

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Дискретная оптимизация

Направление подготовки: 38.03.05 - Бизнес-информатика

Профиль подготовки: Бизнес-информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. (доцент) Шульгина О.Н. (кафедра анализа данных и технологий программирования, отделение фундаментальной информатики и информационных технологий), Oksana.Shulgina@kpfu.ru

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

<b>Шифр компетенции</b>	<b>Расшифровка приобретаемой компетенции</b>
ПК-4	Способность использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации
УК-10	Способен применять обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

классические постановки и методы решения задач дискретной оптимизации, и уметь реализовать эти методы на ЭВМ;

Должен уметь:

разрабатывать математические модели практических задач дискретной оптимизации и иметь представления о их сложности;

оценивать трудоемкость алгоритмов решения;

реализовать методы решения задач теории расписаний на ЭВМ.

Должен владеть:

методами анализа прикладной области на концептуальном, логическом, математическом и алгоритмическом уровнях

Должен демонстрировать способность и готовность:

оценить сложность практической задачи, применить известные методы решения, реализовать их на ЭВМ

**2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.01.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 38.03.05 "Бизнес-информатика (Бизнес-информатика)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 3 курсе в 6 семестре.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 54 часа(ов), в том числе лекции - 36 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 54 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 6 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Введение. Предмет с/к "Дискретная оптимизация".	6	2	0	1	0	0	0	6
2.	Тема 2. Кратчайшие пути.	6	2	0	2	0	0	0	4
3.	Тема 3. Остовы минимального веса.	6	2	0	2	0	0	0	4
4.	Тема 4. Задача о наибольшем паросочетании в двудольном графе.	6	2	0	1	0	0	0	6
5.	Тема 5. Насыщенные (ненасыщенные) ребра и вершины.	6	2	0	1	0	0	0	4
6.	Тема 6. Наименьшее вершинное покрытие в двудольном графе.	6	4	0	2	0	0	0	2
7.	Тема 7. Взвешенная задача построения наибольшего паросочетания.	6	4	0	1	0	0	0	6
8.	Тема 8. Решение сбалансированной задачи построения наибольшего паросочетания минимального веса в полном двудольном графе с отрицательными весами ребер.	6	4	0	2	0	0	0	8
9.	Тема 9. Решение несбалансированной задачи построения наибольшего паросочетания минимального веса в двудольном полном графе.	6	4	0	2	0	0	0	4
10.	Тема 10. Потoki в сетях.	6	4	0	2	0	0	0	4
11.	Тема 11. Потoki в сетях. Задача транспортного типа о спросе и предложении.	6	4	0	1	0	0	0	2
12.	Тема 12. Общие методы решения задач дискретной оптимизации.	6	2	0	1	0	0	0	4
	Итого		36	0	18	0	0	0	54

**4.2 Содержание дисциплины (модуля)**

**Тема 1. Введение. Предмет с/к "Дискретная оптимизация".**

Предмет "Дискретная оптимизация" и его связь с дисциплинами "Методы оптимизации", "Исследование операций" и др. Постановки задач, приводящие к требованиям целочисленности (задача о ранце, задача о назначениях, транспортная задача, задача коммивояжера и др.). Общая постановка задачи дискретного программирования. Геометрический смысл. Элементы теории сложности. Примеры NP-полных задач.

### **Тема 2. Кратчайшие пути.**

Постановка задачи построения кратчайшего пути. Трудоемкость решения задачи. Алгоритм Дейкстры для отыскания кратчайшего пути и его обоснование. Модификации алгоритма Дейкстры. Условия применимости алгоритма. Алгоритм Флойда для отыскания кратчайших путей и его обоснование. Условия применимости алгоритма.

### **Тема 3. Остовы минимального веса.**

Остовы минимального веса. Теорема об эквивалентных определениях дерева с обоснованием и ее следствия. Понятие остова. Постановка задачи построения остова минимального веса. Трудоемкость решения задачи. Алгоритмы (алгоритм Краскала и алгоритм Прима) построения остовов минимального веса и их обоснования.

### **Тема 4. Задача о наибольшем паросочетании в двудольном графе.**

Постановка задачи построения наибольшего паросочетания. Определения сбалансированного, полного графа. Постановка задачи в терминах математического программирования. Теорема о необходимых и достаточных условиях наибольшего паросочетания и обоснование. Определение чередующейся и увеличивающей цепи.

### **Тема 5. Насыщенные (ненасыщенные) ребра и вершины.**

Насыщенные (ненасыщенные) ребра и вершины. Определение двудольного графа. Определение ориентированного графа, соответствующего исходному графу и выбранному паросочетанию. Теорема о необходимых и достаточных условиях существования увеличивающей цепи в двудольном графе. Алгоритм построения наибольшего паросочетания в двудольном графе и его обоснование.

### **Тема 6. Наименьшее вершинное покрытие в двудольном графе.**

Определение наименьшего вершинного покрытия в двудольном графе. Теорема о связи наименьшего вершинного покрытия и наибольшего паросочетания. Определение множеств  $X^+$ ,  $Y^+$ ,  $X^-$ ,  $Y^-$ . Теорема о покрытии. Алгоритм построения наименьшего вершинного покрытия в двудольном графе и его обоснование.

### **Тема 7. Взвешенная задача построения наибольшего паросочетания.**

Взвешенная задача построения наибольшего паросочетания. Постановка задачи построения наибольшего паросочетания минимального веса в двудольном графе. Свойства задачи. Постановка задачи в терминах математического программирования. Алгоритм построения наибольшего паросочетания минимального веса в двудольном графе и его обоснование. Условия, при которых применим алгоритм.

### **Тема 8. Решение сбалансированной задачи построения наибольшего паросочетания минимального веса в полном двудольном графе с отрицательными весами ребер.**

Решение сбалансированной задачи построения наибольшего паросочетания минимального веса в полном двудольном графе с отрицательными весами ребер. Решение задачи построения наибольшего паросочетания минимального веса в случае неполного графа, построение соответствующего исходному полному графу. Теорема о получении решения в исходном графе с использованием решения в соответствующем исходному полном графе.

### **Тема 9. Решение несбалансированной задачи построения наибольшего паросочетания минимального веса в двудольном полном графе.**

Решение несбалансированной задачи построения наибольшего паросочетания минимального веса в двудольном полном графе. Построение соответствующего сбалансированного графа. Общая схема решения несбалансированной задачи построения наибольшего паросочетания минимального веса в неполном двудольном графе с отрицательными весами ребер.

### **Тема 10. Потоки в сетях.**

Потоки в сетях. Определение потока в сети. Разрезы сети. Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе. Метод расстановки пометок для построения максимального потока в сети. Потоки в неориентированных и смешанных сетях. Потоки в сетях с пропускной способностью узлов. Решение прикладных задач с помощью максимальных потоков в сетях.

### **Тема 11. Потоки в сетях. Задача транспортного типа о спросе и предложении.**

Потоки в сетях. Применение метода расстановки пометок к решению прикладных задач. Задача транспортного типа о спросе и предложении. Задача о допустимой циркуляции в сети. Задача о назначениях и ее сведение к задаче о максимальном потоке. Трудоемкость задачи. Обоснование оптимальности решения.

### **Тема 12. Общие методы решения задач дискретной оптимизации.**

Общие методы решения задач дискретной оптимизации. Метод ветвей и границ. Обоснование метода. Метод динамического программирования для решения задач. Применение метода ветвей и границ и метода динамического программирования к решению задач дискретной оптимизации, например, к задаче построения кратчайшего пути, к задаче коммивояжера и т.д.

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.



Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 38.03.05 "Бизнес-информатика" и профилю подготовки "Бизнес-информатика".

### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 38.03.05 - Бизнес-информатика

Профиль подготовки: Бизнес-информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

#### Основная литература:

1. Аттетков А. В. Методы оптимизации: Учебное пособие / А.В. Аттетков, В.С. Зарубин, А.Н. Канатников. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 270 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/350985>
2. Измаилов, А.Ф. Численные методы оптимизации : монография / А.Ф. Измаилов, М.В. Солодов. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 320 с. - ISBN 978-5-9221-0975-8. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2184>
3. Ашманов, С.А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях : учебное пособие / С.А. Ашманов, А.В. Тимохов. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 448 с. - ISBN 978-5-8114-1366-9. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/3799>
4. Асанов, М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.О. Асанов, В.А. Баранский, В.В. Расин. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 368 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/536>

#### Дополнительная литература:

1. Сухарев, А.Г. Курс методов оптимизации : учебное пособие / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 384 с. - ISBN 978-5-9221-0559-0. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2330>
2. Колбин, В.В. Специальные методы оптимизации [Электронный ресурс] : - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2014. - 379 с. - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=41015](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=41015)
3. Гладков, Л.А. Биоинспирированные методы в оптимизации [Электронный ресурс] : монография / Л.А. Гладков, В.В. Курейчик, В.М. Курейчик [и др.]. - Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2009. - 381 с. - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59539](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59539) -
4. Пантелеев, А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2015. - 512 с. - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=67460](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67460) -
5. Теория графов = Graph theory / Ф. Харари ; под ред. Г. П. Гаврилова ; пер. с англ. и предисл. В. П. Козырева. - Изд. 4-е. - Москва : [ЛИБРОКОМ], 2009. - 300 с.
6. Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин; Казан. гос. ун-т. - Казань: [Казан. гос. ун-т], 2007.-77 с.
7. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.:Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 231 с. ISBN 978-5-9558-0372-2 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/459517>



**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 38.03.05 - Бизнес-информатика

Профиль подготовки: Бизнес-информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.