки основных утверждений теории. Также студент должен уметь строить стандартные алгоритмы и применять их для решения вычислительных задач. В частности, необходимо уметь строить стандартные простые и составные фракталы по дискретному набору отображений и применять их для вычисления размерностей.

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:

  - продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
  - продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
  - продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Математика в цифровой экономике".

*Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.08.02 Теория динамического хаоса*

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

**Основная литература:**

- 1.Игудесман К.Б. Фрактальная геометрия / Игудесман К. Б. ; Казан. гос. ун-т. - Электронные данные (1 файл: 3,53 Мб) .- (Казань : Казанский государственный университет, 2010). - Загл. с экрана. - Режим доступа: открытый . - Текст : электронный. - URL: [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_34\\_2010\\_kl-00005.20.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_34_2010_kl-00005.20.pdf) (дата обращения: 12.03.2020).
2. Секованов, В. С. Элементы теории дискретных динамических систем : учебное пособие / В. С. Секованов. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2018. - 180 с. - ISBN 978-5-8114-2429-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/103912> (дата обращения: 12.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Трошин П. И. Моделирование фракталов в среде Maxima. Часть II. Хаотическая динамика и фракталы: учебно-методическое пособие / П. И. Трошин. - Казань : Казанский федеральный университет, 2012. - 48 с. - Текст : электронный. - URL: <http://kpfu.ru/docs/F1526739216/main.pdf> (дата обращения: 12.03.2020). - Режим доступа: открытый.

**Дополнительная литература:**

1. Стюарт, И. Математические диковинки профессора Стюарта / И. Стюарт ; перевод с английского Н. А. Шиховой. - Москва : Лаборатория знаний, 2017. - 323 с. - ISBN 978-5-00101-572-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/103032> (дата обращения: 12.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Многоликий хаос : монография / Е. Ф. Мищенко, В. А. Садовничий, А. Ю. Колесов, Н. Х. Розов. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 429 с. - ISBN 978-5-9221-1423-3. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/48302> (дата обращения: 12.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Секованов, В. С. Фрактальная геометрия. Преподавание, задачи, алгоритмы, синергетика, эстетика, приложения : учебное пособие / В. С. Секованов. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 180 с. - ISBN 978-5-8114-3264-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/113906> (дата обращения: 12.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

*Приложение 3*  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
**Б1.В.ДВ.08.02 Теория динамического хаоса**

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая  
перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.