

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
\_\_\_\_\_ Турилова Е.А.  
"\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Дополнительные главы дискретной математики

Направление подготовки: 44.03.01 - Педагогическое образование  
Профиль подготовки: Математика и информационные технологии в образовании  
Квалификация выпускника: бакалавр  
Форма обучения: заочное  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2023

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. (доцент) Киндер М.И. (кафедра высшей математики и математического моделирования, отделение педагогического образования), mkinder@kpfu.ru

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Способен обеспечивать содержание математического образования в средних общеобразовательных учреждениях

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- основные виды графов, их характерные особенности;
- основные положения теории графов и её основные алгоритмы;
- прикладные графовые модели в информационной сфере;
- основные положения теории графов и её основные алгоритмы;
- прикладные графовые модели в информационной сфере.

Должен уметь:

- основные виды графов, их характерные особенности;
- основные положения теории графов и её основные алгоритмы;
- прикладные графовые модели в информационной сфере;
- основные положения теории графов и её основные алгоритмы;
- прикладные графовые модели в информационной сфере.

Должен владеть:

- навыками разработки графовых моделей при решении прикладных задач;
- навыками программирования алгоритмов теории графов.

Должен демонстрировать способность и готовность:

- работать с графовыми моделями при описании прикладных задач;
- использовать алгоритмы теории графов для решения прикладных задач.

**2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.03.02 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.03.01 "Педагогическое образование (Математика и информационные технологии в образовании)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 4 курсе в 7, 8 семестрах.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 10 часа(ов), в том числе лекции - 4 часа(ов), практические занятия - 6 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 58 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 4 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: отсутствует в 7 семестре; зачет в 8 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Основные характеристики графов.	7	0	0	2	0	0	0	8
2.	Тема 2. Связность графов.	7	2	0	2	0	0	0	10
3.	Тема 3. Пути, цепи, циклы.	7	2	0	0	0	0	0	10
4.	Тема 4. Кратчайшие пути в графах.	8	0	0	0	0	0	0	10
5.	Тема 5. Экстремальные свойства графов. Раскраска вершин и рёбер графа.	8	0	0	2	0	0	0	10
6.	Тема 6. Применение графов в задачах программирования.	8	0	0	0	0	0	0	10
	Итого		4	0	6	0	0	0	58

**4.2 Содержание дисциплины (модуля)**

**Тема 1. Основные характеристики графов.**

Элементы теории графов. Основные понятия теории графов. Вершина, рёбра. Степень вершины. Различные способы задания графа. Матрица смежности и матрица инцидентности графа. Изоморфизм графов. Решение простейших задач с помощью графов. Типовые графы: граф знакомств, граф делимости, граф достижимости и пр.

**Тема 2. Связность графов.**

Основные понятия теории графов. Псевдограф, мультиграф, граф, ориентированный граф. Степень вершины графа. Лемма о рукопожатиях. Обходы, пути и маршруты. Цикл, простая цепь. Связные графы, связные компоненты. Достаточные условия связности графа. Условие связности через среднее количество степеней всех вершин графа. Условие связности через общее количество рёбер графа.

**Тема 3. Пути, цепи, циклы.**

Путь, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Гамильтоновы графы. Обходы графов. Поиск в ширину. Поиск в глубину. Топологическая сортировка вершин графа. Алгоритм топологической сортировки графа с помощью обхода в глубину. Поиск компонент связности графа с помощью обхода в глубину.

**Тема 4. Кратчайшие пути в графах.**

Базовые алгоритмы нахождения кратчайших путей во взвешенных графах. Алгоритм Дейкстры. Алгоритм Форда-Беллмана. Кратчайшие пути между всеми парами вершин. Алгоритм Флойда-Уоршелла нахождения кратчайших путей между всеми парами вершин. Алгоритм Дейкстры для разреженных графов. Обнаружение циклов отрицательного веса.

**Тема 5. Экстремальные свойства графов. Раскраска вершин и рёбер графа.**

Деревья. Свойства деревьев. Графы Турана. Теорема Турана. Плотность графа. Минимальная степень графа. Условия существования гамильтоновы цикла. Хроматическая характеристика графа. Независимое множество вершин графа. Максимальная по размеру клика. Кликовое число графа. Характеристики дополнительного графа.

**Тема 6. Применение графов в задачах программирования.**

Раскраска вершин. Хроматический многочлен графа. Рёберная раскраска графа. Задача рёберной раскраски графа. Графы с большим хроматическим числом. Ограничения на хроматический индекс графа. Алгоритм полного перебора для случая k-раскраски вершин (переборный алгоритм). Приближенный алгоритм. Жадный алгоритм раскраски графа.

**5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Graph Theory Software - <http://www.graphtheorysoftware.com/>

WikiGrapp - толковый словарь по теории графов - [http://pco.iis.nsk.su/WikiGrapp/Заглавная\\_страница](http://pco.iis.nsk.su/WikiGrapp/Заглавная_страница)

Алгоритмы теории графов - <http://www.e-maxx-ru.lgb.ru/algo/>

Дискретная математика, алгоритмы, апплеты, визуализация графов - <http://rain.ifmo.ru/cat/view.php/theory/list>

НОУ ИНТУИТ. Графы и алгоритмы. Информация - <http://www.intuit.ru/studies/courses/101/101/info>

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Приступая к изучению новой учебной дисциплины, необходимо ознакомиться с учебной программой, учебной, научной и методической литературой, завести новую тетрадь для выполнения практических заданий. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения изучения нового материала, разрешения спорных ситуаций.
практические занятия	В ходе подготовки к лабораторным занятиям изучить литературу по вопросам, вызвавшим наибольшие затруднения на лекционных занятиях, при этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Выполнять лабораторные работы, выдаваемые преподавателем. Подготовка к лабораторным занятиям осуществлять в соответствии с рекомендациями, изложенными в методических разработках.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа включает в себя самостоятельное решение задач по каждой теме и устное представление решений задач на практических занятиях в аудитории. В соответствии с каждой темой обучаемым предлагается перечень задач и теорем для самостоятельного решения с дальнейшим его обсуждением. При решении задач следует придерживаться рекомендаций преподавателя.
зачет	При подготовке к зачету повторять пройденный материал в строгом соответствии с учебной программой, примерным перечнем учебных вопросов. Использовать материалы, обсуждаемые на занятиях, литературу, рекомендованную преподавателем. Обратит особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных студентом по разным причинам. При необходимости обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

**10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

**11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

**12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.03.01 "Педагогическое образование" и профилю подготовки "Математика и информационные технологии в образовании".



*Приложение 2*  
*к рабочей программе дисциплины (модуля)*  
*Б1.В.ДВ.03.02 Дополнительные главы дискретной математики*

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 44.03.01 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика и информационные технологии в образовании

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: заочное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

**Основная литература:**

1. Редькин, Н. П. Дискретная математика: учебник / Н. П. Редькин. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 264 с. - ISBN 978-5-9221-1093-8. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2293> (дата обращения: 11.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы: учебное пособие / С. В. Микони. - Санкт-Петербург: Лань, 2012. - 192 с. - ISBN 978-5-8114-1386-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/4316> (дата обращения: 11.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Ландо, С. К. Введение в дискретную математику: учебное пособие / С. К. Ландо. - Москва: МЦНМО, 2012. - 264 с. - ISBN 978-5-4439-2019-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/56405> (дата обращения: 11.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

**Дополнительная литература:**

1. Бабичева, И. В. Дискретная математика. Контролирующие материалы к тестированию: учебное пособие / И. В. Бабичева. - 2-е изд. - Санкт-Петербург: Лань, 2013. - 160 с. - ISBN 978-5-8114-1456-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/30193> (дата обращения: 11.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Шевелев, Ю. П. Сборник задач по дискретной математике (для практических занятий в группах) : учебное пособие / Ю. П. Шевелев, Л. А. Писаренко, М. Ю. Шевелев. - Санкт-Петербург: Лань, 2013. - 528 с. - ISBN 978-5-8114-1359-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/5251> (дата обращения: 11.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Мальцев, И. А. Дискретная математика / И. А. Мальцев. - 2-е изд. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 304 с. - ISBN 978-5-8114-1010-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/638> (дата обращения: 11.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.



*Приложение 3*  
*к рабочей программе дисциплины (модуля)*  
*Б1.В.ДВ.03.02 Дополнительные главы дискретной математики*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 44.03.01 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика и информационные технологии в образовании

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: заочное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.