

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



*подписано электронно-цифровой подписью*

## **Программа дисциплины**

Математические модели гибели-размножения

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Прикладная математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): Мокейчев В.С. ; доцент, к.н. Рунг Е.В. (кафедра прикладной математики и искусственного интеллекта, отделение прикладной математики и информатики), Elena.Rung@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-3	Способен владеть методами математической физики и прикладной математики
ПК-4	Способен применять методы и принципы построения физических и математических моделей, их применимости к конкретным процессам и явлениям

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные приемы математического моделирования

Должен уметь:

строить математические модели реальных процессов

Должен владеть:

методами, позволяющими делать практические выводы

на основе анализа математических моделей

Должен демонстрировать способность и готовность:

навыки самостоятельной работы

в области математического моделирования

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.08.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.04 "Прикладная математика (Прикладная математика)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 3 курсе в 6 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 36 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 36 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 6 семестре.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тель-ная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Детерминированные процессы	6	0	0	0	0	4	0	6
2.	Тема 2. Динамика полуизолированной популяции	6	0	0	0	0	4	0	4
3.	Тема 3. Модель жертва -хищник	6	0	0	0	0	4	0	4
4.	Тема 4. Использование теории устойчивости Ляпунова	6	0	0	0	0	4	0	4
5.	Тема 5. Недетерминированные процессы	6	0	0	0	0	4	0	8
6.	Тема 6. Явление взрыва, отсутствие взрыва в случае конечного числа состояний	6	0	0	0	0	4	0	6
7.	Тема 7. Условия стабилизации	6	0	0	0	0	4	0	2
8.	Тема 8. Характеристики процессов и их вычисления	6	0	0	0	0	4	0	2
9.	Тема 9. Разработка конкретных примеров из науки и техники	6	0	0	0	0	4	0	0
	Итого		0	0	0	0	36	0	36

##### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

###### Тема 1. Детерминированные процессы

Построение математической модели роста биомассы, определение коэффициентов в математической модели по заданным значениям высоты растения, выбор моментов времени, когда следует произвести замеры высот, исследовать случаи, когда моменты измерений моменты измерений различаются в два раза, в три раза.

###### Тема 2. Динамика полуизолированной популяции

Изучение математических уравнений динамики полуизолированной популяции

Разработка математической модели  $n$ -мерной популяции (  $n$  различных видов конкурирующих за пищу, запасы которой ограничены). Условия вымирания всех видов, кроме одного. Стабилизация численности выживаемого вида. Задачи управления и наблюдения.

###### Тема 3. Модель жертва -хищник

Построение математической модели жертва -хищник Построение математической модели с использованием предположений: на численность каждого вида влияют естественных факторы рождения и смертности, а также фактор умерщвления жертвы хищником при встрече. Исследование математической модели. Задачи управления и наблюдения.

###### Тема 4. Использование теории устойчивости Ляпунова

Изучение теории устойчивости Ляпунова и методов ее применения в математическом моделировании. Теория устойчивости по первому приближению - теория устойчивости па Ляпунову. Исследование на устойчивость равновесного состояния в математической модели динамики биоценоза с учётом внутри видовой конкуренции.

###### Тема 5. Недетерминированные процессы

Вывод уравнений, описывающих процессы гибели- размножения. Ожидаемы состояния процесса, все возможные состояния процесс. Определение процессов гибели - размножение ( два равносильных определения процесса гибели - размножения). Примеры процессов гибели - размножения. Вычисление параметров.

#### **Тема 6. Явление взрыва, отсутствие взрыва в случае конечного числа состояний**

Построение математической модели процесса гибели - размножения в случае, когда все ожидаемые состояния процесса являются и всеми возможными состояниями. Понятие взрыва, отсутствие взрыва в случае конечного количества состояний процесса. Примеры процессов. у которых - конечное множество состояний.

#### **Тема 7. Условия стабилизации**

Вывод условий стабилизации. Переход процесса гибели - размножения в равновесное состояние. Понятие стабилизации процесса гибели - размножения В случае стабилизации процесс переходит в равновесное состояние. Виды равновесных состояний ( изолированное, асимптотически устойчивое, свех неустойчивое).

#### **Тема 8. Характеристики процессов и их вычисления**

Изучение методов вычисления характеристик процесса. Вычисление средних состояний процессов гибели - размножения, наиболее вероятного состояния процессе гибели - размножения, и других характеристик. Вычисление характеристик некоторых конкретных процессов гибели - размножения. Объяснение наличия взрыва.

#### **Тема 9. Разработка конкретных примеров из науки и техники**

Практические приложения математической модели хищник-жертва Краткая история возникновения процессов гибели - размножения. Системы обслуживания с неограниченной очередью ( математические модели потока поступающих на обслуживание заявок и потока обслуженных заявок) Системы с дублированиями, вычисления их характеристик

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Концепции современного естествознания: Учебное пособие - <http://znanium.com/bookread.php?book=193697>

Математические модели - <http://www.intuit.ru/department/calculate/intromathmodel/>

Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений - [http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_120\\_000443.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_000443.pdf)

Основы информатизации и математического моделирования - <http://znanium.com/bookread.php?book=184099>

Основы информатизации и математического моделирования экологических систем - <http://znanium.com/bookread.php?book=184099>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лабораторные работы	При выполнении лабораторных работ необходимо использовать теоретический материал, делать ссылки на соответствующие теоремы, свойства, формулы и пр. Решение задач излагается подробно и содержит необходимые пояснительные ссылки. Текущие задания на лабораторные работы выдаются каждую неделю на практическом занятии. Индивидуальные домашние задания выдаются на практических занятиях в начале изучения соответствующих тем.
самостоятельная работа	Изучение данного курса предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов над теоретическим материалом, текстами рекомендованных учебников и учебных пособий; развитие навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса. Студентам следует стремиться к активизации знаний на занятиях по другим естественно-научным дисциплинам, связанным с данным курсом. Основной целью самостоятельных занятий по данному курсу является углубленное изучение основных принципов построения приближенных схем, которые используются при аппроксимации граничных задач для дифференциальных уравнений и интегральных уравнений. При подготовке к каждому занятию необходимо обратиться к учебному пособию. Необходимо также изучить литературу и интернет-источники по данной теме, чтобы уточнить определения, формулировки основных результатов, найти аналоги решаемым задачам и выполняемым упражнениям. При работе с примерами необходимо стремиться не только к узнаванию алгоритма решения каждой конкретной задачи, но и к пониманию цели его употребления в данном контексте, функциональной нагрузки, которой данный пример обладает. Самостоятельная работа по изучению курса предполагает внеаудиторную работу. Этапы выполнения самостоятельных работ: 1. Просмотр учебного пособия и рекомендуемой литературы по теме задания. 2. Составление резюме прочитанной главы соответствующего раздела рекомендуемого теоретического источника или учебника. 3. Выполнение заданий по теме и их комментирование.



Вид работ	Методические рекомендации
зачет	При подготовке к зачету обучающемуся рекомендуется составить план процесса подготовки, включающей изучение, повторение, систематизацию, логическую обработку материала, анализ полученной информации с выявлением возможных следствий и неявных свойств объектов, составлением списка возможных дополнительных вопросов и заданий, подготовку к выполнению практических задач по темам дисциплины.

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки "Прикладная математика".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
*Б1.В.ДВ.08.01 Математические модели гибели-размножения*

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Прикладная математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

**Основная литература:**

- 1.Скоринкин, А.И. Математическое моделирование биологических процессов: учебное пособие / А.И. Скоринкин. - Казань: Казанский университет, 2015. - 86 с. - Текст: электронный. - URL: [https://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/22207/06\\_44\\_001048.pdf](https://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/22207/06_44_001048.pdf) (дата обращения: 18.01.2025). - Режим доступа: открытый.
2. Бутусов, О. Б. Основы информатизации и математического моделирования экологических систем : учебное пособие / О.Б. Бутусов, В.П. Мешалкин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ИНФРА-М, 2024. - 374 с. - (Высшее образование). - DOI 10.12737/1477254. - ISBN 978-5-16-016994-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1477254> (дата обращения: 18.01.2025). - Режим доступа: по подписке.
- 3.Игнатьев, Ю.Г. Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple: [лекции для школы по математическому моделированию] / Ю. Г. Игнатьев; Казан. (Приволж.) федер. ун-т, Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского. - Казань: Казанский университет, 2014. - 297 с. - Текст: электронный. - URL: [https://dspace.kpfu.ru/xmlui/viewer?file=21419;05\\_120\\_000443.pdf&sequence=1&isAllowed=y](https://dspace.kpfu.ru/xmlui/viewer?file=21419;05_120_000443.pdf&sequence=1&isAllowed=y) (дата обращения: 18.01.2025). - Режим доступа: открытый.

**Дополнительная литература:**

- 1.Рузавин, Г. И. Концепции современного естествознания : учебник / Г. И. Рузавин. - 3-е изд., стер. - Москва : ИНФРА-М, 2023. - 271 с. - (Высшее образование). - DOI 10.12737/ 2503. - ISBN 978-5-16-018670-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2017314> (дата обращения: 18.01.2025). - Режим доступа: по подписке.
- 2.Самарский, А. А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры : монография / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 320 с. - ISBN 5-9221-0120-X. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/59285> (дата обращения: 18.01.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Братусь, А. С. Динамические системы и модели биологии / А.С. Братусь, А.С. Новожилов, А.П. Платонов. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 400 с. ISBN 978-5-9221-1192-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/397222> (дата обращения: 18.01.2025). - Режим доступа: по подписке.



*Приложение 3*  
*к рабочей программе дисциплины (модуля)*  
*Б1.В.ДВ.08.01 Математические модели гибели-размножения*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Прикладная математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows