

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт физики



**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
\_\_\_\_\_ Турилова Е.А.  
"\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Линейная алгебра

Направление подготовки: 03.03.02 - Физика  
Профиль подготовки: Физика квантовых систем и квантовые технологии  
Квалификация выпускника: бакалавр  
Форма обучения: очное  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2024

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): заведующий кафедрой, д.н. (доцент) Сушков С.В. (Кафедра теории относительности и гравитации, Отделение физики), Sergey.Sushkov@kpfu.ru ; Егоров Анатолий Иванович

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

теорию линейных пространств и линейных операторов;  
 теорию линейных, билинейных, квадратичных, полуторалинейных и эрмитовых форм;  
 теорию самосопряженных, изометрических, унитарных и эрмитовых операторов в евклидовых и унитарных пространствах.

Должен уметь:

определять, является ли указанное множество при заданных операциях сложения элементов и умножения на число линейным пространством;  
 определять размерность линейного пространства и его базис;  
 находить размерность и базис линейного подпространства, суммы и пересечения линейных подпространств;  
 выполнять действия с матрицами (умножение на число, сложение, умножение, нахождение обратной матрицы);  
 находить в заданном базисе матрицы линейной формы, линейного оператора, билинейной, квадратичной форм, координаты вектора;  
 находить собственные векторы и собственные значения линейных операторов;  
 осуществлять преобразования координат вектора, матриц линейного оператора, линейной формы, билинейной формы при переходе к новому базису;  
 приводить квадратичные формы к каноническому виду;  
 применять процесс ортогонализации и нормирования к произвольной системе векторов;  
 ортогональными преобразованиями приводить уравнения поверхностей (кривых) второго порядка к каноническому виду в трехмерном (двумерном) собственно евклидовом пространстве.

Должен владеть:

навыками вычислений, необходимыми для решения задач п. 3.2.

Должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания при решении конкретных учебных и исследовательских задач задач.

**2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.08 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 03.03.02 "Физика (Физика квантовых систем и квантовые технологии)" и относится к обязательной части ОПОП ВО.

Осваивается на 1 курсе в 2 семестре.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 79 часа(ов), в том числе лекции - 24 часа(ов), практические занятия - 54 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 11 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 18 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен во 2 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Линейные пространства. Линейные операторы, линейные, билинейные, квадратичные формы и операции с ними.	2	12	0	30	0	0	0	6
2.	Тема 2. Аффинные и евклидовы пространства. Линейные операторы, билинейные и квадратичные формы в собственно евклидовых пространствах.	2	10	0	24	0	0	0	5
3.	Тема 3. Линейные комплексные и унитарные пространства. Эрмитовы, симметричные эрмитово-квадратичные формы, эрмитовы и унитарные операторы.	2	2	0	0	0	0	0	0
	Итого		24	0	54	0	0	0	11

**4.2 Содержание дисциплины (модуля)**

**Тема 1. Линейные пространства. Линейные операторы, линейные, билинейные, квадратичные формы и операции с ними.**

Линейное пространство. Базис и размерность. Подпространства линейного пространства. Теоремы о пополнении базиса, о пересечении и сумме подпространств.

Линейные отображения, матрица линейного отображения. Линейное пространство линейных отображений.

Композиция линейных отображений и умножение матриц. Обратная матрица. Образ и ядро линейного отображения.

Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Преобразование базиса и матрицы оператора, инварианты.

Линейные формы и сопряженное линейное пространство. Билинейные формы. Преобразование матрицы билинейной формы при изменении базиса и ее инварианты. Симметричные и антисимметричные билинейные формы.

Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Теорема инерции квадратичных форм. Положительно определенные квадратичные формы.

**Тема 2. Аффинные и евклидовы пространства. Линейные операторы, билинейные и квадратичные формы в собственно евклидовых пространствах.**

Аффинные, собственно евклидовы и псевдоевклидовы пространства. Изометрический, сопряженный и самосопряженный операторы. Применение теории самосопряженных операторов к симметричным билинейным квадратичным формам

Ортогонализация систем векторов. Теорема о диагональном виде матрицы самосопряженного оператора.

Приведение в  $E_n$  общего уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду. Классификация поверхностей второго порядка. невырожденные центральные и нецентральные поверхности. Цилиндры. Классификация кривых второго порядка в  $E_2$  и поверхностей второго порядка в  $E_3$ .

**Тема 3. Линейные комплексные и унитарные пространства. Эрмитовы, симметричные эрмитовы, симметричные эрмитово-квадратичные формы, эрмитовы и унитарные операторы.**

Эрмитовы, симметричные эрмитовы, эрмитово-квадратичные и симметричные эрмитово-квадратичные формы в комплексном линейном пространстве. Унитарное  $n$ -мерное пространство. Унитарные и эрмитовы операторы. Свойства собственных значений и собственных векторов эрмитовых операторов. Основная теорема о существовании канонического ортонормированного базиса для эрмитового оператора.

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемому результату обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

**8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Кафедра теории относительности и гравитации, сайт кафедры - <http://old.kpfu.ru/f6/k6/index.php?id=1>  
 Кафедра теории относительности и гравитации, сайт кафедры - <http://toig-kazan.narod.ru/education.htm>  
 Методические пособия Института физики Подробности: [http://kpfu.ru/main\\_page?p\\_sub=12974](http://kpfu.ru/main_page?p_sub=12974) Любое использование материалов допускается только при наличии гиперссылки на портал КФУ ([kpfu.ru](http://kpfu.ru)) - [http://kpfu.ru/main\\_page?p\\_sub=12974](http://kpfu.ru/main_page?p_sub=12974)  
 Учебно-образовательная физико-математическая библиотека - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm>  
 ЭБС - <http://www.knigafund.ru/>

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Необходимым требованием для освоения дисциплины является посещение лекций. В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки. В случае возникновения вопросов обращаться за консультациями к преподавателю. В ходе изучения дисциплины мало ограничиваться лекциями, рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой.
практические занятия	Главное назначение практических занятий - более тесное общение преподавателя со студентами на темы определённые преподавателем заранее. При подготовке требуется попытаться выполнить все домашние задания и попытаться наиболее чётко сформулировать непонятные и проблемные этапы возникшие при этом. Непосредственно на занятии нужно обсудить возникшие вопросы с преподавателем.
самостоятельная работа	После каждой лекции студенту следует внимательно прочитать и разобрать конспект. Понять все математические выкладки и лежащие в их основе физические положения и допущения; воспроизвести все выкладки самостоятельно, не глядя в конспект. Выполнить или доделать выкладки, которые лектор предписал сделать самостоятельно (если таковые имеются). Если лектор предписал разобрать часть материала более подробно самостоятельно по доступным письменным или электронным источникам, то необходимо своевременно это сделать. При возникновении каких-либо трудностей с пониманием материала рекомендуется попросить помощи у своих одногруппников или сокурсников. Также можно обратиться за помощью к лектору. Самостоятельное изучение части материала. Если часть учебного материала отведена на самостоятельное изучение, то необходимо приступить к этому незамедлительно после указания преподавателя и освоить материал в отведенные им сроки. Материал следует изучить по доступным письменным и электронным источникам, о которых сообщит преподаватель.
экзамен	У каждого студента на руках должен быть полный список вопросов для экзамена. Их можно тщательно изучить и разбить на несколько групп по уровню ваших знаний. Необходимо иметь конспекты всех лекций и практических занятий. На экзамене будут предложены задачи аналогичные разбираемым на практических занятиях.  Не стоит избегать посещения консультации - на ней можно уточнить у преподавателя все, что осталось непонятым.

**10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

**11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 03.03.02 "Физика" и профилю подготовки "Физика квантовых систем и квантовые технологии".

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 03.03.02 - Физика

Профиль подготовки: Физика квантовых систем и квантовые технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

**Основная литература:**

1. Ильин, В.А. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учеб. / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2009. 224 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2179>. ? Загл. с экрана.
2. Ильин, В.А. Линейная алгебра: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стер. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 280 с. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2178>
3. Линейная алгебра: Учебное пособие / Б.М. Рудык. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 318 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/460611>

**Дополнительная литература:**

1. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 544 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/438021>
2. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В. Беклемишев. - 16-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 448 с. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/112054>



**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 03.03.02 - Физика

Профиль подготовки: Физика квантовых систем и квантовые технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.