

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
\_\_\_\_\_ Турилова Е.А.  
"\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Функциональный анализ

Направление подготовки: 01.03.03 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование в фундаментальных и прикладных задачах механики

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. Скворцова Г.Ш. (Кафедра математического анализа, отделение математики), galiuha@mail.ru ; Султанбеков Фоат Фаритович

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности
ОПК-2	Способен применять методы математического и алгоритмического моделирования, современный математический аппарат в научно-исследовательской и опытно-конструкторской деятельности

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные понятия и результаты по функциональному анализу ( мера и интеграл Лебега, полные метрические и нормированные пространства, принцип сжимающих отображений, ограниченные линейные операторы и функционалы в нормированных пространствах, основные принципы линейного анализа, свойства компактных операторов в гильбертовых пространствах, спектральная теорема для компактного самосопряжённого оператора, теоремы Фредгольма, производные Гато и Фреше, теорема о неявной функции, условия существования экстремумов функционалов ).

Должен уметь:

Уметь вычислять интеграл Лебега. Уметь применять принцип сжимающих отображений для доказательства существования и единственности решения функциональных уравнений, систем линейных уравнений, интегральных уравнений в основных функциональных пространствах. Уметь вычислять нормы ограниченных линейных функционалов и операторов

Уметь применять теорию операторов для исследования операторных уравнений.

Должен владеть:

методами теории меры и интеграла, линейного анализа, теории компактных операторов в гильбертовом пространстве.

Должен демонстрировать способность и готовность:

1. Знать: основные понятия и результаты по функциональному анализу ( мера и интеграл Лебега, полные метрические и нормированные пространства, принцип сжимающих отображений, ограниченные линейные операторы и функционалы в нормированных пространствах, основные принципы линейного анализа, свойства компактных операторов в гильбертовых пространствах, спектральная теорема для компактного самосопряжённого оператора, теоремы Фредгольма, производные Гато и Фреше, теорема о неявной функции, условия существования экстремумов функционалов ).
2. Уметь вычислять интеграл Лебега. Уметь применять принцип сжимающих отображений для доказательства существования и единственности решения функциональных уравнений, систем линейных уравнений, интегральных уравнений в основных функциональных пространствах. Уметь вычислять нормы ограниченных линейных функционалов и операторов
3. Владеть: методами теории меры и интеграла, линейного анализа, теории компактных операторов в гильбертовом пространстве.

**2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.18 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.03 "Механика и математическое моделирование (Математическое и компьютерное моделирование в фундаментальных и прикладных задачах механики)" и относится к обязательной части ОПОП ВО.

Осваивается на 3 курсе в 5 семестре.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 80 часа(ов), в том числе лекции - 48 часа(ов), практические занятия - 32 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 28 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 5 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Мера Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега.	5	8	0	4	0	0	0	10
2.	Тема 2. Полные метрические пространства. Компактность и предкомпактность. Принцип сжимающих отображений.	5	12	0	4	0	0	0	2
3.	Тема 3. Нормированные и банаховы пространства. Линейные операторы и функционалы. Основные принципы линейного анализа	5	10	0	6	0	0	0	9
4.	Тема 4. Ограниченные линейные операторы в гильбертовом пространстве	5	8	0	6	0	0	0	3
5.	Тема 5. Спектральная теорема для компактного самосопряженного оператора. Уравнения с компактными операторами. Теоремы Фредгольма.	5	6	0	6	0	0	0	0
6.	Тема 6. Элементы нелинейного анализа в нормированных пространствах.	5	4	0	6	0	0	0	4
	Итого		48	0	32	0	0	0	28

**4.2 Содержание дисциплины (модуля)**

**Тема 1. Мера Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега.**

Системы множеств. Полукольцо. Кольцо. Минимальное кольцо. Алгебра.

Сигма-кольцо. Сигма алгебра.(2)

Мера на полукольце. Сигма-аддитивная мера. Внешняя мера.(2)

Измеримые по Лебегу множества. Мера Лебега(2)

Измеримые функции.(2)

Различные виды сходимости. Теорема Егорова.(2)

Интеграл Лебега(2).

Предельный переход под знаком интеграла.(2)

Абсолютная непрерывность. Неравенство Чебышева. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Теорема Лузина.(2)

Заряды. Теорема Радона-Никодима. Теорема Фубини. Мера Лебега-Стилтьеса.(2)

**Тема 2. Полные метрические пространства. Компактность и предкомпактность. Принцип сжимающих отображений.**

Полные метрические пространства. Теоремы Бэра, о пополнении. Принцип вложенных шаров(2) Компактность и предкомпактность. Сепарабельность.(2) Принцип сжимающих отображений. Приложения(2)

**Тема 3. Нормированные и банаховы пространства. Линейные операторы и функционалы. Основные принципы линейного анализа**

Норма : определение и примеры. Полнота нормированного пространства: определение и примеры. Нормированные и банаховы пространства(3). Линейные операторы и функционалы.(3) Основные принципы линейного анализа(4)

**Тема 4. Ограниченные линейные операторы в гильбертовом пространстве**

Скалярное произведение в векторном пространстве. Полнота унитарного пространства.

Унитарные и гильбертовы пространства(4)

Ограниченные линейные функционалы на гильбертовом пространстве(4)

Ограниченные линейные операторы в гильбертовом пространстве(8)

**Тема 5. Спектральная теорема для компактного самосопряженного оператора. Уравнения с компактными операторами. Теоремы Фредгольма.**

Компактные операторы.

Спектральная теорема для компактного самосопряженного оператора.(8)

Уравнения с компактными операторами. Теоремы Фредгольма.(4)

**Тема 6. Элементы нелинейного анализа в нормированных пространствах.**

Дифференцирование в нормированных пространствах.

Формулы Лагранжа и Тэйлора.(2)

Понятие интеграла

.Теорема о неявной функции и некоторые ее применения.(2)

**5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

архив учебных материалов ВШЭ - [http://math.hse.ru/courses\\_math/bac3-11-fa](http://math.hse.ru/courses_math/bac3-11-fa)

кафедра математики физ. фак-та МГУ - [http://matematika.phys.msu.ru/stud\\_spec/127](http://matematika.phys.msu.ru/stud_spec/127)





## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.03 "Механика и математическое моделирование" и профилю подготовки "Математическое и компьютерное моделирование в фундаментальных и прикладных задачах механики".



Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.О.18 Функциональный анализ

### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.03 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование в фундаментальных и прикладных задачах механики

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

#### Основная литература:

1. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа: учебное пособие / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 572 с. - ISBN 978-5-9221-0266-7. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2206>
2. Шерстнев А. Н. Конспект лекций по математическому анализу [Текст: электронный ресурс] / А. Н. Шерстнев. - Изд. 5-е. - Электронные данные (1 файл: 2,66 Мб). - (Казань: Казанский государственный университет, 2009) . - Загл. с экрана. - Режим доступа: открытый. - URL:[http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-ИММ/05\\_33\\_2009\\_000165.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-ИММ/05_33_2009_000165.pdf)
3. Хелемский А.Я. Лекции по функциональному анализу: учебник / А.Я. Хелемский. - 2-е изд. - Москва: МЦНМО, 2014. - 560 с. - ISBN 978-5-4439-2043-6. - Текст: электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/56415>

#### Дополнительная литература:

1. Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа: учебное пособие / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2009. - 272 с. - ISBN 978-5-8114-0976-1. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/245>
2. Пирковский, А.Ю. Спектральная теория и функциональные исчисления для линейных операторов: учебное пособие / А.Ю. Пирковский. - Москва: МЦНМО, 2010. - 176 с. - ISBN 978-5-94057-573-3. - Текст: электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9384>

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.О.18 Функциональный анализ

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.03 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование в фундаментальных и прикладных задачах механики

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.