

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



*подписано электронно-цифровой подписью*

## **Программа дисциплины** Дифференциальные уравнения

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, д.н. (доцент) Киясов С.Н. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), Sergey.Kijasov@kpfu.ru

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Знать современные

проблемы теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Должен уметь:

Уметь применять их при решении прикладных задач. Уметь решать современные

проблемы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Уметь применять их при решении прикладных задач

Должен владеть:

Владеть современными

проблемами теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Уметь применять их при решении прикладных задач

Должен демонстрировать способность и готовность:

- обладать теоретическими знаниями по основным разделам обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными;

- ориентироваться в применении дифференциальных уравнений в других естественно-научных дисциплинах;

- приобрести навыки решения различных типов дифференциальных уравнений.

**2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.15 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Математика в цифровой экономике)" и относится к обязательной части ОПОП ВО.

Осваивается на 2 курсе в 3, 4 семестрах.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) на 252 часа(ов).

Контактная работа - 134 часа(ов), в том числе лекции - 66 часа(ов), практические занятия - 66 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 2 часа(ов).

Самостоятельная работа - 82 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 3 семестре; экзамен в 4 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тель-ная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. 1. Основные понятия.	3	6	0	6	0	0	0	6
2.	Тема 2. 2. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям	3	6	0	6	0	0	0	6
3.	Тема 3. 3. Геометрическая интерпретация нормальной системы	3	6	0	6	0	0	0	5
4.	Тема 4. 4.Решение простейших уравнений первого порядка	3	6	0	6	0	0	0	6
5.	Тема 5. 5. Общая теория нормальных систем дифференциальных уравнений.	3	6	0	6	0	0	0	6
6.	Тема 6. 6. Дифференцируемость решения по параметрам и начальным \условиям.	3	6	0	6	0	0	0	6
7.	Тема 7. 7. Линейные дифференциальные уравнения	4	6	0	6	0	0	0	6
8.	Тема 8. 8. Краевые задачи	4	6	0	6	0	0	0	6
9.	Тема 9. 9. Теория устойчивости	4	6	0	6	0	0	0	6
10.	Тема 10. 10. Автономные системы и их фазовые пространства.	4	6	0	6	0	0	0	6
11.	Тема 11. 11. Уравнения с частными производными первого порядка	4	12	0	12	0	0	0	11
	Итого		72	0	72	0	0	0	70

**4.2 Содержание дисциплины (модуля)**

**Тема 1. 1. Основные понятия.**

1. Основные понятия и определения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка. Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.

Дифференциальными уравнениями называются такие уравнения, в которых неизвестными являются функции одного или нескольких переменных, причем в уравнения входят не только сами функции, но и их производные. Если неизвестными функциями являются функции только одного переменного, то уравнения называются *обыкновенными*, если неизвестные функции зависят от многих переменных, то уравнения называются *уравнениями в частных производных*. В нашем курсе мы будем изучать лишь обыкновенные дифференциальные уравнения.

2. Вспомогательные сведения из анализа и линейной алгебры. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях.

**Тема 2. 2. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям**

Радиоактивный распад.

Закон распада: скорость распада радиоактивного вещества пропорциональна имеющемуся количеству вещества.

Размножение бактерий. }

Закон размножения: если условия окружающей среды максимально

благоприятны, то скорость размножения бактерий пропорциональна наличному количеству бактерий.

Математический маятник.

Математический маятник представляет собой точку  $m$  массы  $m$ , которая под действием силы тяжести движется по окружности  $K$  радиуса  $R$ , лежащей в вертикальной плоскости. Величина  $R$  называется  $\{l\}$  длиной маятника.

### Тема 3. 3. Геометрическая интерпретация нормальной системы

Дифференциальные уравнения и системы имеют, как правило, бесконечное множество решений. Поэтому, когда представляет интерес конкретное решение, ставят дополнительные условия, выделяющие его из множества всех решений.

Связь между геометрической интерпретацией уравнения и геометрической интерпретацией его решений заключается в том, что любая интегральная кривая  $x = \varphi(t)$  в каждой своей точке  $(t, \varphi(t))$  имеет касательный вектор  $(1, \dot{\varphi}(t))$ , равный значению векторного поля в этой точке.

### Тема 4. 4. Решение простейших уравнений первого порядка

Уравнения с разделяющимися переменными.

Процесс нахождения  $\{l\}$  общего решения (т. е. формулы, дающей  $\{l\}$  все  $\{l\}$  решения) дифференциального уравнения называют обычно  $\{l\}$  интегрированием  $\{l\}$  дифференциального уравнения. Чтобы не было путаницы, операцию взятия неопределенного интеграла от функции называют тогда  $\{l\}$  квадратурой. Таким образом,  $\int f(t) dt$  --- квадратура функции  $f$ .

Линейные уравнения первого порядка.

Уравнение вида

$$\dot{x} = a(t)x + b(t),$$

где  $a$  и  $b$  --- заданные непрерывные функции на интервале  $(r_1, r_2)$ , называется  $\{l\}$  линейным дифференциальным уравнением первого порядка.

### Тема 5. 5. Общая теория нормальных систем дифференциальных уравнений.

Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы диф5. Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам и начальным данным.

6. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Формула Лиувилля. Общее решение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения и системы с комплексными коэффициентами дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной. Непродолжаемые решения. Теорема о непродолжаемом решении. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. фидиентами. Выделение действительных решений.

### Тема 6. 6. Дифференцируемость решения по параметрам и начальным \условиям.

Дифференцируемость решения задачи Коши по параметрам и начальным значениям.

$\{l\}$  Дифференцируемость решения по параметрам. }

Как и в \S 11 рассмотрим нормальную систему уравнений

$$\dot{x}^i = f^i(t, x^1, \dots, x^n, \mu^1, \dots, \mu^l),$$

$$i=1, \dots, n, \text{eqno}(1)$$

\$\$

правые части которых зависят от параметров  $\mu^1, \dots, \mu^l$  и определены в некотором открытом множестве  $\tilde{G}$

$\tilde{G} \subset \mathbb{R}^{n+l}$  пространства переменных

$$t, x^1, \dots, x^n, \mu^1, \dots, \mu^l.$$

### Тема 7. 7. Линейные дифференциальные уравнения

#### ЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Нормальная линейная система дифференциальных уравнений.

В скалярной форме эта система имеет вид

\$\$

$$\dot{x}^i = \sum_{j=1}^n a^i_j(t)x^j + b^i(t), \quad i=1, \dots, n. \text{eqno}(1)$$

\$\$

Будем предполагать, что коэффициенты  $a^i_j(t)$  и  $b^i(t)$  определены и непрерывны на интервале  $q_1 < t < q_2$ . Тогда по теореме 1 из § 8 любое решение системы (1) может быть продолжено на весь интервал  $q_1 < t < q_2$ . В дальнейшем будем считать, что все рассматриваемые решения определены на всем интервале  $q_1 < t < q_2$ .

Если все свободные члены  $b^i(t)$  равны нулю, то система (1) называется  $\{ \text{it} \}$  однородной, в противном случае ---  $\{ \text{it} \}$  неоднородной. В матричной форме система (1) записывается в виде одного уравнения (см. § 8)

### Тема 8. 8. Краевые задачи

Краевая задача для нормальной линейной системы.

$\{ \text{sc} \}$  1. Однородная краевая задача. }

Рассмотрим линейное уравнение

\$\$

$$\dot{x} = A(t)x, \text{eqno}(1)$$

\$\$

где  $A: (q_1, q_2) \rightarrow \mathcal{M}^{n,n}, \quad q_1 < q_2, \quad \text{---}$  непрерывная функция.

Вместо задачи Коши рассмотрим следующую краевую задачу.  $\{ \text{it} \}$  Найти решение  $x(t)$  уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям }

\$\$

$$B_1 x(r_1) + B_2 x(r_2) = 0, \text{eqno}(2)$$

\$\$

где  $B_1, B_2 \in \mathcal{M}^{n,n}, \quad r_1, r_2 \in (q_1, q_2), \quad r_1 < r_2, \quad \text{---}$  заданы.

### Тема 9. 9. Теория устойчивости

#### ТЕОРИЯ УСТОЙЧИВОСТИ

Функция Ляпунова.

В § 11 (следствие 2) было показано, что решение задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений

\$\$

$$\dot{x} = f(t, x) \text{eqno}(1)$$

\$\$

непрерывно зависит от начальных значений, когда аргумент  $t$  изменяется на отрезке  $[r_1, r_2]$  при условии, что  $f(t, x)$  удовлетворяет условиям теоремы существования и единственности.

В этом параграфе мы будем изучать зависимость решения задачи Коши от начальных значений при условии, что решение определено на бесконечном промежутке  $[t_0, +\infty)$ .

Будем предполагать, что система (1) удовлетворяет условиям теоремы существования и единственности (см. \S 8) в открытом цилиндре  $G = (a, +\infty) \times D \subset \mathbb{R}^{n+1}$ , где  $D \subset \mathbb{R}^n$  --- открытое множество в пространстве переменных  $x^1, \dots, x^n$ .

**Тема 10. 10. Автономные системы и их фазовые пространства.**  
**АВТОНОМНЫЕ СИСТЕМЫ**

Автономные системы и их фазовые пространства.

Нормальной {\it автономной} системой дифференциальных уравнений порядка  $n$  называется система

$$\dot{x} = f(x), \text{ eqno(1)}$$

где  $f(x) = (f^1(x), \dots, f^n(x))$  --- заданная действительная вектор-функция на некотором открытом множестве  $D \subset \mathbb{R}^n$ . Будем предполагать, что  $f(x)$  удовлетворяет условию Липшица на каждом компактном подмножестве  $D$ . Это гарантирует существование и единственность непродолжаемого решения системы (1) при начальном условии

$$x(t_0) = x_0, \quad x_0 \in D$$

на некотором интервале  $m_1(t_0, x_0) < t < m_2(t_0, x_0)$ , содержащем точку  $t_0$ .

Автономные системы (1) называют еще {\it динамическими} или {\it консервативными}. Автономными системами описываются многочисленные математические модели реальных физических систем, классической механики, теории колебаний, экономики, динамики живых систем и т. д.

**Тема 11. 11. Уравнения с частными производными первого порядка**  
**УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ**  
**ПЕРВОГО ПОРЯДКА**

Основные определения.

До сих пор рассматривались дифференциальные уравнения относительно неизвестных скалярной функции или вектор-функции, зависящих от одной независимой переменной.

В настоящей главе будут рассматриваться дифференциальные уравнения вида

$$F(x^1, \dots, x^n, u, \{f^p u\} \{p^1, \dots, p^n\} \{p^1, \dots, p^n\}) = 0, \text{ eqno(1)}$$

где  $n \geq 2$ ,  $F(x, u, p) = F(x^1, \dots, x^n, u, p^1, \dots, p^n)$  --- заданная на открытом множестве  $G \subset \mathbb{R}^{2n+1}$  пространства переменных  $x^1, \dots, x^n, u, p^1, \dots, p^n$  действительная функция класса  $C^1(G)$  и в каждой точке множества  $G$



\$\$

$$\sum_{i=1}^n \left( \frac{d}{dx} \left( p(x) \frac{dy}{dx} \right) \right)^2 \neq 0.$$

\$\$

Уравнение (1) называется {лит дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка} относительно неизвестной функции  $u = u(x) = u(x^1, \dots, x^n)$ .

### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

### 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемому результату обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.



Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

**8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. Издательство "Лань". 2010 - <https://e.lanbook.com/book/537#authors>

Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения. Издательство "Лань". 2008. - <https://e.lanbook.com/book/126#authors>

Петрушко И.М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум. Издательство "Лань". 2008. - <https://e.lanbook.com/book/306#authors>

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие суть тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля для пометок. Не следует стесняться задавать лектору вопросы, если какие-либо аспекты лекционного материала оказались непонятными.
практические занятия	Работа на практических занятиях предполагает систематическую и планомерную подготовку к занятию. После лекции следует познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы даются преподавателем в конце предыдущего практического занятия.
самостоятельная работа	САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА требует, прежде всего, изучения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования, подготовки докладов и сообщений. Важным этапом в самостоятельной работе является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки - работа с учебником. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересных вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на семинаре. При работе с терминами необходимо обращаться к словарям, в том числе доступным в Интернете, например, на сайте <a href="http://dic.academic.ru">http://dic.academic.ru</a> .
зачет	При подготовке к ЗАЧЕТУ необходимо опираться, прежде всего, на лекции, а также на источники, которые разбирались на семинарах в течение семестра. Ответ на зачете предполагает полное и последовательное изложение изученного материала, а также демонстрацию способности и готовности применить полученные теоретические знания к предлагаемым практическим заданиям.
экзамен	При подготовке к ЭКЗАМЕНУ необходимо тщательно проработать лекции. Следует также обратить внимание на дополнительную литературу и источники, которые разбирались на семинарах в течение семестра. Ответ на экзамене предполагает полное и последовательное изложение изученного материала, а также демонстрацию способности и готовности применить полученные теоретические знания к предлагаемым практическим заданиям.

**10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Математика в цифровой экономике".

### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

#### Основная литература:

1. Бикчантаев И.А., Салехов Л.Г. Дифференциальные уравнения в обобщенных функциях: учебное пособие. - Казань: Казанский университет, 2017. - 62 с. - Текст: электронный. - URL: <http://dspace.kpfu.ru/xmlui/handle/net/116959> (дата обращения: 13.03.2020). - Режим доступа: открытый.
2. Бибииков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие / Ю. Н. Бибииков. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2011. - 304 с. - ISBN 978-5-8114-1176-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/1542> (дата обращения: 13.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Треногин, В. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник / В. А. Треногин. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-1063-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2341> (дата обращения: 13.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 280 с. - ISBN 978-5-8114-4099-3. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/115196> (дата обращения: 13.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### Дополнительная литература:

1. Методические разработки курса лекций уравнения математической физики (анализ и синтез Фурье) / Казан. гос. ун-т, Мех.-мат. фак. ; [сост.: доц. Салехов Л.Г., Бикчантаев И.А.] . - Электронные данные (1 файл: 0,3 Мб). - (Казань: Казанский федеральный университет, 2014). - Загл. с экрана. - Режим доступа: открытый. Оригинал копии: Методические разработки курса лекций уравнения математической физики (анализ и синтез Фурье) / ; Казан. гос. ун-т, мех.-мат. фак., Каф. дифференц. уравнений; Сост.: Л.Г.Салехов, И.А.Бикчантаев. - Казань, 1999 . - 34 с. - Текст : электронный. - URL: <http://libweb.kpfu.ru/ebooks/publicat/0718391.pdf> (дата обращения: 13.03.2020)
2. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие / А. Б. Васильева, Г. Н. Медведев, Н. А. Тихонов, Т. А. Уразгильдина. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 432 с. - ISBN 5-9221-0628-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/59405> (дата обращения: 13.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Арнольд, В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник / В. И. Арнольд. - Москва : МЦНМО, 2012. - 341 с. - ISBN 978-5-4439-2007-8. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/56392> (дата обращения: 13.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Тихонов, А. Н. Дифференциальные уравнения : учебник / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 256 с. - ISBN 978-5-9221-0277-3. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/48171> (дата обращения: 13.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.