

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Е.А. Турилова

28 февраля 2025 г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Методы оптимизации

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Прикладная математика и информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): профессор, д.н. Заботин И.Я. (кафедра анализа данных и технологий программирования, отделение фундаментальной информатики и информационных технологий), Igor.Zabotin@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- знать основные свойства и методы решения задач линейного и нелинейного программирования.

Должен уметь:

- решать задачи линейного программирования произвольного вида с помощью симплекс-метода;
- решать транспортные задачи с помощью метода потенциалов.

Должен владеть:

- навыками использования основных методов выпуклого программирования для решения прикладных оптимизационных задач.

Должен демонстрировать способность и готовность:

- демонстрировать способность выбора методов решения конкретных прикладных задач оптимизации.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.16 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 "Прикладная математика и информатика (Прикладная математика и информатика)" и относится к обязательной части ОПОП ВО.

Осваивается на 3 курсе в 5 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) на 252 часа(ов).

Контактная работа - 72 часа(ов), в том числе лекции - 36 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 36 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 126 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 54 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 5 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-мestr	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стое-тель-ная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
N	Разделы дисциплины / модуля	Се-мestr	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стое-тель-ная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Модели задач оптимизации. Постановка задачи математического программирования.	5	2	0	0	0	2	0	10
2.	Тема 2. Постановка задачи линейного программирования. Свойства задачи.	5	4	0	0	0	0	0	6
3.	Тема 3. Методы решения задач линейного программирования.	5	6	0	0	0	14	0	40
4.	Тема 4. Элементы выпуклого анализа. Постановка и свойства задачи выпуклого программирования	5	4	0	0	0	2	0	16
5.	Тема 5. Градиент и субградиент функции. Неравенства-следствия.	5	2	0	0	0	0	0	10
6.	Тема 6. Методы безусловной минимизации функций	5	6	0	0	0	6	0	14
4.2 Содержание дисциплины (модуля)		Тема 7. Методы условной минимизации функций.						0	30
Тема 1. Модели задач оптимизации. Постановка задачи математического программирования.		Тема 2. Постановка задачи линейного программирования.						0	30
Экономико-математические модели: задача планирования многопродуктового производства, классическая транспортная задача, задача о диете (о смесях), задачи о загрузке транспортного средства, задачи о назначениях, задачи раскроя материалов и др.. Построение математических моделей конкретных задач из перечисленных классов.		Тема 3. Методы решения задач линейного программирования.						0	30
Тема 4. Элементы выпуклого анализа. Постановка и свойства задачи выпуклого программирования		Тема 5. Градиент и субградиент функции. Неравенства-следствия.						0	30
Тема 6. Методы безусловной минимизации функций.		Тема 7. Методы условной минимизации функций.						0	30

Тема 2. Постановка задачи линейного программирования. Свойства задачи.

Линейное программирование (ЛП). Постановка задачи ЛП в форме неравенств и ее геометрический смысл. Метод дополнительных переменных. Опорные планы задачи ЛП. Теорема о соответствии опорного плана и крайней точки допустимого множества. Идея прямого симплекс-метода. Обоснование возможности перехода от одного опорного плана к другому с уменьшением линейной формы. Теорема оптимальности опорного плана.

Тема 3. Методы решения задач линейного программирования.

Теорема о неограниченности линейной формы на допустимом множестве. Симплексная таблица. Формулы пересчета коэффициентов разложения векторов-столбцов матрицы ограничений. Алгоритм прямого симплекс-метода. Методы искусственного базиса (одноэтапный и двухэтапный). Примеры. Двойственные задачи ЛП и их основные свойства. Метод решения транспортной задачи замкнутого типа.

Тема 4. Элементы выпуклого анализа. Постановка и свойства задачи выпуклого программирования

Элементы выпуклого анализа. Выпуклые множества и выпуклые функции. Примеры. Исследование на выпуклость многомерной функции с помощью одномерной функции. Теорема о выпуклости и замкнутости лебегова множества выпуклой функции. Постановка задачи выпуклого программирования (ВП) и ее геометрический смысл. Основные свойства задачи ВП.

Тема 5. Градиент и субградиент функции. Неравенства-следствия.

Градиент функции и его геометрический смысл. Градиентное неравенство. Неравенство для функций, градиент которых удовлетворяет условию Липшица. Неравенства-следствия. Лемма Фаркаша. Критерий оптимальности задачи ВП (в частности, теорема Куна-Таккера). Субградиент функции. Способ вычисления субградиентов для функции максимума.

Тема 6. Методы безусловной минимизации функций.

Критерии оценки точности приближенных решений по функционалу и по норме. Релаксационные, минимизирующие и сильно сходящиеся последовательности приближений. Полношаговые итерационные процессы. Методы одномерной минимизации. Методы приближенного решения задач безусловной минимизации (метод наискорейшего спуска, метод покоординатного спуска, метод Ньютона, метод сопряженных направлений).

Тема 7. Методы условной минимизации функций.

Общая схема методов возможных направлений для условной минимизации.

Полный шаг в методах возможных направлений и способ его вычисления. Метод условного градиента, метод проекции градиента, метод Ньютона, метод возможных направлений Зойтендейка. Метод Лагранжа. Метод штрафных функций. Метод обобщенного градиентного спуска (метод опорных элементов) для условной минимизации недифференцируемых функций. Методы отыскания точки выпуклого множества.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ - <http://kek.ksu.ru/EOS/MO/index.html>
СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ - <http://kek.ksu.ru/EOS/Simplex/index.htm>
СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД: Режим демонстрации - <http://kek.ksu.ru/EOS/sim/index.html>
СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ (архив лекций) - <http://kek.ksu.ru/kek2/os.php>
СПЕЦ. ГЛАВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ - <http://kek.ksu.ru/EOS/SGMP/index.html>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В поддержку обучения по дисциплине 'Методы оптимизации' авторами Рабочей программы разработан одноимённый электронный курс: https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=808 . Студентам рекомендовано знакомиться с теоретическими материалами, размещенными в электронном курсе, перед лекцией и принимать активное участие в обсуждении лекционного материала на очных занятиях.
лабораторные работы	На практических занятиях студенты, письменно выполняя предложенные преподавателем задания, приобретают навыки численного решения задач оптимизации из изученных классов с помощью рассмотренных на лекциях методов, анализируют полученные результаты. Параллельно вычисления и построения производятся на доске, при необходимости преподаватель делает замечания и/или вносит исправления.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов состоит в работе с текстом лекционного материала, размещенного в электронном курсе "Методы оптимизации", в изучении основной и дополнительной литературы, в численном решении предлагаемых задач, предлагаемых в аудитории и размещенных в электронном курсе, а также в анализе результатов.
экзамен	Экзамен по дисциплине 'Методы оптимизации' предполагает ответ на два теоретических вопроса из списка, размещенного в электронном курсе, а также на несколько дополнительных вопросов. Перед экзаменом преподавателем проводится консультация, на которой разъясняются наиболее трудные для понимания вопросы.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
 - продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
 - продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
 - продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки "Прикладная математика и информатика".

*Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.О.16 Методы оптимизации*

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Прикладная математика и информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Основная литература:

1. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации. Кн.1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ф.П. Васильев. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2011. - 624 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9304>
2. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации. Кн.2 [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ф.П. Васильев. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2011. - 434 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9305>
3. Измаилов, А.Ф. Численные методы оптимизации [Электронный ресурс] : монография / А.Ф. Измаилов, М.В. Соловов. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2008. - 320 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2184>
4. Лесин, В.В. Основы методов оптимизации [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.В. Лесин, Ю.П. Лисовец. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 344 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/86017>

Дополнительная литература:

1. Кашина О.А. Методы оптимизации. Часть I. Элементы теории экстремальных задач / О.А. Кашина, А.И. Кораблев. - Казань: изд-во КГУ, 2008. - 83 с.
2. Кашина О. А.. Методы оптимизации. Часть 2. Численные методы решения экстремальных задач. / О. А. Кашина, А. И. Кораблев. - Казань: изд-во КГУ, 2011.-143 с.
3. Сухарев, А.Г. Курс методов оптимизации [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2011. - 384 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2330>
4. Пантелеев, А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 512 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67460>

*Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.О.16 Методы оптимизации*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая
перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Прикладная математика и информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.