

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Е.А. Турилова

17 февраля 2023 г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Геометрия Лобачевского и элементы теории гравитации

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): заведующий кафедрой, д.н. Попов А.А. (Кафедра геометрии, отделение математики), arorov@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

знать основные постулаты, лежащие в основе общей теории относительности и других теорий, имеющих целью описание поля тяготения; вывод уравнений гравитационного поля в ОТО, основные эффекты общей теории относительности;

Должен уметь:

понимать особенности процессов, происходящие в сильных гравитационных полях; иметь представление о проблеме энергии-импульса гравитационного поля, о проблеме гравитационных волн в общей теории относительности;

Должен владеть:

владеть современными теоретическими методами исследования полей тяготения, применяемыми в общей теории относительности; демонстрировать способность и готовность применять полученные знания для решения задач, возникающих при описании процессов, происходящих в сильных гравитационных полях.

Должен демонстрировать способность и готовность:

1. знать основные постулаты, лежащие в основе общей теории относительности и других теорий, имеющих целью описание поля тяготения; вывод уравнений гравитационного поля в ОТО, основные эффекты общей теории относительности;
2. понимать особенности процессов, происходящие в сильных гравитационных полях;
3. иметь представление о проблеме энергии-импульса гравитационного поля, о проблеме гравитационных волн в общей теории относительности;
4. владеть современными теоретическими методами исследования полей тяготения, применяемыми в общей теории относительности.
5. демонстрировать способность и готовность применять полученные знания для решения задач, возникающих при описании процессов, происходящих в сильных гравитационных полях.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.07.05 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Математика в цифровой экономике)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 4 курсе в 7 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 41 часа(ов), в том числе лекции - 20 часа(ов), практические занятия - 20 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 31 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Основы специальной теории относительности	7	2	0	2	0	0	0	2
2.	Тема 2. Основные сведения из римановой геометрии.	7	4	0	4	0	0	0	5
3.	Тема 3. Гравитация как геометрия. Уравнения Эйнштейна.	7	6	0	6	0	0	0	8
4.	Тема 4. Приближение слабого поля.	7	4	0	4	0	0	0	8
5.	Тема 5. Космологические модели.	7	4	0	4	0	0	0	8
	Итого		20	0	20	0	0	0	31

##### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

###### Тема 1. Основы специальной теории относительности

Основы специальной теории относительности. Геометрия Минковского. Световой конус. Временноподобные, светоподобные и пространственноподобные векторы. Преобразования координат. Группа Лоренца. Инвариантность интервала при преобразованиях Лоренца. Замедление времени и длины. 4-скорость. Энергия покоя.

###### Тема 2. Основные сведения из римановой геометрии.

Основные сведения из римановой геометрии. Тензоры, метрика. Ковариантные производные. Ковариантная постоянность метрического тензора. Тензор кривизны, Риччи, скалярная кривизна. Основы общей теории относительности. Гравитация как геометрия. Движение точечной частицы в искривленном пространстве-времени.

###### Тема 3. Гравитация как геометрия. Уравнения Эйнштейна.

Варьирование лагранжиана Эйнштейна-Гильберта. Уравнения Эйнштейна. Уравнение скалярного поля во внешнем гравитационном поле. Тензор энергии-импульса скалярного поля в искривленном пространстве-времени. Тензор энергии-импульса идеальной жидкости. Решение Шварцшильда. Горизонт черной дыры. Геодезические в пространстве-времени Шварцшильда.

###### Тема 4. Приближение слабого поля.

Постньютоновское приближение. Смещение перигелия Меркурия. Отклонение луча света в гравитационном поле Солнца. Другие наблюдаемые эффекты в солнечной системе.

Приближение слабого поля. Гравитационные волны. Плоские волны. Генерация гравитационных волн. Двойные системы. Детектирование гравитационных волн.

###### Тема 5. Космологические модели.

Космологические модели. Космологическая постоянная и решение Эйнштейна. Решения Фридмана. Открытая, закрытая и пространственно-плоская вселенная. Стандартная эволюция. Доминирование излучения. Доминирование вещества. Красное смещение. Закон Хаббла. Реликтовое излучение. Проблемы стандартной модели.

##### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

А.Б. Балакин Классические тесты теории гравитации - [http://old.kpfu.ru/f6/bin\\_files/balakineooto!35.pdf](http://old.kpfu.ru/f6/bin_files/balakineooto!35.pdf)

Архив электронных публикаций научных статей - <http://arxiv.org/>

И.Б. Хрипович Общая теория относительности -

<https://reslib.org/reader/web/viewer.html?file=%2F%2Fcdn.reslib.org%2Fpdf%2FaHR0cDovL2xpYi5tZXhtYXQucnUvZ2V0LnBocD9t>

Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета - <http://lib.mexmat.ru/allbooks.php>

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

А.Б. Балакин Классические тесты теории гравитации - [http://old.kpfu.ru/f6/bin\\_files/balakineooto!35.pdf](http://old.kpfu.ru/f6/bin_files/balakineooto!35.pdf)

Архив электронных публикаций научных статей - <http://arxiv.org/>

И.Б. Хриплович Общая теория относительности -

<https://reslib.org/reader/web/viewer.html?file=%2F%2Fcdn.reslib.org%2Fpdf%2FaHR0cDovL2xpYi5tZXhtYXQucnUvZ2V0LnBocD9tZ>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений и оптимальных способов решения различных типов задач.
практические занятия	В ходе подготовки к семинарам изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях: журналах, газетах и т.д. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.
самостоятельная работа	Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых и дипломных работ. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы.
зачет	Подготовка к зачету включает три стадии: самостоятельная работа в течение учебного семестра; непосредственная подготовка в дни, предшествующие зачету; подготовка к ответу на вопросы, содержащиеся в билете. Следует внимательно перечитать учебную программу и программные вопросы для подготовки к зачету, чтобы выделить из них наименее знакомые. Далее должен следовать этап повторения всего программного материала. На эту работу целесообразно отвести большую часть времени. Следующим этапом является самоконтроль знания изученного материала, который заключается в устных ответах на программные вопросы, выносимые на зачет. Тезисы ответов на наиболее сложные вопросы желательно записать. Литература для подготовки к зачету рекомендуется преподавателем. Она также указана в программе курса и учебно-методических пособиях. Основным источником подготовки к зачету является конспект лекций. Учебный материал в лекции дается в систематизированном виде, основные его положения детализируются, подкрепляются современными фактами и нормативной информацией, которые в силу новизны, возможно, еще не вошли в опубликованные печатные источники. Правильно составленный конспект лекций содержит тот оптимальный объем информации, на основе которого студент сможет представить себе весь учебный материал. Следует точно запоминать термины и категории, поскольку в их определениях содержатся признаки, позволяющие уяснить их сущность и отличить эти понятия от других. В этот период полезным может быть общение студентов с преподавателями по дисциплине на групповых и индивидуальных консультациях.

## 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

## 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:



Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Математика в цифровой экономике".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
*Б1.В.ДВ.07.05 Геометрия Лобачевского и элементы теории  
гравитации*

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

**Основная литература:**

1. Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике, российская гравитационная конференция. XV-я Российская гравитационная конференция 'Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике'; Международная школа по гравитации и космологии 'GRACOS-2014', Казань, 30 июня - 5 июля 2014 года [Текст: электронный ресурс] : материалы конференции / [под общ. ред. д.ф.-м.н. Ю. Г. Игнатъева]. - Электронные данные (1 файл: 5,97 Мб). - (Казань : Казанский федеральный университет, 2014) . - Загл. с экрана . - Вых. дан. ориг. печ. изд.: Казань: Казанский университет, 2014. - Режим доступа: открытый. Оригинал копии: XV-я Российская гравитационная конференция 'Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике'; Международная школа по гравитации и космологии 'GRACOS-2014', Казань, 30 июня - 5 июля 2014 года : материалы конференции / [под общ. ред. д.ф.-м.н. Ю. Г. Игнатъева]. - Казань: Фолиант, 2014. - 247 с. URL:<http://libweb.kpfu.ru/ebooks/publicat/806560.pdf> (дата обращения: 23.01.2023)
2. Фортгов В.Е., Физика высоких плотностей энергии / Фортгов В.Е. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2013. - 712 с. - ISBN 978-5-9221-1468-4 - Текст : электронный // ЭБС 'Консультант студента' : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114684.html> (дата обращения: 23.01.2023)

**Дополнительная литература:**

1. Вайнберг С., Объясняя мир: Истоки современной науки / Вайнберг С. - М. : Альпина нон-фикшн, 2016. - 474 с. - ISBN 978-5-91671-479-1 - Текст : электронный // ЭБС 'Консультант студента' : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785916714791.html> (дата обращения: 23.01.2023)
2. Лукаш, В.Н. Физическая космология / В.Н. Лукаш, Е.В. Михеева. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 404 с. - ISBN 978-5-9221-1161-4.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/5279> (дата обращения: 23.01.2023)
3. Сурдин, В.Г. Пятая сила: учебное пособие / В.Г. Сурдин. - 2-е изд., стер. - Москва: МЦНМО, 2009. - 40 с. - ISBN 978-5-94057-493-4.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9422> (дата обращения: 23.01.2023)
4. Бабурова О.В., Математические основы современной теории гравитации : монография / О.В. Бабурова, Б.Н. Фролов. - М. : Прометей, 2012. - 128 с. - ISBN 978-5-7042-2362-7 - Текст : электронный // ЭБС 'Консультант студента' : [сайт]. - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704223627.html> (дата обращения: 23.01.2023)



*Приложение 3*  
*к рабочей программе дисциплины (модуля)*  
*Б1.В.ДВ.07.05 Геометрия Лобачевского и элементы теории*  
*гравитации*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая  
перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows