

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
\_\_\_\_\_ Турилова Е.А.  
"\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Асимптотические методы решения задач механики

Направление подготовки: 01.04.03 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Механика деформируемого твердого тела

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, д.н. (доцент) Нуриев А.Н. (Кафедра аэрогидромеханики, отделение механики), Artem.Nuriev@kpfu.ru ; Егоров Андрей Геннадьевич

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

приобрести навыки использования асимптотических методов в задачах механики.

Должен уметь:

приобрести навыки использования асимптотических методов в задачах механики.

Должен владеть:

ориентироваться в особенностях применения общих методов асимптотического анализа к исследованию конкретных задач механики,

Должен демонстрировать способность и готовность:

обладать теоретическими знаниями об общих методах асимптотического анализа интегралов, обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.03.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.03 "Механика и математическое моделирование (Механика деформируемого твердого тела)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 32 часа(ов), в том числе лекции - 16 часа(ов), практические занятия - 16 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 40 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 3 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Введение в асимптотические методы на примере алгебраических уравнений.	3	2	0	2	0	0	0	4
2.	Тема 2. Сходимость и асимптотичность.	3	2	0	2	0	0	0	4
3.	Тема 3. Асимптотическое исследование интегралов.	3	1	0	2	0	0	0	4

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
4.	Тема 4. Регулярные возмущения в уравнениях с частными производными.	3	1	0	1	0	0	0	4
5.	Тема 5. Метод сращивания асимптотических разложений на примере модельной задачи конвекции-диффузии с преобладанием конвекции.	3	2	0	1	0	0	0	4
6.	Тема 6. Специфика сращивания асимптотических разложений в задачах гидромеханики с неограниченными областями.	3	2	0	1	0	0	0	4
7.	Тема 7. Последовательность вложенных пограничных слоев на примере задачи о динамическом гистерезисе.	3	2	0	1	0	0	0	3
8.	Тема 8. Метод растянутых координат	3	1	0	1	0	0	0	4
9.	Тема 9. Метод многих масштабов.	3	1	0	1	0	0	0	4
10.	Тема 10. Метод гомогенизации анализа уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами.	3	1	0	2	0	0	0	3
11.	Тема 11. ВКБ-метод асимптотического анализа.	3	1	0	2	0	0	0	2
	Итого		16	0	16	0	0	0	40

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Введение в асимптотические методы на примере алгебраических уравнений.

лекционное занятие:

Основные методы построения асимптотических решений : метод итераций и метод асимптотических разложений. Регулярно и сингулярно возмущенные задачи. Идея перенормировки.

практическое занятие:

Асимптотический анализ алгебраических уравнений Алгоритм нахождения полезных перенормировок.

##### Тема 2. Сходимость и асимптотичность.

лекционное занятие:

Сходимость и асимптотичность. Понятия асимптотической последовательности, асимптотического представления, асимптотического ряда. Операции с асимптотическими рядами. Параметрическое разложение. Промежуточные переменные и области перекрытия. Принцип сращивания разложений.

практическое занятие:

Численное использование асимптотических рядов.

##### Тема 3. Асимптотическое исследование интегралов.

лекционное занятие:

Лемма Ватсона. Метод стационарной фазы. Метод перевала. Понятие о локальных и нелокальных вкладах в интеграл. Методы вычитания и расщепления при построении асимптотических представлений интегралов.

практическое занятие:

Вычисление электрической емкости тонкого тела. Вычисление электрической емкости диска.

##### Тема 4. Регулярные возмущения в уравнениях с частными производными.

Регулярные разложения. Возмущения в уравнении, граничных условиях, положении границы. Полиномы Лежандра. Задача о потенциале вокруг близкого к сфере тела. Задача о форме медленно вращающегося самогравитирующего жидкого тела и ее приложение к объяснению формы Земли. Модельная задача с возмущением в уравнении.

**Тема 5. Метод срачивания асимптотических разложений на примере модельной задачи конвекции-диффузии с преобладанием конвекции.**

лекционное занятие:

Внешнее и внутреннее разложение. Область перекрытия. Срачивание разложений. Правило Ван-Дайка. Задача конвекции-диффузии с преобладанием конвекции.

практическое занятие:

Построение равномерно пригодного асимптотического разложения. Приемы определения местоположения и толщины пограничного слоя. Применение правила Ван-Дайка.

**Тема 6. Специфика срачивания асимптотических разложений в задачах гидромеханики с неограниченными областями.**

Модельные одномерные задачи с логарифмическими особенностями. Приемы выбора асимптотических последовательностей. Обтекание сферы и цилиндра при малых числах Рейнольдса. Определение действующих на цилиндр и сферу гидродинамических сил. Парадокс Стокса. Метод Озеена. Стационарный теплообмен между цилиндром и потоком жидкости при малых числах Пекле.

**Тема 7. Последовательность вложенных пограничных слоев на примере задачи о динамическом гистерезисе.**

лекционное занятие:

Структура вложенных пограничных слоев. Приемы срачивания разложений при наличии вложенных пограничных слоев. Задача стационарного теплообмена цилиндра с обтекающим его потенциальным потоком идеальной жидкости при больших числах Пекле.

практическое занятие:

Асимптотическое решение задачи о динамическом гистерезисе

**Тема 8. Метод растянутых координат**

лекционное занятие:

Основная идея метода растянутых координат. Задача Лайтхилла. Метод Линдштедта - Пуанкаре асимптотического анализа уравнения колебаний со слабой нелинейностью.

практическое занятие:

Осциллятор Дюффинга со слабой нелинейностью. Задача о малоамплитудных волнах на мелкой воде. Вычисление времени опрокидывания волны.

**Тема 9. Метод многих масштабов.**

лекционное занятие:

Основная идея метода многих масштабов и его отличие от метода срачивания асимптотических разложений. Быстрые и медленные переменные. Осциллятор Ван-дер-Поля. Неустойчивость уравнения Матье.

практическое занятие:

Задача о параметрическом резонансе. Расчет окон параметрического резонанса.

**Тема 10. Метод гомогенизации анализа уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами.**

Построение формального асимптотического разложения. Задачи на ячейке. Эффективные характеристики среды. Вычисление эффективных коэффициентов проницаемости периодически неоднородной пористой среды. Случайно неоднородные среды. Вариационные методы построения двусторонних оценок для эффективных характеристик. 1-ая и 2-ая формулы Дыхне.

**Тема 11. ВКБ-метод асимптотического анализа.**

лекционное занятие:

ВКБ-метод асимптотического анализа. Идея и возможности метода. Формальное асимптотическое разложение. Точки поворота. Уравнение Эйри и метод перевала для его асимптотического анализа. Задача о колебаниях маятника с медленно изменяющейся со временем длиной.

практическое занятие:

Уравнение Шредингера для гармонического осциллятора.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемому результату обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

альбом течений жидкости - газа . AN ALBUM OF FLUID MOTION - -  
[www.imes.msu.ru/content/nio/VanDaik/vd\\_main.html](http://www.imes.msu.ru/content/nio/VanDaik/vd_main.html)

Георесурсы. - Научно-технический журнал - <http://www.georesources.ksu.ru>

Гидрогазодинамика: Учебное пособие / А.А. Кудинов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, -  
<http://www.znaniium.com/bookread.php?book=410288>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Студентам необходимо посещать лекции, вести конспект лекций вслед за изложением материала преподавателем. Рекомендуется прорабатывать конспект в течение дня после лекции и просматривать его вновь накануне следующей лекции. В случае обнаружения ошибок или возникновения вопросов по предыдущему материалу необходимо обратиться к преподавателю.
практические занятия	Для подготовки к практическим занятиям студенту рекомендуется предварительно прорабатывать как лекционный материал, так и материал предыдущих практических занятий. Основой для подготовки служит добросовестное выполнение домашнего задания. Для успешного решения задач первой части курса студентам рекомендуется вспомнить материал, освоенный в предыдущих семестрах в рамках базовых математических дисциплин.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов состоит из двух основных частей - проработка лекционного материала и выполнения домашних заданий. Для освоения теоретического и практического материала, в случае, когда конспектов оказывается недостаточным, или для более детальной проработки отдельных тем рекомендуется использовать литературу, указанную в соответствующем разделе. Все возникающие вопросы рекомендуется заранее четко сформулировать и впоследствии обсудить с преподавателем.
экзамен	Подготовку к экзамену рекомендуется разделить на два этапа. На первом этапе прорабатываются все экзаменационные вопросы и формулируются вопросы к преподавателю в рамках консультации по разделам, недостаточно подробно описанным в рамках лекционного курса или более трудным в освоении материала. После консультации происходит окончательная проработка и закрепление материала по всем экзаменационным вопросам.

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

### 12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:



- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.03 "Механика и математическое моделирование" и магистерской программе "Механика деформируемого твердого тела".



*Приложение 2*  
*к рабочей программе дисциплины (модуля)*  
*Б1.В.ДВ.03.01 Асимптотические методы решения задач механики*

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.04.03 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Механика деформируемого твердого тела

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

**Основная литература:**

[1] Боев Н.В. и др. Асимптотические методы в гидроакустике: учебное пособие - Москва: ЮФУ, 2020 - 160 с. - URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785927532834.html>

**Дополнительная литература:**

1. Покровский, В.В. Механика. Методы решения задач: сборник / В.В. Покровский. - 3-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2015. - 256 с. - ISBN 978-5-9963-2645-7.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/84100>
2. Темам Р. Математическое моделирование в механике сплошных сред: учебное пособие / Р. Темам, А. Миранвиль; под редакцией Г. М. Кобелькова; перевод И. О. Арушаняна. - 3-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2017. - 323 с. - ISBN 978-5-00101-494-2. - Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/94110>

*Приложение 3*  
*к рабочей программе дисциплины (модуля)*  
*Б1.В.ДВ.03.01 Асимптотические методы решения задач механики*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.03 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Механика деформируемого твердого тела

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.