

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Комбинаторика и теория вероятности в профильной школе

Направление подготовки: 44.04.01 - Педагогическое образование  
Профиль подготовки: Математическое образование в цифровом обществе  
Квалификация выпускника: магистр  
Форма обучения: очное  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2022

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. Фалилеева М.В. (Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики, отделение педагогического образования), Marina.Falileeva@kpfu.ru

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен обеспечивать решение профессиональных задач в области математического образования

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные понятия, теоремы и способы действий комбинаторики и теории вероятностей базового и углубленного курсов, олимпиадной школьной математики

Должен уметь:

решать задачи базового, углубленного и олимпиадного уровней теории вероятностей и комбинаторики в школе

Должен владеть:

способами размышления и обоснования решений задач, доказательства теорем различного уровня трудности по теории вероятностей и комбинаторики школьного курса математики

**2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.03 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.04.01 "Педагогическое образование (Математическое образование в цифровом обществе)" и относится к части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 18 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 72 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 1 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Комбинаторика упорядоченных и неупорядоченных множеств. Задачи с ограничениями.	1	4	0	4	0	0	0	18
2.	Тема 2. Комбинаторика раскладок и разбиений. Комбинаторика на шахматной доске.	1	4	0	4	0	0	0	18

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабораторные работы, всего	Лабораторные в эл. форме	
3.	Тема 3. Случайные события. Вероятность события.	1	6	0	6	0	0	0	18
4.	Тема 4. Дискретные случайные величины.	1	4	0	4	0	0	0	18
	Итого		18	0	18	0	0	0	72

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Комбинаторика упорядоченных и неупорядоченных множеств. Задачи с ограничениями.

Проблемы комбинаторики. Упорядоченные и неупорядоченные множества. Общие правила комбинаторики: правило суммы и правило произведения. Формула включений и исключений. Диаграммы Эйлера. Размещения, перестановки и сочетания без повторений и с повторениями. Решето Эратосфена. Треугольник Паскаля. Решение комбинаторных задач с ограничениями.

##### Тема 2. Комбинаторика раскладок и разбиений. Комбинаторика на шахматной доске.

Разбиения чисел. Проблемы уплаты денег. Диаграммная техника. Формула Эйлера. Арифметический квадрат. Фигурные числа. Арифметический треугольник. Геометрический способ доказательства свойств сочетаний. Рекуррентные соотношения. Рекуррентные таблицы. Решение комбинаторных задач на раскладки, разбиения и на шахматной доске.

##### Тема 3. Случайные события. Вероятность события.

Случайное событие. Множество элементарных событий и отношения между ними. Операции на событиях. Полная группа событий. Вероятность суммы совместимых и несовместимых событий. Условные вероятности. Вероятность произведения независимых событий. Формула полной вероятности. Формула Я. Бернулли. Решение задач.

##### Тема 4. Дискретные случайные величины.

Математическое ожидание. Дисперсия. Закон больших чисел. Биномиальное, геометрическое и гипергеометрическое распределения. Метод индикаторов. Дисперсия биномиального, геометрического и гипергеометрического распределений. Решение школьных и олимпиадных задач на дискретные случайные величины в теории вероятностей.

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

#### 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

nsportal.ru. Сборник задач по теории вероятностей -

<https://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2019/09/28/sbornik-zadach-po-teorii-veroyatnostey-s-resheniyami>

Общедоступная электронная библиотека Математическое образование. Математика: вероятность -

<https://www.mathedu.ru/catalogue/math/probability/>

Федеральный институт педагогических измерений - <https://fipi.ru/>

ЯндексПрактикум - <https://practicum.yandex.ru/profile/math-foundations/>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Тематика курса, планы предстоящих занятий, рекомендуемая литература, цель и задачи ее изучения сообщаются преподавателем на первой лекции. При подготовке к следующим лекциям необходимо проработать материал предыдущих лекций, рекомендуемую литературу и цифровые ресурсы. При необходимости студент может обратиться за консультацией к преподавателю.
практические занятия	В ходе подготовке к практическим занятиям необходимо внимательно изучить теоретический и практический материал, разобранный на лекциях; изучить, основную и дополнительную литературу, Интернет-ресурсы, рекомендованные преподавателем; выполнить домашнее задание. При необходимости студент может обратиться за консультацией к преподавателю.

Вид работ	Методические рекомендации
самостоятельная работа	Самостоятельная работа включает в себя самостоятельное выполнение заданий по каждой теме и представление результатов выполненных заданий устной или письменной форме на лабораторных занятиях в аудитории с обсуждением полученных результатов. В соответствии с каждой темой обучаемым предлагается перечень заданий для самостоятельного выполнения. При выполнении заданий следует придерживаться рекомендаций преподавателя.
зачет	При подготовке к зачету необходимо повторить теоретический и практический материал, изученный в течение курса, особо остановиться на вопросах, вызывающих затруднение, воспользоваться при этом рекомендованной преподавателем литературой и интернет-источниками. При подготовке к зачету студент может обратиться к преподавателю.

**10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

**11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

**12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.04.01 "Педагогическое образование" и магистерской программе "Математическое образование в цифровом обществе".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.03 Комбинаторика и теория вероятности в профильной  
школе

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 44.04.01 - Педагогическое образование  
Профиль подготовки: Математическое образование в цифровом обществе  
Квалификация выпускника: магистр  
Форма обучения: очное  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2022

**Основная литература:**

1. Бородин, А. Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики: учебное пособие / А. Н. Бородин. - 8-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2022. - 256 с. - ISBN 978-5-8114-0442-1. - Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210677> (дата обращения: 09.07.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Клековкин, Г. А. Введение в перечислительную комбинаторику: учебное пособие / Г. А. Клековкин. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2022. - 228 с. - ISBN 978-5-8114-4386-4. - Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/206609> (дата обращения: 09.07.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

**Дополнительная литература:**

1. Стюарт, И. Случайный Бог или божественная случайность? Математика неопределенности / И. Стюарт; перевод с английского Н. А. Шиховой; художник В. А. Прокудин. - Москва: Лаборатория знаний, 2021. - 348 с. - ISBN 978-5-00101-948-0. - Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/176417> (дата обращения: 09.07.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Иванов, М. А. Введение в комбинаторику. Теория и задачи: Учебное пособие / Иванов М.А., Якубович Ю.В. - СПб:СПбГУ, 2018. - 136 с.: ISBN 978-5-288-05792-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1000461> (дата обращения: 09.07.2023). - Режим доступа: по подписке.
3. Золотарёва, Н. Д. Олимпиадная математика. 5-7 классы. Элементы алгебры, комбинаторики и теории вероятностей: учебное пособие / Н. Д. Золотарёва, М. В. Федотов; под редакцией М. В. Федотова. - Москва: Лаборатория знаний, 2022. - 238 с. - ISBN 978-5-00101-989-3. - Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/249923> (дата обращения: 09.07.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Высоцкий, И. Р. ЕГЭ 2016. Математика. Теория вероятностей. Задача 4 (профильный уровень). Задача 10 (базовый уровень). Рабочая тетрадь: учебное пособие / И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко; под редакцией И. В. Яценко. - Москва : МЦНМО, 2016. - 62 с. - ISBN 978-5-4439-2417-5. - Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/71832> (дата обращения: 09.07.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
5. Телешева, Л. А. Теория множеств. Комбинаторика : учебно-методическое пособие / Л. А. Телешева, Н. Н. Шадрина. - Улан-Удэ: БГУ, 2021. - 57 с. - ISBN 978-5-9793-1590-4. - Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/176116> (дата обращения: 09.07.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
6. Комбинаторика. Практикум по решению задач : учебное пособие / под редакцией В. И. Нечаева, В. Г. Чирского. - 2-е изд. - Москва: МПГУ, 2016. - 88 с. - ISBN 978-5-4263-0330-0. - Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/107395> (дата обращения: 09.07.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.



7. Новиков, А. И. Элементарная математика и начала теории вероятностей. Теория чисел, комбинаторика, начала теории вероятностей, неравенства: учебное пособие / А. И. Новиков. - 2-е изд., перераб. и доп. - Рязань : РГРТУ, 2012. - 252 с. - Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/168142> (дата обращения: 09.07.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

*Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.03 Комбинаторика и теория вероятности в профильной  
школе*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 44.04.01 - Педагогическое образование  
Профиль подготовки: Математическое образование в цифровом обществе  
Квалификация выпускника: магистр  
Форма обучения: очное  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2022

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)  
Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010  
Браузер Mozilla Firefox  
Браузер Google Chrome  
Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC  
Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.