

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



*подписано электронно-цифровой подписью*

## **Программа дисциплины**

Дополнительные главы прикладного функционального анализа

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Методы математического моделирования

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): Мокейчев В.С.

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области прикладной математики
ПК-2	Способен к проведению научно-исследовательских разработок по отдельным разделам темы

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные понятия и положения, лежащие в основе данной математической дисциплины.

Должен уметь:

применять общие принципы функционального анализа к решению различных прикладных проблем как при построении и обосновании различных приближенных методов, так и при построении моделей математической экономики.

Должен владеть:

пониманием роли и места функционального анализа в современном математическом анализе, в вычислительной математике, в теории экстремальных задач и в экономико-математическом моделировании.

Должен демонстрировать способность и готовность:

использовать полученные знания в процессе подготовки к сдаче экзамена кандидатского минимума по специальностям вычислительная математика и математическая кибернетика.

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.04 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.04 "Прикладная математика (Методы математического моделирования)" и относится к части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

## 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 34 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 34 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 38 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 3 семестре.

## 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тель-ная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие занятия в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные работы в эл. форме	
	Тема 1. Элементы спектральной теории								

линейных самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. Определение самосопряженного оператора, основные свойства, примеры.

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Самостоятельная работа
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабораторные работы, всего	Лабораторные в эл. форме	
2.	Тема 2. Ортогональные и проекционные операторы. Основные свойства проекционных операторов. Положительно определенные операторы, корень квадратный из положительно определенного оператора.	3	0	0	0	0	2	0	2
3.	Тема 3. Спектр самосопряженного оператора, основные теоремы о спектре самосопряженного оператора, инвариантные подпространства.	3	0	0	0	0	2	0	2
4.	Тема 4. Неограниченные линейные операторы, основные понятия и определения. Спектральное разложение неограниченного самосопряженного оператора.	3	0	0	0	0	2	0	2
5.	Тема 5. Нелинейные операторы и функционалы в банаховых пространствах. Определения, основные свойства. Различные виды непрерывности операторов, связь между деминепрерывностью и хеминепрерывностью.	3	0	0	0	0	2	0	2
6.	Тема 6. Дифференциал и производная по Гато. Дифференциал и производная по Фреше. Связь между производными Гато и Фреше. Обобщенная формула Лагранжа и неравенство Липшица.	3	0	0	0	0	2	0	2
7.	Тема 7. . Производная и градиент функционала. Дифференцируемость и градиент нормы. Основные свойства градиента нормы. Дифференцируемость по направлению и дифференцируемость по Шварцу.	3	0	0	0	0	2	0	2
8.	Тема 8. Потенциальные и монотонные потенциальные операторы. Примеры потенциальных и монотонных потенциальных операторов. Условия, обеспечивающие монотонность потенциальных операторов.	3	0	0	0	0	3	0	3
9.	Тема 9. Условия потенциальности операторов: условия потенциальности в интегральной форме, условия потенциальности в дифференциальной форме. Сведение некоторых уравнений к эквивалентным уравнениям с потенциальными операторами.	3	0	0	0	0	2	0	2
10.	Тема 10. Общие свойства потенциальных операторов. Усиленная непрерывность потенциальных операторов. Связь между полной и усиленной непрерывностью потенциальных операторов.	3	0	0	0	0	2	0	2

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Самостоятельная работа
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабораторные работы, всего	Лабораторные в эл. форме	
11.	Тема 11. Слабая полунепрерывность и непрерывность функционалов. Критерий слабой полунепрерывности функционалов. Условия слабой полунепрерывности выпуклых функционалов. Условия слабой полунепрерывности и выпуклости дифференцируемых функционалов. Примеры слабо полунепрерывных снизу функционалов.	3	0	0	0	0	3	0	3
12.	Тема 12. Задача минимизации функционала: экстремальные точки функционала, обобщенная теорема Вейерштрасса. Достаточные признаки безусловного минимума. Теорема об условном экстремуме. Примеры.	3	0	0	0	0	2	0	2
13.	Тема 13. Минимизирующие последовательности. Ограниченность минимизирующей последовательности. Слабая сходимость минимизирующей последовательности. О корректной постановке задачи минимизации.	3	0	0	0	0	2	0	2
14.	Тема 14. Метод наискорейшего спуска решения задачи минимизации функционала в банаховом пространстве. Теорема о сходимости метода для дифференцируемых по Гато функционалов. Теорема о сходимости метода для дважды дифференцируемых по Гато функционалов.	3	0	0	0	0	2	0	2
15.	Тема 15. Элементы теории Соболевских пространств. Основные функциональные пространства, простейшие неравенства. Усреднение функций. Обобщенные функции.	3	0	0	0	0	2	0	2
16.	Тема 16. Дифференцирование обобщенных функций. Обобщенные производные в смысле Соболева. Пространства Соболева. Аппроксимация гладкими функциями.	3	0	0	0	0	2	0	2
17.	Тема 17. Следы функций из Соболевских пространств. Теоремы вложения. Эквивалентные нормировки пространств Соболева.	3	0	0	0	0	2	0	2
	Итого		0	0	0	0	36	0	36

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

### **Тема 1. Элементы спектральной теории линейных самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. Определение самосопряженного оператора, основные свойства, примеры.**

Дается определение самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве, приводятся и доказываются основные свойства самосопряженного оператора, доказывается теорема об ортогональности собственных векторов самосопряженного оператора, соответствующих различным собственным значениям. Приводятся примеры.

### **Тема 2. Ортогональные и проекционные операторы. Основные свойства проекционных операторов. Положительно определенные операторы, корень квадратный из положительно определенного оператора.**

Даются определения ортогонального и проекционного операторов. Формулируются и доказываются основные свойства проекционного оператора. Для положительно определенного оператора вводится понятие "Корень квадратный из положительно определенного оператора". Исследуются основные свойства этого оператора.

### **Тема 3. Спектр самосопряженного оператора, основные теоремы о спектре самосопряженного оператора, инвариантные подпространства.**

Для самосопряженного оператора в конечномерном пространстве проводится подробное исследование спектра (множества собственных значений оператора), представленное рядом важных с точки зрения приложений теорем, которые в математической литературе принято называть "Основными теоремами о спектре самосопряженного оператора".

### **Тема 4. Неограниченные линейные операторы, основные понятия и определения. Спектральное разложение неограниченного самосопряженного оператора.**

Цель занятия: обосновать возможность распространения полученных на предыдущих занятиях результатов для ограниченных операторов на класс неограниченных операторов, прояснить, какие сложности в этом случае могут возникать. Рассказать о спектральном разложении неограниченного самосопряженного оператора.

### **Тема 5. Нелинейные операторы и функционалы в банаховых пространствах. Определения, основные свойства. Различные виды непрерывности операторов, связь между деминепрерывностью и хеминепрерывностью.**

Для нелинейных операторов, заданных в банаховых пространствах, определяются используемые в дальнейшем понятия: ограниченность, непрерывность, положительность, положительная определенность, коэрцитивность, монотонность, потенциальность. На примерах демонстрируется, какие операторы обладают тем или иным свойством.

### **Тема 6. Дифференциал и производная по Гато. Дифференциал и производная по Фреше. Связь между производными Гато и Фреше. Обобщенная формула Лагранжа и неравенство Липшица.**

Для нелинейных операторов, заданных в банаховых пространствах, определяются дифференциалы и производные по Гато и Фреше. На примерах демонстрируется существование той или иной производной, показывается, что существование производной по Гато не гарантирует существование производной по Фреше. Формулируются условия, при которых из существования производной по Гато следует существование производной по Фреше.

### **Тема 7. Производная и градиент функционала. Дифференцируемость и градиент нормы. Основные свойства градиента нормы. Дифференцируемость по направлению и дифференцируемость по Шварцу.**

Для нелинейных функционалов в банаховых пространствах вводятся понятия производной и градиента. Для одного из наиболее важных функционалов в банаховом пространстве - нормы - формулируются и обосновываются условия, при которых норма будет дифференцируема по Гато или Фреше. Вводятся также такие понятия, как дифференцируемость по направлению и дифференцируемость по Шварцу.

### **Тема 8. Потенциальные и монотонные потенциальные операторы. Примеры потенциальных и монотонных потенциальных операторов. Условия, обеспечивающие монотонность потенциальных операторов.**

На занятии обсуждаются свойства потенциальности и монотонности нелинейного оператора. На конкретных примерах студентам демонстрируется, какие из операторов этими свойствами обладают. Формулируется и доказывается критерий монотонности потенциального оператора. Условия, обеспечивающие монотонность потенциальных операторов.

### **Тема 9. Условия потенциальности операторов: условия потенциальности в интегральной форме, условия потенциальности в дифференциальной форме. Сведение некоторых уравнений к эквивалентным уравнениям с потенциальными операторами.**

Занятие посвящено получению условий обеспечивающих потенциальность оператора. Получаются и обосновываются два вида условий: условия потенциальности в интегральной форме, условия потенциальности в дифференциальной форме. Обсуждается также методика, позволяющая сводить некоторые уравнения к эквивалентным уравнениям с потенциальными операторами.

### **Тема 10. Общие свойства потенциальных операторов. Усиленная непрерывность потенциальных операторов. Связь между полной и усиленной непрерывностью потенциальных операторов.**

На занятии вводится новое понятие - усиленная непрерывность операторов. При различных предположениях на исходные данные формулируются необходимые и достаточные условия, обеспечивающие усиленную непрерывность оператора. Для рефлексивного банахова пространства формулируется и доказывается критерий усиленной непрерывности.

**Тема 11. Слабая полунепрерывность и непрерывность функционалов. Критерий слабой полунепрерывности функционалов. Условия слабой полунепрерывности выпуклых функционалов. Условия слабой полунепрерывности и выпуклости дифференцируемых функционалов. Примеры слабо полунепрерывных снизу функционалов.**

На занятии дается свойства слабой полунепрерывности функционала, формулируется и доказывается критерий слабой полунепрерывности функционалов. Выводятся условия слабой полунепрерывности выпуклых функционалов и условия слабой полунепрерывности и выпуклости дифференцируемых функционалов. Приводятся примеры интересных с точки зрения приложений функционалов, обладающих этими свойствами

**Тема 12. Задача минимизации функционала: экстремальные точки функционала, обобщенная теорема Вейерштрасса. Достаточные признаки безусловного минимума. Теорема об условном экстремуме. Примеры.**

Цель задания - получить необходимые и достаточные условия однозначной разрешимости задачи минимизации функционала. При этом формулируются и доказываются теоремы Вейерштрасса, достаточные признаки безусловного минимума. Доказывается теорема об однозначной разрешимости задачи минимизации для функционала, градиент которого - монотонный оператор.

**Тема 13. Минимизирующие последовательности. Ограниченность минимизирующей последовательности. Слабая сходимость минимизирующей последовательности. О корректной постановке задачи минимизации.**

Обсуждается вопрос: всегда ли минимизирующая последовательность сходится к точке минимума функционала. Формулируются условия, обеспечивающие ограниченность и слабую сходимость минимизирующей последовательности. Вводится понятие корректности постановки задачи минимизации, главное условие которой - сильная сходимость минимизирующей последовательности.

**Тема 14. Метод наискорейшего спуска решения задачи минимизации функционала в банаховом пространстве. Теорема о сходимости метода для дифференцируемых по Гато функционалов. Теорема о сходимости метода для дважды дифференцируемых по Гато функционалов.**

Излагается идея градиентного метода - метода наискорейшего спуска. Доказываются теорема о сходимости метода для дифференцируемых по Гато функционалов и теорема о сходимости метода для дважды дифференцируемых по Гато функционалов. Приводится детализация метода для конкретных, важных с точки зрения приложений примерах.

**Тема 15. Элементы теории Соболевских пространств. Основные функциональные пространства, простейшие неравенства. Усреднение функций. Обобщенные функции.**

На занятии описывается роль пространств Соболева при исследовании задач математической физики. Вводятся используемые в дальнейшем функциональные пространства, исследуются их свойства, доказывается ряд вспомогательных, но важных с точки зрения приложений неравенств. Описывается класс обобщенных функций.

**Тема 16. Дифференцирование обобщенных функций. Обобщенные производные в смысле Соболева. Пространства Соболева. Аппроксимация гладкими функциями.**

В классе обобщенных функций вводится операция дифференцирования. Дается определение обобщенной производной. Проводится сравнение этого понятия с классическим определением производной. Дается определение пространства Соболева. Доказывается, что любой элемент пространства Соболева с любой точностью может быть приближен гладкой функцией.

**Тема 17. Следы функций из Соболевских пространств. Теоремы вложения. Эквивалентные нормировки пространств Соболева.**

Доказывается ряд вспомогательных утверждений: неравенства Фридрихса и Пуанкаре, теорема Реллиха. Вводится понятие: "След функции". Доказывается ряд теорем вложения, используемых при исследовании прикладных задач. На завершающем этапе студентам предлагается продемонстрировать полученные знания при исследовании конкретной задачи одномерной теории теплопроводности..

**5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Гуревич А. П., Корнев В. В., Хромов А. П. Сборник задач по функциональному анализу. - СПб.: Лань, 2012. - 192с. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3175](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3175)

Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: Учебное пособие / Т.А. Леонтьева, А.В. Домрина. - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 164 с.: 70x100 1/16. - (Высшее образование: Магистратура). - <http://www.znaniyum.com/catalog.php?bookinfo=377270>

Краткий курс функционального анализа: Учебное пособие. / Люстерник Л.А., Соболев В.И. 2-е изд., стер. ? Спб.: Издательство ?Лань?, 2009. ? 272 с. - ISBN 978-5-8114-0976-1 - <http://e.lanbook.com/view/book/245/>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лабораторные работы	Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины при выполнении лабораторной работы. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности,

владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

Вид работ	Методические рекомендации
самостоя- тельная работа	Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету и экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.
экзамен	При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени. Кроме материала занятий рекомендуется использовать материалы из списка рекомендованной литературы

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;

- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.04 "Прикладная математика" и магистерской программе "Методы математического моделирования".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
*Б1.В.04 Дополнительные главы прикладного функционального анализа*

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Методы математического моделирования

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

**Основная литература:**

1. Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа : учебное пособие для вузов / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2025. - 272 с. - ISBN 978-5-507-50594-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/448622> (дата обращения: 10.02.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебное пособие / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 572 с. - ISBN 978-5-9221-0266-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2206> (дата обращения: 10.02.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Леонтьева, Т. А. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: учебное пособие / Т. А. Леонтьева, А. В. Домрина - Москва: ИНФРА-М, 2018. - 164 с. - (Высшее образование: Магистратура). - ISBN 978-5-16-006429-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/917972> (дата обращения: 10.02.2025). - Режим доступа: по подписке.

**Дополнительная литература:**

1. Гуревич, А. П. Сборник задач по функциональному анализу : учебное пособие / А. П. Гуревич, В. В. Корнев, А. П. Хромов. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 192 с. - ISBN 978-5-8114-1274-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210809> (дата обращения: 10.02.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Лебедев, В. И. Функциональный анализ и вычислительная математика : учебное пособие / В. И. Лебедев. - 4-е, изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 296 с. - ISBN 5-9221-0092-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/59277> (дата обращения: 10.02.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Павлов, Е. А. Основы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Павлов. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - 88 с. - ISBN 978-5-8114-3635-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/116362> (дата обращения: 10.02.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

*Приложение 3*  
*к рабочей программе дисциплины (модуля)*  
**Б1.В.04 Дополнительные главы прикладного функционального анализа**

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Методы математического моделирования

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.