

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

## Программа дисциплины

### Уравнения с частными производными

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Вычислительная геометрия и высокопроизводительные вычисления

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

## **Содержание**

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. (доцент) Мокейчев В.С. (Кафедра прикладной математики, отделение прикладной математики и информатики), Valery.Mokeychev@kpfu.ru ; доцент, к.н. (доцент) Рунг Е.В. (Кафедра прикладной математики, отделение прикладной математики и информатики), Elena.Rung@kpfu.ru ; заместитель директора по научной деятельности Тумаков Д.Н. (Директорат Института ВМ и ИТ, Институт вычислительной математики и информационных технологий), Dmitri.Tumakov@kpfu.ru ; доцент, к.н. (доцент) Филиппов И.Е. (Кафедра прикладной математики, отделение прикладной математики и информатики), Igor.Filippov@kpfu.ru

## **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Управление аналитическими работами и подразделением, управление инфраструктурой разработки и сопровождение требований к системам
ПК-3	Руководство проектированием программного обеспечения

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

современную теорию дифференциальных уравнений с частными производными

Должен уметь:

ориентироваться в сложных вопросах современной теории уравнений в частных производных

Должен владеть:

современными методами решения дифференциальных уравнений с частными производными

Должен демонстрировать способность и готовность:

навыки самостоятельного решения

дифференциальных уравнений с частными производными

## **2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.01.03 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.04 "Прикладная математика (Вычислительная геометрия и высокопроизводительные вычисления)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

## **3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) на 180 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 36 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 90 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 54 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре.

## **4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

### **4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- сто- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабораторные работы, всего	Лабораторные в эл. форме	
N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- сто- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабораторные работы, всего	Лабораторные в эл. форме	
1.	Тема 1. Теория обобщенных функций	1	6	0	0	0	0	0	16
2.	Тема 2. Пространства Соболева	1	4	0	0	0	0	0	10
3.	Тема 3. Пространство быстро убывающих функций	1	6	0	0	0	0	0	6
4.	Тема 4. Преобразование Фурье медленно растущих обобщенных функций	1	4	0	0	0	0	0	16
5.	Тема 5. Примеры неразрешимых в классе обобщенных функций дифференциальных уравнений	1	4	0	0	0	0	0	16
6.	Тема 6. Понятие фи-распределения	1	4	0	0	0	0	0	10
7.	Тема 7. Сходимость рядов в классе фи-распределений	1	4	0	0	0	0	0	10
<b>4.2 Содержание дисциплины (модуля)</b>									
<b>Тема 1. Теория обобщенных функций</b>									
Обобщенные функции. Умножение обобщенных функций на бесконечно гладкие функции. Регулярные обобщенные функции. Свёртка обобщенной функции с классическими бесконечно гладкими функциями.									
Формула Тейлора									
Пространство медленно растущих обобщенных функций									

**Тема 2. Пространства Соболева**

Пространства Соболева . Математическая модель колебаний волчка, наполненного жидкостью Математическая модель Соболева. Отсутствие классических решений в математической модели Соболева С.Л.

Обобщенное решение дифференциального уравнения в частных производных. Классическое решение является обобщённым

**Тема 3. Пространство быстро убывающих функций**

Пространство быстро убывающих функций

Отсутствие обобщенных решений (на примере вынужденных колебаний струны). Примеры классических быстро убывающих функций. Умножение быстро убывающих функций

на бесконечно гладкие и ограниченные функции. Сложение быстро убывающих функций, их линейные комбинации

**Тема 4. Преобразование Фурье медленно растущих обобщенных функций**

Преобразование Фурье медленно растущих обобщенных функций

Использование преобразования Фурье для решения дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Преобразование ФУРЬЕ ЛИНЕЙНОЙ КОМБИНАЦИИ

убывающих обобщённых функций. Сдвиги медленно растущих обобщённых функций

**Тема 5. Примеры неразрешимых в классе обобщенных функций дифференциальных уравнений**

Математическая модель вынужденных периодических колебаний закреплённой на концах струны. Формальное решение математической модели вынужденных периодических колебаний закреплённой на концах струны.

Регулярность обобщённых решений математической модели вынужденных колебаний струны

**Тема 6. Понятие фи-распределения**

Понятие фи -распределения. Простейшие примеры фи-распределений

Множество фи-распределений. Линейность множества фи-распределений

Сходимость в пространстве фи- распределений.

Регулярные фи-распределения. Умножение фи-распределения на достаточно гладкие фи-распределения и их линейные комбинации.

### **Тема 7. Сходимость рядов в классе фи-распределений**

Сходимость в классе фи-распределений. Примеры расходящихся рядов, сходящихся в пространстве фи-распределений. Пространство фи-распределений, построенных по тригонометрической системе функций. Теория фи-стационарных операторов.

Регулярность фи-распределений. Простые примеры.

### **Тема 8. Теория разрешимости в классе фи-распределений**

Теорема о спектре фи-задачи. спектр математической модели вынужденных колебаний закреплённой на концах струны и его зависимость от внутренних характеристик струны.

Теория разрешимости в классе фи-распределений. Линейных уравнения в пространстве фи-распределений. Нормальная разрешимость.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы.

Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС З++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Линейные дифференциальные уравнения с частными производными - [www.mathnet.ru/intf112](http://www.mathnet.ru/intf112)

Тепломассообмен: Учебное пособие - <http://znanium.com/bookread.php?book=238920>

Уравнения математической физики. Практикум по решению задач - <http://e.lanbook.com/view/book/140/>

Уравнения математической физики: учебное пособие - <http://e.lanbook.com/view/book/2181/>

Команда MS Teams "Уравнения с частными производными" -

<https://teams.microsoft.com/l/team/19%3a81b9adf898a34cf0a5940ca32a15a18f%40thread.tacv2/conversations?groupId=3269b>

Методическое пособие - <http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-785436.pdf>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	<p>Лекция является основной формой обучения в высшем учебном заведении. В ходе лекционного курса дается целостное представление об информатике, её роли в развитии общества; объектах, методах и средствах исследования, рассматривается сущность современных проблем в области информатики, перспективы развития и влияния информатики на мировоззрение общества и человека. Записи лекций в конспектах должны быть избирательными, полностью следует записывать только определения. В конспекте рекомендуется применять сокращение слов, что ускоряет запись. Вопросы, возникающие в ходе лекции, рекомендуется записывать на полях и после окончания лекции обратиться за разъяснением к преподавателю.</p> <p>Реализация данной дисциплины предполагает как очное, так и дистанционное форму обучения.</p>
самостоятельная работа	<p>Изучение данного курса предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов над теоретическим материалом, текстами рекомендованных учебников и учебных пособий; развитие навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса.</p> <p>Студентам следует стремиться к активизации знаний на занятиях по другим естественно-научным дисциплинам, связанным с данным курсом. Основной целью самостоятельных занятий по данному курсу является углубленное изучение основных принципов построения приближенных схем, которые используются при аппроксимации граничных задач для дифференциальных уравнений и интегральных уравнений. При подготовке к каждому занятию необходимо обратиться к учебному пособию. Необходимо также изучить литературу и интернет-источники по данной теме, чтобы уточнить определения, формулировки основных результатов, найти аналоги решаемым задачам и выполняемым упражнениям. При работе с примерами необходимо стремиться не только к узнаванию алгоритма решения каждой конкретной задачи, но и к пониманию цели его употребления в данном контексте, функциональной нагрузки, которой данный пример обладает.</p> <p>Самостоятельная работа по изучению курса предполагает внеаудиторную работу. Этапы выполнения самостоятельных работ: 1. Просмотр учебного пособия и рекомендуемой литературы по теме задания. 2. Составление рецензии прочитанной главы соответствующего раздела рекомендуемого теоретического источника или учебника. 3. Выполнение заданий по теме и их комментирование.</p>
экзамен	<p>При подготовке к экзамену обучающемуся рекомендуется составить план процесса подготовки, включающей изучение, повторение, систематизацию, логическую обработку материала, анализ полученной информацией с выявлением возможных следствий и неявных свойств объектов, составлением списка возможных дополнительных вопросов и заданий, подготовку к выполнению практических задач по темам дисциплины.</p>

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.04 "Прикладная математика" и магистерской программе "Вычислительная геометрия и высокопроизводительные вычисления".

**Приложение 2**  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
**Б1.В.ДВ.01.03 Уравнения с частными производными**

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Вычислительная геометрия и высокопроизводительные вычисления

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

**Основная литература:**

1. Срочко, В. А. Численные методы. Курс лекций : учебное пособие / В. А. Срочко. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 208 с. - ISBN 978-5-8114-1014-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/378> (дата обращения: 12.05.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Абакумов, М. В. Лекции по численным методам математической физики: учебное пособие/ М.В.Абакумов, А.В.Гулин; МГУ им. М.В.Ломоносова. Факультет вычисл. математике и кибернетики. - Москва :НИЦ ИНФРА-М, 2013. -158 с. (Высшее образование: Бакалавриат). ISBN 978-5-16-006108-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/364601> (дата обращения: 12.05.2020). - Режим доступа: по подписке.
3. Бахвалов, Н. С. Численные методы : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - 8-е изд. (эл.). - Москва : Лаборатория знаний, 2015. - 639 с. - ISBN 978-5-9963-2616-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/70767> (дата обращения: 12.05.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Тумаков, Д.Н., Степина К.Н. Дифференциальные и интегральные уравнения. Численные методы решения: учебно-методическое пособие. - Казань: Казанский федеральный университет, 2016. - 35 с. - Текст : электронный. - URL: [https://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F1758056000/Solve\\_DU\\_IU.pdf](https://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F1758056000/Solve_DU_IU.pdf) (дата обращения: 12.05.2020).

**Дополнительная литература:**

- 1.Бахвалов, Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков ; под редакцией В. А. Садовничего. - 4-е изд. (эл.). - Москва : Лаборатория знаний, 2015. - 243 с. - ISBN 978-5-9963-2980-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/70743>(дата обращения: 12.05.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование : учебное пособие / В.Д. Колдаев ; под ред. проф. Л.Г. Гагариной. - Москва : ИД 'ФОРУМ' : ИНФРА-М, 2020. - 336 с. - (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1041477> (дата обращения: 12.05.2020). - Режим доступа: по подписке.

**Приложение 3**  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
**Б1.В.ДВ.01.03 Уравнения с частными производными**

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Вычислительная геометрия и высокопроизводительные вычисления

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows