

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
\_\_\_\_\_ Турилова Е.А.  
"\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Вариационные неравенства и их приложения

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Прикладная математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): старший преподаватель, к.н. Романенко А.Д. (кафедра прикладной математики и искусственного интеллекта, отделение прикладной математики и информатики), ADRomanenko@kpfu.ru

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-3	Способен владеть методами математической физики и прикладной математики
ПК-6	Способность применять знания естественно-математического цикла, а также практический опыт при проведении научных исследований

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Задачи, приводящие к вариационным краевым задачам с ограничениями, вопросы существования решений, методы решения вариационных краевых задач с ограничениями

Должен уметь:

Использовать аппарат вариационных неравенств при описании вариационных краевых задач с ограничениями

Должен владеть:

Аппаратом нелинейного функционального анализа, выпуклого анализа, итерационными методами решения нелинейных краевых задач

Должен демонстрировать способность и готовность:

- осуществлять поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ данных, необходимых для решения поставленных задач

- применять в профессиональной деятельности знания, умения, навыки, полученные в ходе освоения дисциплины

- Демонстрировать способность решать вариационные неравенства, готовность использовать аппарат вариационных неравенств при решении вариационных краевых задач с ограничениями

**2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.12.02 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.04 "Прикладная математика (Прикладная математика)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 4 курсе в 7 семестре.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 36 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 108 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Основные понятия функционального анализа	7	0	0	6	0	0	0	20
2.	Тема 2. Основные понятия выпуклого анализа. Примеры вариационных краевых задач с ограничениями	7	0	0	6	0	0	0	24
3.	Тема 3. Двойственные методы решения задач с ограничениями. Проективные методы решения задач с ограничениями	7	0	0	8	0	0	0	24
4.	Тема 4. Конечномерные аппроксимации краевых задач с ограничениями. Итерационные процесс для отыскания решения вариационных неравенств	7	0	0	8	0	0	0	20
5.	Тема 5. Применение итерационных методов для решения задач фильтрации	7	0	0	8	0	0	0	20
	Итого		0	0	36	0	0	0	108

**4.2 Содержание дисциплины (модуля)****Тема 1. Основные понятия функционального анализа**

Основные понятия (нормированное пространство, гильбертово пространство, выпуклое множество, замкнутое множество) проекция на выпуклое замкнутое множество и эквивалентность вариационному неравенству, проекция на подпространство, свойства оператора проектирования на подпространство, теорема о представлении линейного ограниченного функционала и сопряженный оператор, основные теоремы функционального анализа

**Тема 2. Основные понятия выпуклого анализа. Примеры вариационных краевых задач с ограничениями**

Надграфик функционала, выпуклые функционалы и их свойства, производная гато, субдифференциалы, теоремы об отделимости, проксимальное отображение, задачи минимизации на выпуклом замкнутом множестве и их связь с вариационными неравенствами. Одномерные задачи минимизации на отрезке, многомерные задачи минимизации на выпуклом множестве, контактные задачи

**Тема 3. Двойственные методы решения задач с ограничениями. Проективные методы решения задач с ограничениями**

Описание методов решения задач с ограничениями, методы решения вариационных неравенств для задач с обратно сильно монотонными операторами. Связь задач с ограничениями с задачами поиска неподвижных точек, методы решения вариационных неравенств для задач с обратно сильно монотонными операторами, метод итеративной регуляризации.

**Тема 4. Конечномерные аппроксимации краевых задач с ограничениями. Итерационные процесс для отыскания решения вариационных неравенств**

Основные понятия теории разностных схем и метода конечных элементов, построение конечномерных аппроксимаций краевых задач с ограничениями и их исследование. Проекционный итерационный процесс, построенный на основе принципа итеративной регуляризации. Итерационные методы, основанные на двойственности.

**Тема 5. Применение итерационных методов для решения задач фильтрации**

Особенности использования изученных методов для задач фильтрации. Использование рассмотренных методов для построения и исследования итерационных процессов для решения стационарных задач фильтрации с предельным градиентом. Постановка задач фильтрации с предельным градиентом, обобщенная формулировка, построение конечномерных аппроксимаций, построение итерационного процесса, решение модельных задач.

**5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Официальный сайт прикладной математики для студентов и преподавателей - <http://www.exponenta.ru>

Учебники по математике - <http://mindspring.narod.ru/math/ega>

Электронные ресурсы Института ВМиИТ-ВМК - <https://kpfu.ru/computing-technology/elektronnyye-resursy-30701>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
практические занятия	При подготовке к практическим занятиям необходимо использовать теоретический материал, делать ссылки на соответствующие теоремы, свойства, формулы и пр. Решение задач излагается подробно и содержит необходимые пояснительные ссылки. Текущие задания выдаются каждую неделю на практическом занятии. Индивидуальные домашние задания выдаются на практических занятиях в начале изучения соответствующих тем.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов (СРС) - одно из основополагающих требований Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования, планируемая учебная, учебно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов над дополнительными материалами; развитие навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса. Изучение лекционного материала по конспекту лекций должно сопровождаться изучением рекомендуемой литературы, основной и дополнительной. Основной целью организации самостоятельной работы студентов является систематизация и активизация знаний, полученных ими на лекциях и в процессе подготовки к практическим занятиям
зачет	<p>Подготовка к зачету заключается в изучении и тщательной проработке студентом учебного материала дисциплины с учётом учебников ,лекционных и семинарских занятий, сгруппированном в виде контрольных вопросов.На зачет по курсу (в том числе и на итоговое тестирование) студент обязан предоставить :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–полный конспект лекций(даже в случаях разрешения свободного посещения учебных занятий );</li> <li>–полный конспект семинарских занятий;</li> <li>–реферат (рефераты) по указанной преподавателем тематике (в случае пропусков (по неуважительной или уважительной причине) в качестве отработки пропущенного материала);</li> <li>–конспекты дополнительной литературы по курсу (по желанию студента).</li> </ul> <p>На зачете по билетам студент даёт ответы на вопросы билета после предварительной подготовки. Студенту предоставляется право отвечать на вопросы билета без подготовки по его желанию.</p> <p>Преподаватель имеет право задавать дополнительные вопросы, если студент недостаточно полно осветил тематику вопроса, если затруднительно однозначно оценить ответ, если студент не может ответить на вопрос билета,если студент отсутствовал на занятиях в семестре.</p> <p>Качественной подготовкой к зачету является:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–полное знание всего учебного материала по курсу, выражающееся в строгом соответствии излагаемого студентом материалу учебника, лекций и семинарских занятий;</li> <li>–свободное оперирование материалом, выражающееся в выходе за пределы тематики конкретного вопроса с целью оптимально широкого освещения вопроса (свободным оперированием материалом не считается рассуждение на общие темы, не относящиеся к конкретно поставленному вопросу);</li> <li>–демонстрация знаний дополнительного материала;</li> <li>–чёткие правильные ответы на дополнительные вопросы, задаваемые экзаменатором с целью выяснить объём знаний студента. Неудовлетворительной подготовкой, вследствие которой студенту не зачитывается прохождение курса, является:</li> <li>–недостаточное знание всего учебного материала по курсу,выражающееся в слишком общем соответствии либо в отсутствии соответствия излагаемого студентом материалу учебника, лекций и семинарских занятий;</li> <li>–нечёткие ответы или отсутствие ответа на дополнительные вопросы, задаваемые экзаменатором с целью выяснить объём знаний студента;</li> <li>–отсутствие подготовки к зачету или отказ студента от сдачи зачета</li> </ul>

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)



Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки "Прикладная математика".

### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Прикладная математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

#### Основная литература:

1. Кудряшов, Н. А. Методы нелинейной математической физики: учебное пособие / Н.А. Кудряшов. - Долгопрудный: Интеллект, 2010. - 368 с. ISBN 978-5-91559-088-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/247670> (дата обращения: 18.01.2024). - Режим доступа: по подписке.
2. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации. Практический курс : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - Москва : Логос, 2020. - 424 с. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-540-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1212440> (дата обращения: 18.01.2024). - Режим доступа: по подписке.
3. Фонарев, А. А. Проекционные итерационные методы решения уравнений и вариационных неравенств с нелинейными операторами теории монотонных операторов: монография / А.А. Фонарёв. - Москва : ИНФРА-М, 2017. - 201 с. - (Научная мысль). - [www.dx.doi.org/10.12737/2471](http://www.dx.doi.org/10.12737/2471). - ISBN 978-5-16-101738-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/910386> (дата обращения: 18.01.2024). - Режим доступа: по подписке.

#### Дополнительная литература:

1. Лесин, В. В. Основы методов оптимизации : учебное пособие для вузов / В. В. Лесин, Ю. П. Лисовец. - 5-е изд, стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 344 с. - ISBN 978-5-507-44229-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/221324> (дата обращения: 18.01.2024). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Сухарев, А. Г. Курс методов оптимизации : учебное пособие / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 384 с. - ISBN 978-5-9221-0559-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2330> (дата обращения: 18.01.2024). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Струченков, В. И. Дискретная оптимизация. Модели, методы, алгоритмы решения прикладных задач : практическое руководство / В. И. Струченков. - Москва : СОЛОН-Пресс, 2020. - 192 с. - ISBN 978-5-91359-181-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1858772> (дата обращения: 18.01.2024). - Режим доступа: по подписке.



*Приложение 3*  
*к рабочей программе дисциплины (модуля)*  
*Б1.В.ДВ.12.02 Вариационные неравенства и их приложения*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Прикладная математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.