

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Алгебра

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. (доцент) Ильин С.Н. (Кафедра алгебры и математической логики, отделение математики), Sergey.Ilyin@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
ОПК-3	Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные понятия и результаты по алгебре (теория матриц, системы линейных уравнений, теория многочленов, линейные пространства и линейная зависимость, собственные векторы и собственные значения, канонический вид матриц линейных операторов, геометрия метрических линейных пространств, свойства билинейных функций, классификацию квадрик, основы теории групп колец, представлений конечных групп). Студенты должны знать логические связи между ними.

Должен уметь:

решать системы линейных уравнений, вычислять определители, исследовать свойства многочленов, находить собственные векторы и собственные значения, канонический вид матриц линейных операторов, классифицировать квадрики, основные свойства групп, колец, классифицировать представления конечных групп.

Должен владеть:

методами линейной алгебры, теории многочленов, аппаратом теории групп и их представлений.

Должен демонстрировать способность и готовность:

оперировать основными понятиями алгебры и решать стандартные алгебраические задачи

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.12 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Математика в цифровой экономике)" и относится к обязательной части ОПОП ВО.

Осваивается на 1, 2 курсах в 1, 2, 3 семестрах.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 15 зачетных(ые) единиц(ы) на 540 часа(ов).

Контактная работа - 279 часа(ов), в том числе лекции - 138 часа(ов), практические занятия - 138 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 3 часа(ов).

Самостоятельная работа - 135 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 126 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре; экзамен во 2 семестре; экзамен в 3 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-мestr	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)							Само-стое-тель-ная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме		
1.	Тема 1. Матрицы, комплексные числа, конечномерные пространства, системы линейных уравнений.	1	20	0	20	0	0	0	14	
2.	Тема 2. Перестановки и определители.	1	10	0	10	0	0	0	6	
3.	Тема 3. Многочлены от одной и нескольких переменных.	1	24	0	24	0	0	0	15	
4.	Тема 4. Линейные пространства, линейные операторы, жорданова форма.	2	16	0	16	0	0	0	22	
5.	Тема 5. Метрические пространства, канонический вид линейных операторов в метрических пространствах, билинейные и квадратичные формы.	2	16	0	16	0	0	0	20	
6.	Тема 6. Аффинные пространства, точечные евклидовы пространства, группы преобразований, классификация движений, классификация квадрик.	2	16	0	16	0	0	0	23	
7.	Тема 7. Теория групп.	3	16	0	16	0	0	0	16	
8.	Тема 8. Конечно порожденные абелевы группы, теория колец и полей.	3	14	0	14	0	0	0	14	
9.	Тема 9. Основы теории представлений групп.	3	6	0	6	0	0	0	5	
	Итого		138	0	138	0	0	0	135	

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Матрицы, комплексные числа, конечномерные пространства, системы линейных уравнений.

Излагаются начальные сведения о матрицах и действиях с ними. Строятся поле комплексных чисел, излагаются правила выполнения операций с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах.

Рассматриваются арифметические векторные пространства, определяется понятие ранга матрицы. Рассматриваются системы линейных уравнений и излагаются способы их решения.

Тема 2. Перестановки и определители.

Рассматривается группа перестановок, действие элементов этой группы на функциях нескольких переменных, определяется понятие четности перестановки и излагаются способы определения четности. Вводится понятие определителя матрицы, доказываются основные свойства определителей. В качестве приложений определителей излагаются способ вычисления обратной матрицы, формулы Крамера, метод окаймляющих миноров для вычисления ранга матрицы.

Тема 3. Многочлены от одной и нескольких переменных.

Строятся кольца многочленов от одной и нескольких переменной. Рассматриваются корни многочленов (в том числе, рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами), излагаются алгоритм Евклида, схема Горнера, формулы Виета. Доказываются основная теорема о симметрических многочленах и основная теорема алгебры, рассматриваются неприводимые многочлены с комплексными и вещественными коэффициентами, определяются дискриминант и результатант многочленов, доказывается теорема Штурма.

Тема 4. Линейные пространства, линейные операторы, жорданова форма.

Излагаются начальные сведения о конечномерных векторных пространствах общего вида. Рассматривается алгебра линейных операторов и доказывается ее изоморфность алгебре матриц. Рассматриваются вопросы о возможности приведения матрицы оператора к матрицам специальных видов (верхнетреугольная, диагональная, блочно-диагональная, жорданова нормальная форма).

Тема 5. Метрические пространства, канонический вид линейных операторов в метрических пространствах, билинейные и квадратичные формы.

Вводится понятие евклидова (эрмитова) пространства, доказывается неравенство Коши-Буняковского, излагается процесс Грама-Шмидта ортогонализации системы векторов. Рассматриваются специальные типы операторов в метрических пространствах (ортогональные, самосопряженные, нормальные), доказываются теоремы о канонических видах матриц таких операторов, теорема о полярном разложении невырожденных операторов. Излагаются сведения о билинейных и квадратичных формах и способах их приведения к каноническому виду.

Тема 6. Аффинные пространства, точечные евклидовы пространства, группы преобразований, классификация движений, классификация квадрик.

Излагаются основные сведения об аффинных пространствах и их подпространствах. Определяются точечные евклидовы пространства, излагаются способы вычисления углов и расстояний в таких пространствах. Рассматриваются группы преобразований аффинных и евклидовых пространств, доказываются теоремы о классификации движений евклидовых пространств малых размерностей. Рассматриваются квадратичные функции, даются аффинная и метрическая классификации квадрик.

Тема 7. Теория групп.

Вводятся основные понятия теории групп: группа, подгруппа, порядок элемента группы, доказывается теорема Лагранжа. Рассматриваются гомоморфизмы групп, смежные классы, нормальные подгруппы, фактор-группы, доказываются теоремы о гомоморфизмах и изоморфизмах групп. Рассматриваются p-группы, доказываются теоремы Силова.

Тема 8. Конечно порожденные абелевы группы, теория колец и полей.

Рассматриваются абелевы группы без кручения и свободные абелевы группы конечного ранга. Доказывается основная теорема о конечно порожденных абелевых группах. Излагаются базовые сведения и результаты о кольцах и полях: рассматриваются идеалы, гомоморфизмы и изоморфизмы колец, фактор-кольца, строится поле разложения многочлена.

Тема 9. Основы теории представлений групп.

Вводятся основные понятия теории представлений групп, приводятся примеры линейных представлений. Рассматриваются унитарные представления, доказывается эквивалентность всякого линейного комплексного представления конечной группы унитарному представлению. Рассматриваются вполне приводимые представления, доказывается теорема Машке.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996н/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Артамонов В.А., Бахтурин Ю.А. и др. Сборник задач по алгебре. - <https://e.lanbook.com/reader/book/2743/#1>

Ильин С.Н. Элементы алгебры: матрицы, комплексные числа, системы линейных уравнений, многочлены. - https://kpfu.ru//staff_files/F704331925/algebra1_1.pdf

Корешков Н.А. Линейные операторы. - http://kpfu.ru/portal/docs/F_2007239657/Koreshkov._.Linejnye.operatory.pdf

Курош А.Г. Курс высшей алгебры. - <https://e.lanbook.com/reader/book/30198/#1>

Мальцев И.А. Линейная алгебра. - <https://e.lanbook.com/reader/book/610/#1>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	При подготовке к лекционным занятиям следует повторить теоретический материал, изложенный на предыдущей лекции, в том числе, попытаться решить предложенные ранее лектором теоретические задачи и упражнения, что способствует лучшему усвоению учебного материала, а также пониманию связей между различными разделами изучаемой дисциплины.
практические занятия	При подготовке к каждому практическому занятию следует обратиться к курсу лекций по данному вопросу и учебным пособиям, чтобы уточнить терминологию, найти аналогии анализируемым приемам. При решении типовых задач необходимо стремиться не только к узнаванию и запоминанию алгоритма их решения, но и к пониманию цели его употребления в данном контексте, а также возможностей его адаптации к решению сходных задач, либо задач, решение которых предполагает нахождение способа комбинирования/синтеза уже освоенных ранее алгоритмов решения более простых задач.

Вид работ	Методические рекомендации
самостоятельная работа	Самостоятельная работа студента состоит в изучении теоретического материала и решении теоретических и практических задач и упражнений без участия преподавателя. В том числе, самостоятельная работа включает в себя подготовку ко всем видам занятий и всем формам текущего и итогового контроля, предусмотренных программой дисциплины. При выполнении самостоятельной работы следует пользоваться конспектом лекций, а также рекомендованными учебными и учебно-методическими пособиями.
экзамен	При подготовке к экзамену следует опираться на учебный материал, изложенный на лекциях, а также в рекомендованных учебниках и учебных пособиях. Каждый экзаменационный билет содержит два вопроса. При ответе на вопросы билета необходимо знать и уметь пояснять на примерах определения используемых в ответе терминов и понятий, а также знать формулировки и доказательства соответствующих теоретических результатов.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Математика в цифровой экономике".

*Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.О.12 Алгебра*

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

Основная литература:

1. Курош, А. Г. Лекции по общей алгебре : учебник для вузов / А. Г. Курош. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 556 с. - ISBN 978-5-507-44067-2. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/208670> (дата обращения: 28.03.2022).- Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для вузов / А. Г. Курош. - 23-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 432 с. - ISBN 978-5-8114-9033-2. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/183725> (дата обращения: 28.03.2022).- Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Тыртышников, Е. Е. Основы алгебры : учебное пособие / Е. Е. Тыртышников. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2020. - 464 с. - ISBN 978-5-9221-1728-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/185738> (дата обращения: 28.03.2022).- Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Винберг, Э. Б. Курс алгебры : учебник / Э. Б. Винберг. - 5-е изд., стереотип. - Москва : МЦНМО, 2021. - 590 с. - ISBN 978-5-4439-2183-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/267500> (дата обращения: 28.03.2022). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Каргаполов, М. И. Основы теории групп : учебное пособие для вузов / М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков. - 6-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 288 с. - ISBN 978-5-507-44587-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/238481> (дата обращения: 28.03.2022).- Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Курош, А. Г. Теория групп / А. Г. Курош. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 808 с. - ISBN 978-5-9221-1349-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/59755> (дата обращения: 28.03.2022).- Режим доступа: для авториз. пользователей.

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.О.12 Алгебра

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая
перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.