

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д. А. Таюрский

« 01 » июня 2021 г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Линейная алгебра

Направление подготовки: 38.03.05 - Бизнес-информатика

Профиль подготовки: Бизнес-информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. (доцент) Шульгина О.Н. (кафедра анализа данных и исследования операций, отделение фундаментальной информатики и информационных технологий), Oksana.Shulgina@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-4	Способность использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

класс задач, относящихся к изучаемой дисциплине и основные подходы к решению этих задач

Должен уметь:

работать с объектами линейной алгебры; выполнять операции над матрицами, вычислять определители, решать системы линейных уравнений различными методами, применять свои знания по данной дисциплине в изучении других дисциплин

Должен владеть:

аппаратом линейной алгебры для исследования возникающих на практике экономических задач и разработки новых методов их решения

Должен демонстрировать способность и готовность:

использовать объекты и методы линейной алгебры для решения задач в профессиональной деятельности, а также для проведения теоретического и экспериментального исследования.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.01.02 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 38.03.05 "Бизнес-информатика (Бизнес-информатика)" и относится к вариативной части.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) на 180 часа(ов).

Контактная работа - 90 часа(ов), в том числе лекции - 36 часа(ов), практические занятия - 54 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 54 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Матрицы, операции над матрицами.	1	2	0	3	0	0	0	6
2.	Тема 2. Определители и их свойства.	1	3	0	5	0	0	0	6
3.	Тема 3. Линейные пространства.	1	7	0	8	0	0	0	6
4.	Тема 4. Системы линейных алгебраических уравнений.	1	6	0	10	0	0	0	6
5.	Тема 5. Евклидовы пространства.	1	6	0	8	0	0	0	6
6.	Тема 6. Линейные операторы.	1	4	0	6	0	0	0	6
7.	Тема 7. Квадратичные формы.	1	2	0	4	0	0	0	6
8.	Тема 8. Собственные значения, собственные векторы	1	2	0	4	0	0	0	6
9.	Тема 9. Подготовка к экзамену	1	4	0	6	0	0	0	6
	Итого		36	0	54	0	0	0	54

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Матрицы, операции над матрицами.

Понятие матрицы, элементов, порядков. Виды матриц: квадратная, симметричная, треугольная, диагональная, единичная, нулевая. Главная и побочная диагонали квадратной матрицы. Операции над матрицами (сложение, умножение, умножение на число, транспонирование) и их свойства. Определение обратной матрицы.

##### Тема 2. Определители и их свойства.

Определители 2-го, 3-го порядка. Перестановки и подстановки. Инверсия, четность. Количество перестановок и подстановок длины  $n$ . Определитель  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Определитель треугольной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа (част. сл.). Способы отыскания обратной матрицы.

##### Тема 3. Линейные пространства.

Определение действительного линейного (векторного) пространства. Примеры линейных пространств. Линейная комбинация векторов. Определение линейной зависимости векторов. Базис пространства, размерность. Координаты вектора. Теорема о единственности разложения вектора по базису. Базис и ранг системы векторов. Изоморфизм линейных пространств. Теорема о изоморфности линейных пространств, следствие. Ранг матрицы. Теорема о ранге. Теорема о необходимом и достаточном условии равенства нулю определителя. Связь между базисами линейного пространства. Матрица перехода. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому. Подпространства.

#### **Тема 4. Системы линейных алгебраических уравнений.**

Однородная, неоднородная, определенная, неопределенная, совместная, несовместная системы. Понятие матрицы системы. Матричная запись системы. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Крамера, условия его применимости. Общая схема решения произвольной системы линейных уравнений. Понятия общего решения и частных решений. Условия существования единственного решения, множества решений. Метод Гаусса. Условия его применимости. Однородная система линейных уравнений. Совместность системы. Условия существования единственного решения, множества решений. Фундаментальная система решений, условия ее существования. Количество решений в ФСР.

#### **Тема 5. Евклидовы пространства.**

Определение евклидова пространства. Определение ортогональности векторов, ортогональной системы векторов. Теорема о линейной независимости ортогональной системы ненулевых векторов. Ортогонализация линейно независимой системы векторов. Определение нормированного пространства. Теорема о норме вектора в евклидовом пространстве. Понятие нормированного вектора. Нормирование ненулевого вектора. Определение скалярного произведения двух векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.

#### **Тема 6. Линейные операторы.**

Определение оператора, линейного оператора, линейного преобразования. Примеры линейных преобразований. Определение матрицы линейного преобразования. Примеры отыскания матрицы линейного преобразования в заданном базисе. Вырожденность линейного преобразования. Отыскание координат образа вектора, примеры.

#### **Тема 7. Квадратичные формы.**

Определения квадратичной формы, линейной формы. Матрица квадратичной формы. Матричная запись квадратичной формы. Вырожденность квадратичной формы. Каноническая и нормальная квадратичные формы, вид их матриц. Определения положительно определенной, отрицательно определенной квадратичной формы. Критерий Сильвестра.

#### **Тема 8. Собственные значения, собственные векторы**

Понятие характеристической матрицы, характеристического многочлена. Определения собственного значения, собственного вектора. Теоремы о собственных значениях. Отыскание собственных значений матрицы и собственных векторов, демонстрация на примерах.

Понятие собственного вектора линейного преобразования.

#### **Тема 9. Подготовка к экзамену**

Повторение теоретического материала и решение примеров по темам : матрицы, операции над матрицами, определители и их свойства, линейные пространства, системы линейных алгебраических уравнений, евклидовы пространства, линейные операторы, квадратичные формы, собственные значения, собственные векторы

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**





Вид работ	Методические рекомендации
самостоятельная работа	Изучать и запоминать лекционный материал. Самостоятельно приводить примеры для демонстрации теоретических утверждений. Решать примеры по изучаемой теме. Просматривать материалы предыдущих лекций перед следующей. Выполнять домашние задания в срок, предоставлять их на проверку преподавателю. Реализация данной дисциплины предполагает как очную, так и дистанционную форму обучения
экзамен	В соответствие с программой курса 1) разобраться во всех теоретических понятиях, определениях, теоремах, отработать их на примерах; 2) выучить определения, формулировки теорем; 3) разобраться в обоснованиях результатов и запомнить их; 4) повторить весь материал, проверить себя. Реализация данной дисциплины предполагает как очную, так и дистанционную форму обучения

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 38.03.05 "Бизнес-информатика" и профилю подготовки "Бизнес-информатика".



### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 38.03.05 - Бизнес-информатика

Профиль подготовки: Бизнес-информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

#### Основная литература:

1. Лекции по геометрии и алгебре [Текст: электронный ресурс] : учебное пособие / Е. М. Карчевский, М. М. Карчевский ; Казан. федер. ун-т .- Электронные данные (1 файл: 1,9 Мб) .- (Казань : Казанский федеральный университет, 2011) .- Загл. с экрана .- Для 1-го и 2-го семестров .- Режим доступа: открытый .- URL:[http://libweb.kpfu.ru/ebooks/09\\_64\\_ds011.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/09_64_ds011.pdf)
2. Ильин, В.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2007. - 280 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2178> Проскураков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2010. - 476 с. - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=529](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=529)
3. Линейная алгебра в примерах и задачах: Учебное пособие / Бортаковский А.С., Пантелеев А.В., - 3-е изд., стер. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 592 с. - (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-010586-4 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/494895>
4. Фаддеев, Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебник / Д.К. Фаддеев, В.Н. Фаддеева. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2009. - 735 с. - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=400](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=400)
5. Постников, М.М. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебное пособие. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2009. - 401 с. - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=319](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=319)

#### Дополнительная литература:

1. Линейная алгебра: Учебное пособие / Б.М. Рудык. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 318 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). ISBN 978-5-16-004533-7 - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=460611>
2. Кряквин, В.Д. Линейная алгебра в задачах и упражнениях [Электронный ресурс] : учебное пособие. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2016. - 592 с. - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=72583](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=72583)
3. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебник. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2015. - 445 с. - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=58162](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=58162)
4. Беклемишев, Д.В. Решение задач из курса аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебник. - Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2014. - 190 с. - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59632](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59632)
5. Алгебра и геометрия [Текст : электронный ресурс] : краткий конспект лекций / Е. Л. Столов ; Казан. (Приволж.) федер. ун-т, Ин-т вычисл. математики и информац. технологий .- Электронные данные (1 файл: 0,29 Мб) .-(Казань : Казанский федеральный университет, 2013) .- Загл. с экрана .- Для 1-го семестра 1-го курса .- Режим доступа: [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/09\\_104\\_kl-000412.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/09_104_kl-000412.pdf)

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 38.03.05 - Бизнес-информатика

Профиль подготовки: Бизнес-информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.