

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Е.А. Турилова

17 февраля 2023 г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Высшая геометрия на английском языке

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): профессор, д.н. (профессор) Шурыгин В.В. (Кафедра геометрии, отделение математики), vadim.shurygin

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий
ПК-2	Способность проводить научные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности
ПК-5	Способен преподавать физико-математические дисциплины и информатику в сфере общего образования, среднего профессионального образования, дополнительного образования, высшего образования

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

идеи дисциплины, цели и задачи предмета, его связь с другими разделами геометрии.

Должен уметь:

ориентироваться в возможностях применения методов проективной геометрии в других разделах геометрии.

Должен владеть:

теоретическими знаниями о методах, применяемых в проективной геометрии.

Должен демонстрировать способность и готовность:

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины, должны:

- понимать ее идеи, цели и задачи предмета, его связь с другими разделами геометрии.
- обладать теоретическими знаниями о методах, применяемых в проективной геометрии.
- ориентироваться в возможностях применения методов проективной геометрии в других разделах геометрии.
- приобрести навыки в решении геометрических задач методами проективной геометрии.
- приобрести навыки изложения материала проективной геометрии на английском языке.

**2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.01.03 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 02.04.01 "Математика и компьютерные науки (Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 48 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 48 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 69 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 27 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 3 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Geometry of multidimensional Euclidean spaces	3	0	0	12	0	0	0	18
2.	Тема 2. Algebraic topology I	3	0	0	12	0	0	0	17
3.	Тема 3. Plane hyperbolic geometry	3	0	0	12	0	0	0	17
4.	Тема 4. Algebraic topology II	3	0	0	12	0	0	0	17
	Итого		0	0	48	0	0	0	69

**4.2 Содержание дисциплины (модуля)**

**Тема 1. Geometry of multidimensional Euclidean spaces**

1. Euclidean space. Scalar product. Multidimensional cube  $[0,1]^n$ . Faces. Nots.
2. Multidimensional simplex  $[0,1]^n$ .  $\sum_{i=1}^{n+1} x^i=1$ ,  $x^i \geq 0$ . Spheres. Inscribed and circum\scribed spheres.
3. Regular polyhedrons. Cocube  $\sum_{i=1}^n |x^i| \leq 1$ . Classification of regular polyhedrons. Symmetry groups of regular polyhedrons. Eulers' formula.

**Тема 2. Algebraic topology I**

4. The Euler characteristic of a polyhedron. Two-dimensional manifolds. The torus. The Moebius band. The Klein bottle. The projective plane. Spheres with handles. The genus of a surface. The connected sum of two surfaces.
5. The three-dimensional sphere  $\mathbb{S}^3$ .  $\mathbb{S}^3$  as a union of two solid tori with common boundary.
6. The quaternion algebra  $\mathbb{H}$ . The imaginary space of  $\mathbb{H}$ . The vector and scalar products. The three-dimensional sphere  $\mathbb{S}^3 \subset \mathbb{H}$  as a Lie group. Actions of  $\mathbb{S}^1$  on  $\mathbb{S}^3$ . The Hopf bundle  $p: \mathbb{S}^3 \to \mathbb{S}^2$ . The special unitary group  $SU(2)$  and the isomorphism  $\mathbb{S}^3 \to SU(2)$ . The orthogonal groups  $O(3)$  and  $O(4)$  and quaternions. The ephimorphisms  $\mathbb{S}^3 \to SO(3)$  and  $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3 \to SO(4)$ .
7. The fundamental group  $\pi_1(X)$  of a topological space  $X$ . The fundamental group of the circle  $\mathbb{S}^1$ . The triviality of  $\pi_1(\mathbb{S}^n)$  for  $n > 2$ .

**Тема 3. Plane hyperbolic geometry**

8. The parallel postulate for hyperbolic geometry. The angle-sum theorem. Sacchery qudarilaterals. The defect of a triangle. The nonexistence of similar triangles in the hyperbolic geometry.
9. The properties of parallel lines. The parallel-angle  $\pi(x)$ . Pensils of lines in the hyperbolic geometry.
10. Spherical and elliptic geometries. Locally Euclidean geometries. Flat torus  $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1 \subset \mathbb{R}^4$ . The Poincar'e interpretation of the hyperbolic plane.

**Тема 4. Algebraic topology II**

11. Paths and pathwise connected topological spaces. Homotopy of continuous maps.
12. The fundamental group of the product of two topological spaces. Covering spaces. The fundamental group of a covering space.

13. Retractions. The Brouwer fixed point theorem for continuous maps  $f: D^2 \rightarrow D^2$ .
14. The degree of a continuous map  $f: S^2 \rightarrow S^2$ . The fundamental theorem of algebra.
15. Vector fields on spheres. Hair ball theorem.

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

**8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

A Concise Course in Algebraic Topology - <https://www.math.uchicago.edu/~may/CONCISE/ConciseRevised.pdf>  
 Chapter 4: The Klein programme - [https://people.maths.ox.ac.uk/hitchin/files/LectureNotes/Projective\\_geometry/Chapter\\_4\\_The\\_Klein\\_programme.pdf](https://people.maths.ox.ac.uk/hitchin/files/LectureNotes/Projective_geometry/Chapter_4_The_Klein_programme.pdf)  
 Regular Polyhedra - <https://brilliant.org/wiki/regular-polyhedra/>

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Вид работ	Методические рекомендации
практические занятия	При подготовке к практическому занятию следует освежить в памяти теоретический материал, изложенный преподавателем на лекциях, относящийся к изучаемой на занятии теме. Во время практического занятия следует отмечать излагаемые преподавателем методы и приемы решения задач, а при самостоятельном решении задач из домашнего задания следует по каждой не решенной задаче подготовить вопросы к преподавателю для разбора на аудиторном занятии.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа студента по освоению теоретического материала состоит из изучения обязательного материала, изложенного на лекциях, и дополнительного изучения материала по рекомендованной учебной литературе для углубленного усвоения предмета и понимания, где и как пройденный материал может применяться. При решении задач из домашнего задания следует разобрать способы решения типовых задач, разобранные на аудиторном занятии. При подготовке к контрольной работе следует повторить весь материал, относящийся к темам контрольной работы, руководствуясь конкретными указаниями преподавателя.
экзамен	Экзамен проводится в письменной форме. Экзаменационный билет содержит два вопроса из программы курса и одну задачу. Полный ответ на каждый вопрос оценивается в 20 баллов, правильное решение задачи оценивается в 10 баллов. Неполный ответ, частичное решение задачи и решение задачи, содержащее ошибки, оцениваются меньшим числом баллов. Экзамен считается сданным, если при ответе на экзаменационный билет набрано не менее 28 баллов. При простановке оценки число баллов, набранных на экзамене, суммируется с числом баллов, набранных на практических занятиях. Экзаменационный билет содержит вопросы и задачи из всех разделов программы. При подготовке к экзамену следует ориентироваться на приведенный в п. 6.3 образец экзаменационного билета.

**10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

**11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 02.04.01 "Математика и компьютерные науки" и магистерской программе "Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.01.03 Высшая геометрия на английском языке

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

**Основная литература:**

1. Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / П. С. Александров. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 512 с. - ISBN 978-5-8114-8409-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/176667> (дата обращения: 08.12.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Прасолов, В. В. Задачи по топологии / В. В. Прасолов. - Москва : МЦНМО, 2014. - 38 с. - ISBN 978-5-4439-3009-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/80151> (дата обращения: 08.12.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

**Дополнительная литература:**

1. Прасолов, В. В. Элементы теории гомологий : учебное пособие / В. В. Прасолов. - Москва : МЦНМО, 2006. - 448 с. - ISBN 5-94057-245-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9397> (дата обращения: 08.12.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Александров, П. С. Введение в теорию множеств и общую топологию : учебное пособие / П. С. Александров. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 368 с. - ISBN 978-5-8114-0981-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/167808> (дата обращения: 08.12.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Кузовлев, В. П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии : учебник / В. П. Кузовлев, Н. Г. Подаева. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 208 с. - ISBN 978-5-9221-1360-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/59618> (дата обращения: 08.12.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.



*Приложение 3*  
*к рабочей программе дисциплины (модуля)*  
*Б1.В.ДВ.01.03 Высшая геометрия на английском языке*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.