

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Случайные процессы

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. (доцент) Халиуллин С.Г. (Кафедра математического анализа, отделение математики), Samig.Haliullin@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-2	Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

определения и свойства основных объектов изучения теории вероятностей, а также формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательств, возможные сферы приложений.

Должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории вероятностей, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям, доказывать как известные утверждения, так и родственные им новые.

Должен владеть:

разнообразным математическим аппаратом, подбирая сочетания различных методов, для описания и анализа вероятностных моделей.

Должен демонстрировать способность и готовность:

вычислять интегралы, преобразовывать меру, дифференцировать, вычислять суммы рядов

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.10.02 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Математика в цифровой экономике)" и относится к обязательной части ОПОП ВО.

Осваивается на 3 курсе в 6 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 46 часа(ов), в том числе лекции - 30 часа(ов), практические занятия - 16 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 62 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 6 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Определение случайного процесса. Распределение процесса.	6	4	0	2	0	0	0	8

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
2.	Тема 2. Одномерное случайное блуждание.	6	6	0	2	0	0	0	10
3.	Тема 3. Мартингалы.	6	10	0	4	0	0	0	16
4.	Тема 4. Цепи Маркова.	6	6	0	4	0	0	0	12
5.	Тема 5. Пуассоновский процесс.	6	2	0	2	0	0	0	8
6.	Тема 6. Виннеровский процесс.	6	2	0	2	0	0	0	8
	Итого		30	0	16	0	0	0	62

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Определение случайного процесса. Распределение процесса.

Определение случайного процесса. Совместные распределения, среднее и ковариационная функция процесса. Цилиндрические множества, сигма-алгебра цилиндрических множеств. Конечномерные распределения процесса. Согласованность конечномерных распределений процесса. Теорема Колмогорова о распределении процесса.

Тема 2. Одномерное случайное блуждание.

Одномерное симметричное случайное блуждание. Задача о пьяном гуляке и принцип отражения. Теорема о баллотировке. Марковское свойство случайного блуждания. Задача о разорении. Задача о возвращении случайного блуждания в начало. Задача о первом возвращении случайного блуждания в начало. Закон арксинуса.

Тема 3. Мартингалы.

Конечные мартингалы - определение, свойства, примеры. Мартингалное доказательство теоремы о баллотировке. Заряды: определение и примеры применения. Теоремы Хана и Радона - Никодима. Понятие об условном математическом ожидании. Условная вероятность относительно сигма-алгебры. Общее определение мартингалов. Примеры. Теорема Дуба о почти наверное сходимости мартингала. Задача об оптимальном моменте остановки. Применение: задача о разборчивой невесте. Применения теории мартингалов в финансовой математике для задачи расчета опционов.

Тема 4. Цепи Маркова.

Цепи Маркова: определение, представление и примеры применения. Однородные марковские цепи. Уравнения Колмогорова-Чепмена (прямое и обратное). Эргодические марковские цепи. Эргодическая теорема марковской цепи. Примеры применения марковских цепей в теории безопасности информации и кодирования. Процессы гибели и размножения : определение и примеры применения.

Тема 5. Пуассоновский процесс.

Стандартный пуассоновский процесс, примеры. Распределение пуассоновского процесса. Задание пуассоновского процесса при помощи системы аксиом. Согласованность двух подходов в определении пуассоновского процесса. Ковариационная функция пуассоновского процесса. Совместные распределения процесса. Парадоксы пуассоновского процесса.

Тема 6. Виннеровский процесс.

Аксиомы винеровского процесса. Одномерные распределения винеровского процесса. Конечномерные распределения процесса, гауссовское ядро. Согласованность совместных распределений. Непрерывность траекторий винеровского процесса. Нигде недифференцируемость траекторий винеровского процесса. Оценка параметров процесса Винера.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Pierre-Andre Cornillon, Eric Matzner-Lober. Regression. Theorie et applications. Statistiques et probabilités appliquees - <http://www.springerlink.com/>

Achim Klenke. Probability Theory. A Comprehensive Course. Universitext. - <http://www.springerlink.com/>

Allan Gut Probability. A Graduate Course. Springer Texts in Statistics - <http://www.springerlink.com/>

Friedrich Liese, ? Klaus-J. Miescke. Statistical Decision Theory. Estimation, Testing, and Selection. Springer Series in Statistics. - <http://www.springerlink.com/>

Jun Shao. Mathematical Statistics: Exercises and Solutions. Springer. Springer Texts in Statistics - <http://www.springerlink.com/>

Krishna B. Athreya, Soumendra N. Lahiri. Measure Theory and Probability Theory. Springer Texts in Statistics - <http://www.springerlink.com/>

L.V. Korolov, Ya.G.Sinai. Theory of Probability and Random Processes. Springer. Universitext. - <http://www.springerlink.com/>

R. Bhattacharya, E.C. Waymire. A Basic Course in Probability theory. Springer. Universitext. - <http://www.springerlink.com/>
 Uwe Ligges. Programmieren mit R. Statistik und ihre Anwendungen. - <http://www.springerlink.com/>
 Д.Х. Муштари. Вероятность, математическая статистика, случайные процессы. Электронное учебное пособие. Site KGU:
 - <http://www.kpfu.ru>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Вести конспект лекций. Лекции ведутся в отдельной общей тетради, рекомендуется оставлять место для заметок, например в виде полей. Знание основного материала предыдущих лекция, включая знание основных определений и ключевых теорем. Рекомендуется выделять в тексте ключевые слова, определения, леммы и теоремы.
практические занятия	В ходе подготовки к практическим занятиям изучить основную литературу, лекции. Внимательно слушать и конспектировать базовые примеры, разбираемые преподавателем. Задавать уточняющие вопросы в ходе решения базовых задач преподавателем. При решении домашних заданий периодически возвращаться к разобранным на практических занятиях задачам. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы
самостоятельная работа	Самостоятельная работа ведется в той же тетради, что и практические занятия. Самостоятельная работа - это отдельный блок который выделяется заголовком, например, "Домашние задание". Рекомендуется прорабатывать материал непосредственно после практический занятий. При решение задач и примеров рекомендуется их выполнение по образцу из практического занятия
зачет	Подготовка к экзамену или зачету ведется на основе курса лекций или рекомендованной литературы. Необходимо знание и понимание всех понятий, определений, утверждений, лемм и теорем. Необходимо умение формулировать теоремы в форме непротиворечивых логических конструкций. Желательной уметь строить и приводить примеры к соответствующим определениям и утверждениям. Необходимо знание доказательства теорем и остальных утверждений.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Математика в цифровой экономике".

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

Основная литература:

1. Свешников, А. А. Прикладные методы теории вероятностей : учебник / А. А. Свешников. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 480 с. - ISBN 978-5-8114-1219-8. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210821> (дата обращения: 23.03.2022).- Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Бородин, А. Н. Случайные процессы : учебное пособие / А. Н. Бородин. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 640 с. - ISBN 978-5-8114-1526-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/211268> (дата обращения: 23.03.2022).- Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Коралов, Л. Б. Теория вероятностей и случайные процессы / Л. Б. Коралов, Я. Г. Синай ; под редакцией Б. М. Гуревича ; перевод с английского Э. В. Переходцевой. - Москва : МЦНМО, 2014. - 408 с. - ISBN 978-5-4439-2073-3. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/71821> (дата обращения: 23.03.2022).- Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Свешников, А. А. Прикладные методы теории случайных функций : учебное пособие / А. А. Свешников. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 464 с. - ISBN 978-5-8114-1168-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210539> (дата обращения: 23.03.2022).- Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Свешников, А. А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций : учебное пособие / А. А. Свешников. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 448 с. - ISBN 978-5-8114-0708-8. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/211169> (дата обращения: 23.03.2022).- Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Ширяев, А. Н. Вероятность : учебное пособие : в 2 книгах / А. Н. Ширяев. - 7-е изд., стер. - Москва : МЦНМО, 2021 - Книга 1 : Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы - 2021. - 552 с. - ISBN 978-5-4439-3557-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/267719> (дата обращения: 23.03.2022). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Ширяев, А. Н. Вероятность : учебное пособие : в 2 книгах / А. Н. Ширяев. - 7-е изд., стер. - Москва : МЦНМО, 2021 - Книга 2 : Суммы и последовательности случайных величин --стационарные, мартингалы, марковские цепи - 2021. - 416 с. - ISBN 978-5-4439-3558-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/267722> (дата обращения: 23.03.2022). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.