

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

 Е.А. Турилова

28 февраля 2025 г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Ряды Фурье и интегральные преобразования

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Прикладная математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. Филиппов И.Е. (кафедра прикладной математики и искусственного интеллекта, отделение прикладной математики и информатики), Igor.Filippov@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-3	Способен владеть методами математической физики и прикладной математики
ПК-6	Способность применять знания естественно-математического цикла, а также практический опыт при проведении научных исследований

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

теоретические основы метода Фурье

Должен уметь:

применять метод рядов Фурье для решения задач математической физики

Должен владеть:

навыками обоснования данного метода для решения конкретных задач

Должен демонстрировать способность и готовность:

умение использовать метод Фурье в сочетании с компьютерными технологиями

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.10.02 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.04 "Прикладная математика (Прикладная математика)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 3 курсе в 6 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 36 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 36 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 6 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Тригонометрические ряды Фурье	6	0	0	0	0	6	0	5
2.	Тема 2. Ортогональные системы.	6	0	0	0	0	6	0	5

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Самостоятельная работа
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабораторные работы, всего	Лабораторные в эл. форме	
3.	Тема 3. Сходимость тригонометрических рядов Фурье.	6	0	0	0	0	6	0	5
4.	Тема 4. Полнота тригонометрической системы. Операции с рядами Фурье.	6	0	0	0	0	6	0	5
5.	Тема 5. Метод собственных функций при решении некоторых задач математической физики.	6	0	0	0	0	4	0	5
6.	Тема 6. Уравнения с отклонением аргумента.	6	0	0	0	0	4	0	5
7.	Тема 7. Интегральные операторы Фурье	6	0	0	0	0	4	0	6
	Итого		0	0	0	0	36	0	36

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Тригонометрические ряды Фурье

Периодические функции. Гармоники.

Тригонометрические многочлены и ряды. Интегрируемость. Функциональные ряды. Основная тригонометрическая система. Гладкие и кусочно-гладкие функции. Точки разрыва. Признак сходимости ряда Фурье. Комплексная форма ряда. Функции периода $2L$. Примеры и упражнения.

Тема 2. Ортогональные системы.

Определения. Нормированные системы. Ряды Фурье по данной ортогональной системе. Функции интегрируемые с квадратом. Неравенство Буняковского. Неравенство Бесселя. Полные системы. Определение сходимости. Сходимость в среднем. Критерий полноты системы и свойства полных систем.

Примеры и упражнения.

Тема 3. Сходимость тригонометрических рядов Фурье.

Интегральная формула для частной суммы ряда Фурье. Достаточные условия для сходимости ряда Фурье в точке непрерывности и точке разрыва функции.

Сходимость рядов Фурье для функций гладких и кусочно-гладких функций. Точки разрыва. Признаки сходимости ряда Фурье, функции периода $2L$. Примеры и упражнения.

Тема 4. Полнота тригонометрической системы. Операции с рядами Фурье.

Приближение функций многочленами.

Полнота тригонометрической системы. Формула Ляпунова.

Арифметические действия с рядами Фурье.

Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.

Приближенное вычисление коэффициентов Фурье. Суммирование рядов Фурье различными способами. Примеры и упражнения.

Тема 5. Метод собственных функций при решении некоторых задач математической физики.

Ряды Фурье по собственным функциям. Обобщенное решение. Ряды Фурье обобщенных функций. Неоднородная задача. Уравнение колеблющейся струны. Свободные колебания струны. Вынужденные колебания струны. Свободные и вынужденные колебания стержня. Уравнение распространения тепла в стержне. Распространение тепла в круглом цилиндре.

Тема 6. Уравнения с отклонением аргумента.

Некоторые задачи описываемые уравнениями с линейным отклонением аргумента. Периодические решения уравнений с линейным отклонением аргумента. Теоремы существования и единственности в различных классах периодических решений. Построение периодических решений в виде рядов Фурье для различных уравнений с линейным отклонением аргумента. Примеры и упражнения.

Тема 7. Интегральные операторы Фурье

Интегральные операторы Фурье.
Метод Фурье. Метод разделения переменных.
Интегральный оператор Вольтера. Интегральные операторы Фредгольма.
Интегральные операторы первого рода.
Интегральные операторы второго рода.
Интегральный оператор Коши.
Сопряженные интегральные операторы и уравнения
Примеры и упражнения.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Ряды Фурье - http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_mathematics/5979/ФУРЬЕ

Teams -

<https://teams.microsoft.com/l/channel/19%3a8c33a8d36f3a43d6b3225706fa05518b%40thread.tacv2/%25D0%259E%25D0%25B1%25D>

Teams -

<https://teams.microsoft.com/l/channel/19%3a8c33a8d36f3a43d6b3225706fa05518b%40thread.tacv2/%25D0%25E%25D0%25B1%25D>

Конспект лекций по математическому анализу - http://old.kpfu.ru/infres/sherstnev/k_5New.pdf

Практикум по высшей математике - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4403

Теория функций вещественного переменного - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284

Элементы теории функций и функционального анализа - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лабораторные работы	При выполнении лабораторных работ необходимо использовать теоретический материал, делать ссылки на соответствующие теоремы, свойства, формулы и пр. Решение задач излагается подробно и содержит необходимые пояснительные ссылки. Текущие задания на лабораторные работы выдаются каждую неделю на практическом занятии. Индивидуальные домашние задания выдаются на практических занятиях в начале изучения соответствующих тем. Реализация данной дисциплины предполагает как очное, так и дистанционное форму обучения.
самостоятельная работа	Изучение данного курса предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов над теоретическим материалом, текстами рекомендованных учебников и учебных пособий; развитие навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса. Студентам следует стремиться к активизации знаний на занятиях по другим естественно-научным дисциплинам, связанным с данным курсом. Основной целью самостоятельных занятий по данному курсу является углубленное изучение основных принципов построения приближенных схем, которые используются при аппроксимации граничных задач для дифференциальных уравнений и интегральных уравнений. При подготовке к каждому занятию необходимо обратиться к учебному пособию. Необходимо также изучить литературу и интернет-источники по данной теме, чтобы уточнить определения, формулировки основных результатов, найти аналоги решаемым задачам и выполняемым упражнениям. При работе с примерами необходимо стремиться не только к узнаванию алгоритма решения каждой конкретной задачи, но и к пониманию цели его употребления в данном контексте, функциональной нагрузки, которой данный пример обладает. Самостоятельная работа по изучению курса предполагает внеаудиторную работу. Этапы выполнения самостоятельных работ: 1. Просмотр учебного пособия и рекомендуемой литературы по теме задания. 2. Составление резюме прочитанной главы соответствующего раздела рекомендуемого теоретического источника или учебника. 3. Выполнение заданий по теме и их комментирование. Реализация данной дисциплины предполагает как очное, так и дистанционное форму обучения.
экзамен	При подготовке к экзамену обучающемуся рекомендуется составить план процесса подготовки, включающей изучение, повторение, систематизацию, логическую обработку материала, анализ полученной информацией с выявлением возможных следствий и неявных свойств объектов, составлением списка возможных дополнительных вопросов и заданий, подготовку к выполнению практических задач по темам дисциплины. Реализация данной дисциплины предполагает как очное, так и дистанционное форму обучения.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки "Прикладная математика".

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.10.02 Ряды Фурье и интегральные преобразования

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Прикладная математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Основная литература:

1. Дубровин, В. Т. Лекции по математическому анализу : учебное пособие / В. Т. Дубровин. - Казань : КФУ, [б. г.]. - Часть 3 - 2014. - 166 с. - ISBN 978-5-00019-165-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/72861> (дата обращения: 18.01.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебное пособие / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 572 с. - ISBN 978-5-9221-0266-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2206> (дата обращения: 18.01.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Дюженкова, Л. И. Практикум по высшей математике : учебное пособие / Л. И. Дюженкова, О. Ю. Дюженкова, Г. А. Михалин. - 5-е изд. (эл.). - Москва : Лаборатория знаний, 2024 - Часть 1 - 2024. - 471 с. - ISBN 978-5-93208-886-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/387608> (дата обращения: 18.01.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Треногин, В. А. Функциональный анализ : учебник / В. А. Треногин. - 4-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 488 с. - ISBN 978-5-9221-0804-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. URL: <https://e.lanbook.com/book/59471> (дата обращения: 18.01.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 1 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2025. - 448 с. - ISBN 978-5-507-50709-2. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/458390> (дата обращения: 18.01.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Сидоров, А. М. Несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметра : учебное пособие / А. М. Сидоров. - Казань : КФУ, 2015. - 104 с. - ISBN 978-5-00019-458-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/72824> (дата обращения: 18.01.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.10.02 Ряды Фурье и интегральные преобразования

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Прикладная математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.