

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

### Численные методы

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Авхадиев Ф.Г. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), Farit.Avhadiev@kpfu.ru

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
ОПК-2	Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении
ОПК-5	ОПК-5. Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Основные численные методы и алгоритмы решения математических задач из разделов: теория аппроксимации, численное интегрирование, линейная алгебра, дифференциальные уравнения.

Должен уметь:

Разрабатывать численные алгоритмы, оценить их погрешности, реализовать эти алгоритмы

Должен владеть:

методами и технологиями разработки численных методов решения математических задач

Должен демонстрировать способность и готовность:

применять базовые численные алгоритмы, быть способным оценить их погрешность, уметь реализовать численные алгоритмы

**2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.17 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Математика в цифровой экономике)" и относится к обязательной части ОПОП ВО.

Осваивается на 3, 4 курсах в 5, 6, 7 семестрах.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 10 зачетных(ые) единиц(ы) на 360 часа(ов).

Контактная работа - 191 часа(ов), в том числе лекции - 94 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 94 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 3 часа(ов).

Самостоятельная работа - 97 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 5 семестре; экзамен в 6 семестре; экзамен в 7 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная рабо- та
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Теория интерполяции функций	5	13	0	0	0	11	0	13
2.	Тема 2. Кратная интерполяция, тригонометрическая интерполяция и сплайн-интерполяция	5	12	0	0	0	11	0	14
3.	Тема 3. Квадратурные формулы	5	11	0	0	0	14	0	8
4.	Тема 4. Экзамен	5	0	0	0	0	0	0	
5.	Тема 5. Численные методы решения линейных и нелинейных систем алгебраических уравнений	6	11	0	0	0	10	0	10
6.	Тема 6. Градиентные методы спуска и численные методы решения нелинейных алгебраических уравнений и систем уравнений	6	10	0	0	0	10	0	8
7.	Тема 7. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений	6	9	0	0	0	10	0	11
8.	Тема 8. Экзамен	6	0	0	0	0	0	0	
9.	Тема 9. Наилучшие приближения функций	7	8	0	0	0	8	0	10
10.	Тема 10. Численные методы решения операторных уравнений	7	8	0	0	0	8	0	13
11.	Тема 11. Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений	7	12	0	0	0	12	0	10
12.	Тема 12. Экзамен	7	0	0	0	0	0	0	0
	Итого		94	0	0	0	94	0	97

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Теория интерполяции функций

Теория интерполяции алгебраическими полиномами. Представления Лагранжа для интерполяционного полинома. Оценки погрешности интерполяции для гладких функций. Полиномы Чебышева и их применение к оптимальному выбору узлов. Разделенные разности и конечные разности, формула Ньютона для интерполяционного полинома. Лебеговы оценки погрешности. Теоремы Бернштейна, Фавара и Марцинкевича о поведении остатка интерполирования.

##### Тема 2. Кратная интерполяция, тригонометрическая интерполяция и сплайн-интерполяция

Кратное интерполирование, интерполяционный полином Эрмита-Фейера и оценка погрешности. Общий случай кратного интерполирования. Оценка погрешности. Сплайн-интерполяция: сплайны первой степени, теоремы о погрешностях аппроксимации сплайнами, вариационные свойства сплайнов первой степени, кубические сплайны. Тригонометрическое интерполирование.

##### Тема 3. Квадратурные формулы

Интерполяционные квадратурные формулы, квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона с оценками погрешности. Квадратурные формулы Гаусса, то есть квадратурные формулы наивысшего алгебраического порядка точности. Построение формул Гаусса и оценка погрешности. Численное интегрирование периодических функций, вычисление несобственных интегралов.

##### Тема 4. Экзамен

1. Интерполяционные полиномы Лагранжа. Теоремы существования и единственности.
2. Представление Лагранжа для интерполяционного полинома.
3. Оценка погрешности интерполяции Лагранжа для гладких функций и ее следствия.
4. Полиномы Чебышева 1-го рода и минимизация произведения  $\Pi(t-t_k)$ .

5. Общая задача об оптимальном выборе узлов интерполяции (теорема 2 Чебышева).
6. Лебеговы оценки погрешности интерполирования для непрерывных функций.
7. Применения оценок Лебега, другие примеры о поведении остаточного члена, формулировки теорем Джексона, Фабера и Марцинкевича об интерполяции.
8. Теорема Вейерштрасса о равномерной аппроксимации непрерывных функций алгебраическими полиномами.
9. Разделенные разности и интерполяционные полиномы в форме Ньютона.
10. Конечные разности и интерполяционные полиномы Ньютона по равноотстоящим узлам.
11. Кратное интерполирование. Интерполяционный полином Эрмита - Фейера: обоснование формулы и оценка погрешности.
12. Кратное интерполирование. Теорема существования и единственности интерполяционного полинома Эрмита.
13. Оценка погрешности при кратном интерполировании в общем случае.
14. Тригонометрическое интерполирование, теорема единственности и существования тригонометрического интерполяционного полинома.
15. Тригонометрический интерполяционный полином для равноотстоящих узлов.
16. Сплайн-интерполяция. Сплайны 1-ой степени: определение, теорема существования и единственности, представление типа Лагранжа.
17. Аппроксимационные свойства сплайнов 1-ой степени в классах функций с заданными модулями непрерывности. Свойство "насыщаемости".
18. Экстремальное свойство сплайнов первой степени.
19. Кубические сплайны.
20. Интерполяционные квадратурные формулы: определение, оценка погрешности, алгебраический порядок точности.
21. Квадратурные формулы левых, средних и правых прямоугольников и оценки их погрешности.
22. Квадратурная формула трапеций. Оценки погрешности для формул трапеций.
23. Квадратурная формула Симпсона. Оценки погрешности для формулы Симпсона.
24. Квадратурные формулы Гаусса (наивысшего алгебраического порядка точности): теоремы о том, что порядок точности  $2n$  невозможен, а порядок точности  $2n-1$  связан с дополнительными условиями ортогональности.
25. Оценки двух типов погрешности квадратурных формул Гаусса.

#### **Тема 5. Численные методы решения линейных и нелинейных систем алгебраических уравнений**

Точные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Формулы Крамера с подсчетом числа необходимых арифметических операций. Метод Гаусса с подсчетом числа необходимых арифметических операций. Модификации метода Гаусса и их применение к вычислению определителя матрицы. Другие точные методы: метод ортогонализации, квадратного корня.

#### **Тема 6. Градиентные методы спуска и численные методы решения нелинейных алгебраических уравнений и систем уравнений**

Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Методы простой итерации, два метода Зейделя, метод покоординатного спуска, методы градиентного спуска. Численные методы решения нелинейных уравнений: метод деления отрезка пополам, итерационные методы, метод касательных Ньютона и метод хорд. Численные методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений.

#### **Тема 7. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений**

Классические методы приближенного решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Основные численные методы решения задачи Коши для дифференциальных уравнений и систем уравнений первого порядка, распространение на уравнения высших порядков. Метод конечных разностей решения краевой задачи для линейных уравнений второго порядка.

#### **Тема 8. Экзамен**

1. Метод Гаусса для решения СЛАУ с оценкой числа арифметических операций.
  2. Модификации метода Гаусса с выбором ведущих элементов и с оптимальным исключением переменных.
  3. Применения метода Гаусса к вычислению обратной матрицы и определителя.
  4. Метод прогонки решения СЛАУ для 3-х диагональной матрицы.
  5. Решение СЛАУ методом ортогонализации.
  6. Точные методы решения СЛАУ, основанные на факторизации матриц.
  7. Различные нормы матриц.
  8. Метод простой итерации решения СЛАУ, когда норма матрицы меньше единицы.
- Критерий сходимости метода простой итерации,
9. Применение метода итерации к матрице с диагональным преобладанием.

10. Итерационный метод Зейделя (первый вариант).
11. Итерационный метод Зейделя (второй вариант).
12. Связь решения СЛАУ с точкой минимума квадратичной функции специального вида (случай положительно определенных, симметричных, вещественных матриц).
13. Методы градиентного спуска для решения СЛАУ.
14. Метод покоординатного спуска для СЛАУ и обобщенные методы градиентного спуска.
15. Приближенные решения нелинейных уравнений: метод деления отрезка пополам и метод простой итерации с применением теоремы о сжимающих отображениях.
16. Порядок итерационного метода и уточненные оценки сходимости.
17. Метод Ньютона (метод касательных) и его модификации.
18. Приближенные методы решения систем нелинейных уравнений: метод простой итерации для сжимающих отображений, распространение методов Зейделя на системы.
19. Метод Ньютона решения систем нелинейных уравнений, обобщающий метод касательных.
20. Определение собственных значений квадратных матриц.
21. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Метод последовательных приближений Пикара.
22. Метод степенных рядов Коши для решения ОДУ.
23. Метод ломаных Эйлера для решения ОДУ.
24. Обобщения метода ломаных Эйлера. Метод Рунге-Кутты.
25. Численные методы решения задачи Коши для систем ОДУ и ОДУ высших порядков.
26. Разностный метод решения краевой задачи для линейного ОДУ второго порядка.
27. Метод конечных разностей решения краевых задач для УЧП.
28. Численные методы решения интегральных уравнений (методы коллокации).

#### **Тема 9. Наилучшие приближения функций**

Наилучшие приближения в нормированных пространствах. Теорема существования элемента наилучшего приближения. Теорема единственности элемента наилучшего приближения в пространствах со строго выпуклой нормой. Примеры пространств, имеющих и не имеющих строго выпуклой нормы. Наилучшие приближения в пространствах Гильберта. Наилучшие приближения полиномами функций, непрерывных на отрезке. Теорема Чебышева об альтернансе и ее следствия.

#### **Тема 10. Численные методы решения операторных уравнений**

Приближенные методы решения операторных уравнений. Метод моментов и его основные частные случаи: метод Галеркина и метод наименьших квадратов. Теорема о существовании и сходимости приближенного решения, полученного методом моментов, к точному решению. Прямые методы решения операторных уравнений, связанные с применением проекционных операторов. Метод полиномиальной коллокации для решения интегральных уравнений второго рода. Метод сплайн-коллокации для решения интегральных уравнений второго рода.

#### **Тема 11. Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений**

Классические методы. Метод ломаных Эйлера и его обобщения. Алгоритмы Рунге-Кутты порядка два, три и четыре для решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения и систем уравнений. Оценки погрешности для одношаговых методов. Многошаговые методы Адамса.

Метод конечных разностей для решения краевых задач на примерах уравнений второго порядка (в обыкновенных и частных производных). Методы моментов для решения операторных уравнений и коллокационные методы решения интегральных уравнений.

#### **Тема 12. Экзамен**

1. Наилучшие приближения в линейных нормированных пространствах. Теорема о существовании элемента наилучшего приближения.
2. Теорема о единственности элемента наилучшего приближения в линейном нормированном пространстве со строго выпуклой нормой.
3. Примеры пространств функций со строго выпуклой нормой. Примеры пространств, нормы в которых не являются строго выпуклыми.
4. Наилучшие приближения в пространствах со скалярным произведением.
5. Примеры применения общих теорем о наилучших приближениях в функциональных пространствах.
6. Наилучшие равномерные приближения непрерывных функций полиномами. Теорема о Чебышева об альтернансе.
7. Теорема о единственности полинома наилучшего приближения в пространстве непрерывных функций и ее следствие. Пример Чебышева.
8. Задача Коши для ОДУ. Метод последовательных приближений Пикара с примером.
9. Метод степенных рядов Коши для решения ОДУ с примером.

10. Метод ломаных Эйлера для решения ОДУ и его обобщения.
11. Метод Рунге-Кутты. Алгоритм Рунге-Кутты четвертого порядка.
12. Алгоритмы Рунге-Кутты порядка один и два.
13. Сходимость одношаговых методов решения задачи Коши для ОДУ.
14. Правило Рунге для выбора оптимального шага.
15. Многошаговые методы Адамса.
16. Краевая задача для линейного ОДУ второго порядка.
17. Оценка погрешности МКР при решении краевой задачи для ОДУ второго порядка.
18. О задачах для уравнений в частных производных, Формула Пуассона.
19. Метод конечных разностей в применении к задаче Дирихле для уравнения Пуассона.
20. Метод конечных разностей для уравнений параболического и гиперболического типа.
21. Приближенные методы решения операторных уравнений. Метод моментов.
22. Метод наименьших квадратов как специальный случай метода моментов. Теорема существования и сходимости приближенного решения.
23. Прямые методы приближенного решения операторных уравнений. Определение проекционных методов.
24. Численные методы решения интегральных уравнений (методы коллокации).

#### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

#### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемому результату обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

SCOPUS - <http://scopus.com>

Научная электронная библиотека РФ - [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)

Общероссийский математический портал - <http://math-net.ru>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Основным моментом в ходе лекционных занятий является необходимость конспектирования учебного материала. Надо обращать особое внимание на формулировки, раскрывающие суть тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставлять в рабочих конспектах поля для пометок. Не следует стесняться задавать лектору вопросы, если какие-либо аспекты лекционного материала оказались непонятными.
лабораторные работы	Обратим внимание на то, что работа на практических занятиях предполагает систематическую и планомерную подготовку к занятию. После лекции следует познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы даются преподавателем в конце предыдущего практического занятия.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа требует, прежде всего, изучения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования, подготовки докладов и сообщений. Важным этапом в самостоятельной работе является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки - работа с учебником. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересующих вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на семинаре. При работе с терминами необходимо обращаться к словарям, в том числе доступным в Интернете, например, на сайте <a href="http://dic.academic.ru">http://dic.academic.ru</a> .
экзамен	Необходимо тщательно проработать лекции. Следует также обратить внимание на дополнительную литературу и источники, которые разбирались на семинарах в течение семестра. Ответ на экзамене предполагает полное и последовательное изложение изученного материала, а также демонстрацию способности и готовности применить полученные теоретические знания к предлагаемым практическим заданиям.

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).



### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Математика в цифровой экономике".

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

**Основная литература:**

1. Авхадиев, Ф.Г. Численные методы анализа [Текст: электронный ресурс] : учебное пособие / Ф. Г. Авхадиев ; М-во образования и науки Рос. Федерации, ФГАОУ ВПО 'Казан. (Приволж.) федер. ун-т', Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского. - Электронные данные. - Казань : Казанский федеральный университет, 2013. - 126 с. - URL:[http://kpfu.ru/portal/docs/F\\_739637412/Avhadiev.\\_.Chislennyye.metody.analiza.pdf](http://kpfu.ru/portal/docs/F_739637412/Avhadiev._.Chislennyye.metody.analiza.pdf)
2. Гулин, А. В. Введение в численные методы в задачах и упражнениях : учеб. пособие / А.В. Гулин, О.С. Мажорова, В.А. Морозова. - Москва : ИНФРА-М, 2017. - 368 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-012876-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/883943> (дата обращения: 08.02.2022). - Режим доступа: по подписке.
3. Калиткин, Н. Н. Численные методы: Учебное пособие / Калиткин Н.Н., - 2-е изд., исправленное. - СПб:БХВ-Петербург, 2015. - 587 с. ISBN 978-5-9775-2575-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/944508> (дата обращения: 08.02.2022)

**Дополнительная литература:**

1. Бахвалов, Н. С. Численные методы : учебник / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - 9-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 636 с. - ISBN 978-5-00101-836-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/126099> (дата обращения: 08.02.2022). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Новиков, А. И. Численные методы линейной алгебры : учебное пособие / А. И. Новиков. - Рязань : РГРТУ, 2021. - 50 с. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/168043> (дата обращения: 08.02.2022). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Пантелеев, А. В. Численные методы. Практикум : учеб. пособие / А.В. Пантелеев, И.А. Кудрявцева. - Москва : ИНФРА-М, 2017. - 512 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-012333-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/652316> (дата обращения: 08.02.2022). - Режим доступа: по подписке.

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.