

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины Стохастические дифференциальные уравнения

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. (доцент) Халиуллин С.Г. (Кафедра математического анализа, отделение математики), Samig.Haliullin@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные принципы исследования случайных процессов и стохастических дифференциальных уравнений.

Должен уметь:

самостоятельно и корректно решать задачи естественнонаучного содержания, корректно использовать математические методы в теории СДУ.

Должен владеть:

методами решения стохастических дифференциальных уравнений.

Должен демонстрировать способность и готовность:

- обладать теоретическими знаниями по основным разделам обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными;

- ориентироваться в применении дифференциальных уравнений в других естественно-научных дисциплинах;

- приобрести навыки решения различных типов дифференциальных уравнений.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.05.05 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Математика в цифровой экономике)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 4 курсе в 7 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 72 часа(ов), в том числе лекции - 36 часа(ов), практические занятия - 36 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 36 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Конечномерные и бесконечномерные измеримые пространства и вероятностные меры на них.	7	8	0	8	0	0	0	6
2.	Тема 2. Гильбертово пространство случайных величин.	7	4	0	4	0	0	0	6
3.	Тема 3. Ортогональные стохастические меры.	7	4	0	4	0	0	0	6
4.	Тема 4. Стохастический интеграл и стохастический дифференциал.	7	8	0	8	0	0	0	6
5.	Тема 5. Стохастические дифференциальные уравнения. Понятие решения СДУ. Методы решения СДУ.	7	6	0	6	0	0	0	6
4.2 Содержание дисциплины (модуля)									
Тема 1. Конечномерные и бесконечномерные измеримые пространства и вероятностные меры на них.									
6. Тема 6. Численное решение СДУ.									
Измеримое пространство $(R, B(R))$. Измеримое пространство $(R^n, B(R^n))$. Бесконечномерное пространство, понятие цилиндрических множеств и сигма-алгебр. Исследование структуры цилиндрических сигма-алгебр. Построение вероятностных распределений в соответствующих пространствах. Свойства соответствующих вероятностных мер.									

Тема 2. Гильбертово пространство случайных величин.

Скалярное произведение на множестве почти наверное совпадающих случайных величин. Полнота пространства относительно введенного скалярного произведения. Структура нормированного пространства. Сходимость с средним квадратическом или по норме пространства. Ортонормированные системы и условное математическое ожидание случайной величины относительно этой системы.

Тема 3. Ортогональные стохастические меры.

Понятие стохастической меры, ортогональной стохастической меры. Структурная функция ортогональной стохастической меры и ее свойства. Случайные процессы с ортогональными приращениями и их свойства. Связь ортогональных стохастических мер со случайными процессами с ортогональными приращениями. Полиномы Эрмита.

Тема 4. Стохастический интеграл и стохастический дифференциал.

Стохастический интеграл от неслучайных функций и его свойства. Стохастический интеграл от случайных функций и его свойства. Винеровский процесс. Непрерывность почти всех траекторий винеровского процесса. Нигде недифференцируемость траекторий винеровского процесса. Стохастический интеграл Ито. Стохастический дифференциал. Формула замены переменных в стохастическом дифференциале.

Тема 5. Стохастические дифференциальные уравнения. Понятие решения СДУ. Методы решения СДУ.

Непрерывные мартингалы и их основные свойства. Теорема Ито о представлении непрерывного мартингала. Теорема о существовании и единственности решения СДУ. Простейшие СДУ. Линейные однородные СДУ. Линейные неоднородные СДУ. Приведение к простейшему виду заменой переменных. Нелинейные СДУ. Уравнения типа Бернулли. Некоторые общие нелинейные уравнения.

Тема 6. Численное решение СДУ.

Понятие о сильных и слабых решениях СДУ. Численные методы решения СДУ. Метод Эйлера-Маруямы. Метод Мильнштейна (Тейлора). Метод Рунге-Кутта первого порядка. Метод Рунге-Кутта порядка 1,5. Слабый метод Тейлора второго порядка. Слабый метод Рунге-Кутта второго порядка. Реализация методов на компьютере с помощью методов Монте-Карло.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. Издательство "Лань". 2010 - <https://e.lanbook.com/book/537#authors>

Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения. Издательство "Лань". 2008. - <https://e.lanbook.com/book/126#authors>

Петрушко И.М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум. Издательство "Лань". 2008. - <https://e.lanbook.com/book/306#authors>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие суть тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля для пометок. Не следует стесняться задавать лектору вопросы, если какие-либо аспекты лекционного материала оказались непонятными.
практические занятия	Работа на практических занятиях предполагает систематическую и планомерную подготовку к занятию. После лекции следует познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы даются преподавателем в конце предыдущего практического занятия.
самостоятельная работа	САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА требует, прежде всего, изучения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования, подготовки докладов и сообщений. Важным этапом в самостоятельной работе является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки - работа с учебником. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересующих вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на семинаре. При работе с терминами необходимо обращаться к словарям, в том числе доступным в Интернете, например, на сайте http://dic.academic.ru .
зачет	При подготовке к ЗАЧЕТУ необходимо опираться, прежде всего, на лекции, а также на источники, которые разбирались на семинарах в течение семестра. Ответ на зачете предполагает полное и последовательное изложение изученного материала, а также демонстрацию способности и готовности применить полученные теоретические знания к предлагаемым практическим заданиям.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Математика в цифровой экономике".

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.05.05 Стохастические дифференциальные уравнения

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

Основная литература:

1. Бикчантаев И.А., Салехов Л.Г. Дифференциальные уравнения в обобщенных функциях: учебное пособие. - Казань: Казанский университет, 2017. - 62 с. - Текст: электронный. - URL: <http://dspace.kpfu.ru/xmlui/handle/net/116959> (дата обращения: 18.10.2019). - Режим доступа: открытый.
2. Бибииков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / Ю.Н. Бибииков. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2011. - 304 с. - ISBN 978-5-8114-1176-4.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/1542> (дата обращения: 18.10.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Треногин, В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник / В.А. Треногин. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-1063-1.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2341> (дата обращения: 18.10.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Демидович, Б.П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие / Б.П. Демидович, В.П. Моденов. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2019. - 280 с. - ISBN 978-5-8114-4099-3.- Текст : электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/115196> (дата обращения: 18.10.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Методические разработки курса лекций уравнения математической физики (анализ и синтез Фурье) [Текст: электронный ресурс] / Казан. гос. ун-т, Мех.-мат. фак. ; [сост.: доц. Салехов Л.Г., Бикчантаев И.А.] . - Электронные данные (1 файл: 0,3 Мб). - (Казань: Казанский федеральный университет, 2014). - Загл. с экрана. - Режим доступа: открытый. Оригинал копии: Методические разработки курса лекций уравнения математической физики (анализ и синтез Фурье) / ; Казан. гос. ун-т, мех.-мат. фак., Каф. дифференц. уравнений; Сост.: Л.Г.Салехов, И.А.Бикчантаев. - Казань, 1999 . - 34 с. URL:<http://libweb.kpfu.ru/ebooks/publicat/0718391.pdf> (дата обращения: 18.10.2019)
2. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: учебное пособие / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов, Т.А. Уразгильдина. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 432 с. - ISBN 5-9221-0628-7.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/59405> (дата обращения: 18.10.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Арнольд, В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник / В.И. Арнольд. - Москва: МЦНМО, 2012. - 341 с. - ISBN 978-5-4439-2007-8.- Текст: электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/56392> (дата обращения: 18.10.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Тихонов, А.Н. Дифференциальные уравнения : учебник / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 256 с. - ISBN 978-5-9221-0277-3.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/48171> (дата обращения: 18.10.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.05.05 Стохастические дифференциальные уравнения

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.