

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Таюрский

« 01 » июня 2021 г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Геометрия Лобачевского

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. (доцент) Иваньшин П.Н. (Кафедра геометрии, отделение математики), Pyotr.Ivanshin@kpfu.ru ; Сосов Евгений Николаевич

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен демонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий
ПК-4	Способен учитывать знания проблем и тенденций развития рынка ПО в профессиональной деятельности

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Основные понятия, и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений

Должен уметь:

решать задачи в геометрии Лобачевского. Понимать роль геометрии Лобачевского в современной математике и физике.

Должен владеть:

математическим аппаратом в области геометрии Лобачевского

Должен демонстрировать способность и готовность:

- 1) Знать: основные понятия, и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.
- 2) Понимать: роль геометрии Лобачевского в современной математике и физике.
- 3) Уметь: решать задачи в геометрии Лобачевского.
- 4) Владеть: математическим аппаратом в геометрии Лобачевского.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.04.03 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 02.04.01 "Математика и компьютерные науки (Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 35 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 34 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 73 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 3 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Пространство Лобачевского.	3	0	0	0	0	2	0	6
2.	Тема 2. Движения пространства Лобачевского. Элементарная геометрия в плоскости Лобачевского.	3	0	0	0	0	4	0	8
3.	Тема 3. Теоремы синусов и косинусов.	3	0	0	0	0	2	0	8
4.	Тема 4. Модели Пуанкаре пространства Лобачевского.	3	0	0	0	0	4	0	6
5.	Тема 5. Римановы метрики в пространстве Лобачевского.	3	0	0	0	0	6	0	10
6.	Тема 6. Длина дуги. Элемент площади. Гиперплоскость в пространстве Лобачевского.	3	0	0	0	0	4	0	8
7.	Тема 7. Сфера, орисфера и эквидистантная поверхность.	3	0	0	0	0	4	0	9
8.	Тема 8. Пространство Минковского. Геометрия пространства скоростей релятивистских частиц.	3	0	0	0	0	4	0	8
492	Тема 9. Законы сохранения энергии и импульса в релятивистской механике и формула Эйнштейна.	3	0	0	0	0	4	0	10
	Тема 1. Пространство Лобачевского. Определение отрезка, прямой, луча пространства Лобачевского. Метрика пространства Лобачевского и ее свойства.		0	0	0	0	34	0	73

Определение модели Бельтрами-Клейна пространства Лобачевского.

Метрика модели Бельтрами-Клейна пространства Лобачевского, ее свойства и различные представления. Изменение радиуса шара модели Бельтрами-Клейна.

Тема 2. Движения пространства Лобачевского. Элементарная геометрия в плоскости Лобачевского.

Движения пространства Лобачевского и их свойства. Параллельный перенос вдоль направленного отрезка в модели Бельтрами-Клейна.

Элементарная геометрия в модели Бельтрами-Клейна плоскости Лобачевского. Параллельные и расходящиеся прямые. Величина угла. Угол параллельности. Вывод формулы Лобачевского для угла параллельности.

Тема 3. Теоремы синусов и косинусов.

Дефект и избыток треугольника, многоугольника. Аналог теоремы Пифагора и теорема о биссектрисе треугольника. Теоремы синусов, косинусов и двойственная теорема косинусов. Длины средней линии и медианы, точка пересечения медиан в треугольнике. Четырехугольник Ламберта. Деление отрезка в данном отношении.

Тема 4. Модели Пуанкаре пространства Лобачевского.

Модель Пуанкаре пространства Лобачевского на сфере псевдоевклидова пространства индекса 1 и метрика в этой модели.

Модель Пуанкаре пространства Лобачевского в открытом шаре евклидова пространства. Модель Пуанкаре пространства Лобачевского в открытом полупространстве евклидова пространства. Связи между метриками в различных моделях.

Тема 5. Римановы метрики в пространстве Лобачевского.

Римановы метрики пространства Лобачевского моделей Бельтрами-Клейна в шаре и Пуанкаре на сфере псевдоевклидова пространства индекса 1.

Римановы метрики модели Пуанкаре в открытом шаре евклидова пространства и в открытом полупространстве евклидова пространства.

Связи между римановыми метриками в различных моделях.

Тема 6. Длина дуги. Элемент площади. Гиперплоскость в пространстве Лобачевского.

Координаты Лобачевского, Бельтрами, Вейерштрасса и полярные координаты в плоскости Лобачевского.

Длины дуги и окружности. Элемент площади в координатах Бельтрами и полярных координатах. Площади круга и треугольника. Гиперплоскость в пространстве Лобачевского. Расстояние от точки до гиперплоскости в пространстве Лобачевского.

Тема 7. Сфера, орисфера и эквидистантная поверхность.

Ортогональная проекция точки на гиперплоскость. Величина угла между ориентированными гиперплоскостями. Критерий ортогональности гиперплоскостей.

Сфера, орисфера и эквидистантная поверхность. Евклидова геометрия на орисфере и геометрия Лобачевского на эквидистантной поверхности.

Эллиптический, гиперболический и параболический пучки прямых.

Тема 8. Пространство Минковского. Геометрия пространства скоростей релятивистских частиц.

Псевдоскалярное произведение векторов и пространство Минковского. Световой конус и интервал.

Преобразования Лоренца. Закон преобразования координат скорости частицы при замене системы координат.

Геометрия пространства скоростей частиц в специальной теории относительности является геометрией Лобачевского.

Тема 9. Законы сохранения энергии и импульса в релятивистской механике и геометрия Лобачевского. Эффект Доплера.

Аберрация света звезд и угол параллельности. 4-векторы скорости, импульса и ускорения релятивистской частицы. Действие и лагранжиан. Энергия частицы и энергия покоя частицы. Законы сохранения энергии и импульса в релятивистской механике и геометрия Лобачевского.

Эффект Доплера и его применение для вычисления скоростей объектов.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Титов К. В. Компьютерная математика: Учебное пособие/К.В.Титов - М.: ИЦ РИОР, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 261 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование) (Переплёт) ISBN 978-5-369-01470-7 - <http://znanium.com/bookread2.php?book=523231>

Математические основы современной теории гравитации: Монография / О.В. Бабурова, Б.Н. Фролов. - М.: МПГУ, 2012. - 128 с.: 60x90 1/16. (обложка) ISBN 978-5-7042-2362-7, 500 экз. - <http://znanium.com/bookread2.php?book=435876>

Сосов Е.Н. Геометрия Лобачевского и ее применение в специальной теории относительности:

Учебно-методическое пособие. - Казань: Казан. ун-т, 2016. - 84 с. -

http://kpfu.ru/staff_files/F1069273397/SosovGeomLob.pdf

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Александров, А. Д. Геометрия: учебник / А. Д. Александров, Н. Ю. Нецветаев. ? 2-е изд., исправленное. ? СПб.: БХВ-Петербург, 2010. ? 612 с.: ил. ? (Учебная литература для вузов). - ISBN 978-5-9775-0419-5. - <http://znanium.com/bookread2.php?book=350711>

Блочно-матричный метод математического моделирования поверхностей: Учебное пособие / Нартя В.И. - М.: МПГУ, 2016. - 236 с.: ISBN 978-5-9729-0119-7 - <http://znanium.com/bookread2.php?book=759903>

Математические основы современной теории гравитации: Монография / О.В. Бабурова, Б.Н. Фролов. - М.: МПГУ, 2012. - 128 с.: 60x90 1/16. (обложка) ISBN 978-5-7042-2362-7, 500 экз. - <http://znanium.com/bookread2.php?book=435876>

Сосов Е. Н. Геометрия Лобачевского и ее применение в специальной теории относительности: учеб.-метод. пособие / Е.Н. Сосов - Казань: Казан. ун-т, 2016. - 84 с. - http://kpfu.ru/staff_files/F1069273397/SosovGeomLob.pdf

Титов К. В. Компьютерная математика: Учебное пособие/К.В.Титов - М.: ИЦ РИОР, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 261 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование) (Переплёт) ISBN 978-5-369-01470-7 - <http://znanium.com/bookread2.php?book=523231>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лабораторные работы	В ходе подготовки к лабораторным работам изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях: журналах. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений и оптимальных способов решения различных типов задач. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы.

Вид работ	Методические рекомендации
самостоятельная работа	Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых и дипломных работ.
зачет	Освоить теоретический материал по всем темам. Для этого выучить все определения основных понятий и все основные формулы, формулировки теорем, затем понять идеи доказательств теорем и выучить эти доказательства. Повторить идеи и методы решения всех стандартных задач по всем темам. Выбрать сложные задачи и решить их.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 02.04.01 "Математика и компьютерные науки" и магистерской программе "Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач".

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Основная литература:

1. Сосов, Евгений Николаевич. Геометрия Лобачевского и ее применение в специальной теории относительности: учеб.-метод. пособие [Электронный ресурс]: [учебное пособие] / Е. Н. Сосов. - Казань: Казанский федеральный университет, 2016. - 84 с. Режим доступа: http://kpfu.ru//staff_files/F1069273397/SosovGeomLob.pdf
2. Кузовлев, В.П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии [Электронный ресурс] : учебник / В.П. Кузовлев, Н.Г. Подаева. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2012. - 208 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59618>

Дополнительная литература:

1. Геометрия: Учебник / А.П. Киселев; Под ред. Н.А. Глаголева. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. - 328 с. ISBN 978-5-9221-0367-1 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/439017>
2. Бабурова О. В. Математические основы современной теории гравитации: Монография / О.В. Бабурова, Б.Н. Фролов. - М.: МПГУ, 2012. - 128 с.- Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=435876>

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.04.03 Геометрия Лобачевского

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.