

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Е.А. Турилова

17 февраля 2023 г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Итерационные методы решения нелинейных краевых задач

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Прикладная математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): научный сотрудник, к.н. Макаров М.В. (НИЛ Интеллектуальные биомиметические и природосообразные системы, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского), makarovmaksim@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Способен осуществлять выполнение экспериментов и оформлять результаты исследований и разработок
ПК-6	Способность применять знания естественно-математического цикла, а также практический опыт при проведении научных исследований

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Основные понятия, приемы вычислительной математики, итерационные методы решения нелинейных краевых задач.

Должен уметь:

- применять итерационные методы для решения нелинейных уравнений;
- аппроксимировать дифференциальные и интегральные операторы;
- строить разностные схемы;
- применять сеточные методы для решения обыкновенных дифференциальных уравнений;
- применять итерационные методы для решения нелинейных краевых задач.

Должен владеть:

математическим аппаратом решения нелинейных краевых задач

Должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания в своей профессиональной деятельности.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.14.03 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.04 "Прикладная математика (Прикладная математика)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 4 курсе в 7 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 36 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 72 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Итерационные методы решения нелинейных уравнений	7	0	0	0	0	0	0	
2.	Тема 2. Обобщение итерационных методов на случай систем нелинейных уравнений	7	0	0	0	0	0	0	
3.	Тема 3. Численные методы нахождения минимума функции одной или многих переменных	7	0	0	0	0	6	0	12
4.	Тема 4. Интерполяция, численное дифференцирование и численное интегрирование	7	0	0	0	0	5	0	10
5.	Тема 5. Численные методы решения задачи Коши	7	0	0	0	0	5	0	10
6.	Тема 6. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	7	0	0	0	0	10	0	20
<b>4.2. Содержание дисциплины (модуля)</b>									
	Тема 7. Решение систем нелинейных дифференциальных уравнений		0	0	0	0	10	0	20
	Условие существования решения. Методы локализации отрезка. Метод деления отрезка пополам. Метод простой итерации. Метод релаксации. Метод секущих и метод хорд для решения нелинейных уравнений. Адаптивный метод Брента. Сравнение методов. Графическая интерпретация методов. Теорема о достаточном условии сходимости метода простой итерации.								72

**Тема 2. Обобщение итерационных методов на случай систем нелинейных уравнений**

Принцип сжимающих отображений. Обобщение метода простой итерации для решения систем нелинейных уравнений. Определение скорости (порядка) сходимости. Методы второго и третьего порядка сходимости. Метод Ньютона на случай систем нелинейных уравнений. Условие сходимости метода Ньютона. Метод Чебышева построения итераций высшего порядка.

**Тема 3. Численные методы нахождения минимума функции одной или многих переменных**

Задача оптимизации (нахождение минимума). Стационарные точки. Неподвижная точка. Теорема о сходимости метода Ньютона и его доказательство. Вычисление матрицы Якоби. Критерий сжимающего отображения. Производная Гаусса. Дифференциал и производная Фреше. Исследование порядка сходимости методов. Модифицированный метод Ньютона.

**Тема 4. Интерполяция, численное дифференцирование и численное интегрирование**

Существование и единственность интерполяционного полинома. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Оценка погрешности интерполирования. Численное дифференцирование. Вычислительные погрешности формул численного дифференцирования. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса (левых, правых и центральных прямоугольников, трапеций, Симпсона): построение и оценки погрешности. Устойчивость квадратурных формул. Квадратурные формулы Гаусса.

**Тема 5. Численные методы решения задачи Коши**

Разностная схема. Основные понятия теории разностных схем. Сходимость. Аппроксимация. Понятие устойчивости. Погрешность аппроксимации. Спектральный признак устойчивости. Теорема Лакса-Рябенского-Филиппова и её доказательство. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Штурма-Лиувилля. Явный и неявный методы Эйлера для решения задачи Коши. Метод Рунге-Кутты.

**Тема 6. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений**

Разностные аппроксимации краевой задачи. Постановка краевой задачи для линейного ОДУ с граничными условиями Дирихле. Задача Неймана. Метод сумматорных тождеств. Пространство Соболева. Обобщенная постановка. Методы Рунге и Бубнова -- Галеркина (вариационно разностные методы). Решение одномерной линейной краевой задачи теории упругости для системы дифференциальных уравнений четвертого порядка.

## **Тема 7. Решение систем нелинейных дифференциальных уравнений**

Итерационный метод решения одномерной нелинейной задачи теории упругости. Итерационный метод решения нелинейного параболического уравнения с опусканием нелинейности на нижний слой. Приближенный метод решения нелинейного параболического уравнения, сочетающий схему предиктор-корректор с опусканием нелинейности на нижний слой. Разностные методы решения задачи для нелинейного параболического уравнения с монотонным оператором: обобщенная постановка, вспомогательные результаты.

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com>

Сайт образовательных ресурсов по математике - <http://www.exponenta.ru/>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лабораторные работы	Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины при выполнении лабораторной работы. Оцениваются владением материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету и экзамену. При подготовке к сдаче зачета экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету и экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени
зачет	Для подготовки к экзамену необходимо глубокое понимание лекционного материала. Полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Подготовка к экзамену предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

### 12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки "Прикладная математика".

*Приложение 2*  
*к рабочей программе дисциплины (модуля)*  
*Б1.В.ДВ.14.03 Итерационные методы решения нелинейных*  
*краевых задач*

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Прикладная математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

**Основная литература:**

1. Бахвалов Н.С. Численные методы / Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.; : Учебное пособие -Издательство 'Лаборатория знаний', 2015.- 639 с. URL:[https://e.lanbook.com/book/70767?category\\_pk=915#authors](https://e.lanbook.com/book/70767?category_pk=915#authors)
2. Бахвалов Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях / Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В.; :Учебное пособие - Издательство 'Лаборатория знаний', 2015.- 243 с. URL:  
[https://e.lanbook.com/book/70743?category\\_pk=915#authors](https://e.lanbook.com/book/70743?category_pk=915#authors)
3. Глазырина Л. Л.. Введение в численные методы: учебное пособие / Л.Л. Глазырина, М. М. Карчевский; Казан.федер. ун-т.-Казань: Казанский университет,2012.?121, [1] с.: ил.; 21.?Библиогр. в конце кн. (3 назв.). - URL:  
[http://repository.kpfu.ru/?p\\_id=47327](http://repository.kpfu.ru/?p_id=47327)
4. Демидович Б.П. Основы вычислительной математики: учебное пособие [Электронный ресурс] / ДемидовичБ.П., Марон И.А. - СПб.: Лань, 2011. - 672 с.URL: [https://e.lanbook.com/book/2025?category\\_pk=915#authors](https://e.lanbook.com/book/2025?category_pk=915#authors)
5. Амосов А.А. Вычислительные методы [Электронный ресурс] / Амосов А.А., Дубинский Ю.А.,Копченова Н.В. -СПб.: Лань, 2014. - 672 с.URL: [https://e.lanbook.com/book/42190?category\\_pk=915#authors](https://e.lanbook.com/book/42190?category_pk=915#authors)
6. Численные методы. Курс лекций : Учебное пособие/ Срочко В.А. - СПб.: Издательство'Лань', 2010. - 208 с.ISBN 978-5-8114-1014-9 e.lanbook.com[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=378](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=378)
7. Лекции по численным методам математической физики: Учебное пособие / М.В. Абакумов,А.В. Гулин; МГУ им. М.В. Ломоносова- М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 158 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат).(обложка) ISBN 978-5-16-006108-5, 500 экз. [www.znanium.comhttp://znanium.com/go.php?id=364601](http://znanium.comhttp://znanium.com/go.php?id=364601)

**Дополнительная литература:**

- 1.Фаддеев Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры [Электронный ресурс] /Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. -СПб.: Лань, 2009. - 736 с.URL: [https://e.lanbook.com/book/400?category\\_pk=915#authors](https://e.lanbook.com/book/400?category_pk=915#authors)
2. Шевцов Г.С. Численные методы линейной алгебры. [Электронный ресурс] / Шевцов Г.С., Крюкова О.Г.,Мызникова Б.И. - СПб.: Лань, 2011. - 496 с.URL: [https://e.lanbook.com/book/1800?category\\_pk=915#authors](https://e.lanbook.com/book/1800?category_pk=915#authors)
3. Демидович Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. [Электронный ресурс] /Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З.- СПб.: Лань, 2010. - 400 с. URL:[https://e.lanbook.com/book/537?category\\_pk=915#authors](https://e.lanbook.com/book/537?category_pk=915#authors)
4. Киреев В.И. Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] / Киреев В.И. Пантелеев А.В. -СПб.: Лань, 2015. - 448 с.ЭБС 'Лань' URL: [https://e.lanbook.com/book/65043?category\\_pk=915#authors](https://e.lanbook.com/book/65043?category_pk=915#authors)



*Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.14.03 Итерационные методы решения нелинейных  
краевых задач*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая  
перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Прикладная математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows