

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ

\_\_\_\_\_ Д.А. Таюрский

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Теория функций комплексного переменного и ее приложения

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое моделирование физических процессов

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): профессор, д.н. (профессор) Плещинский Н.Б. (кафедра прикладной математики и искусственного интеллекта, отделение прикладной математики и информатики), Nikolai.Pleshchinskii@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Управление аналитическими работами и подразделением, управление инфраструктурой разработки и сопровождение требований к системам
ПК-3	Руководство проектированием программного обеспечения

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- теоретические основы функций комплексного переменного;
- основные методы комплексного анализа;

Должен уметь:

- понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач комплексного анализа;
- применять методы комплексного интегрирования и дифференцирования;

Должен владеть:

- умениями и навыками решения задач теории функций комплексного переменного;
- умением применять теоретические аспекты теории функций комплексного переменного для решения математических, экономических и других прикладных задач;

Должен демонстрировать способность и готовность:

- применять полученные знания и навыки в своей профессиональной деятельности

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.04.03 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.02 "Прикладная математика и информатика (Математическое моделирование физических процессов)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 18 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 36 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 54 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 3 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Комплексные числа и действия над ними	3	0	0	2	0	0	0	6
2.	Тема 2. Функции на множестве комплексных чисел	3	0	0	3	0	0	0	6
3.	Тема 3. Элементарные функции и отображения	3	0	0	2	0	0	0	6
4.	Тема 4. Интегральное исчисление функций комплексного переменного	3	0	0	4	0	0	0	6
5.	Тема 5. Представление аналитической функции рядами	3	0	0	4	0	0	0	6
6.	Тема 6. Особые точки	3	0	0	3	0	0	0	6
42	<b>Содержание дисциплины (модуля)</b> Тема 1. Комплексные числа и действия над ними Тема 2. Функции на множестве комплексных чисел. Различные подходы к определению комплексных чисел. Арифметические операции над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление. Модуль и аргумент. Операция комплексного сопряжения. Возведение в степень и извлечение корня. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Операция инверсии. Основная теорема алгебры. Гиперкомплексные комплексные числа.								36

### Тема 2. Функции на множестве комплексных чисел

Последовательности комплексных чисел. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функций на множестве комплексных чисел. Два определения дифференцируемости комплекснозначной функции. Дифференцируемость и аналитичность функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана в декартовых координатах. Условия Коши-Римана в полярных координатах.

### Тема 3. Элементарные функции и отображения

Степенная функция и функция извлечения корня в случае комплексных переменных. Выделение ветвей многозначных функций комплексного переменного. Функция Жуковского и ее действие. Показательная функция и логарифмическая функция. Формула Эйлера. Тригонометрические и гиперболические функции комплексного переменного. Общая степенная функция.

### Тема 4. Интегральное исчисление функций комплексного переменного

Интеграл от функции комплексного переменного: определения и свойства. Теорема Коши для многосвязной и односвязной области. Аналитичность функции  $F(z)$ . Общий вид первообразной. Интегральная формула Коши. Принцип максимума модуля аналитической функции и лемма Шварца. Производные высших порядков функций комплексного переменного. Неравенства Коши. Теоремы Мореры и Лиувилля.

### Тема 5. Представление аналитической функции рядами

Представление аналитической в круге функции рядом Тейлора. Теорема Вейерштрасса. Степенные ряды в комплексной области. Теорема единственности для аналитической функции. Нули аналитической функции и их свойства. Ряд Лорана функции комплексного переменного, область его сходимости, примеры. Разложение аналитической в кольце функции в ряд Лорана.

### Тема 6. Особые точки

Виды особых точек аналитических функций и их классификация. Теорема Сохоцкого. Теорема о вычетах и принцип аргумента. Вычеты и различные способы их вычисления. Нули и полюсы аналитических функций. Целые и дробные функции. Связь вычетов с коэффициентами ряда Лорана. Теорема Коши о вычетах и ее приложения. Бесконечно удаленная точка. Аналитическое продолжение.

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Учебно-методические материалы по дисциплине - [www.abcrnb.ru](http://www.abcrnb.ru)

### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемому результату обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

#### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>

Команда MS Teams -

<https://teams.microsoft.com/l/team/19%3ab45c9dfe43b546b7fb59b5117d3eec9%40thread.tacv2/conversations?groupId=1bcb3cb8-3a65>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.exponenta.ru>

#### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
практические занятия	При выполнении практических работ необходимо использовать теоретический материал, делать ссылки на соответствующие теоремы, свойства, формулы и пр. Решение задач излагается подробно и содержит необходимые пояснительные ссылки. Текущие задания на лабораторные работы выдаются каждую неделю на практическом занятии. Индивидуальные домашние задания выдаются на практических занятиях в начале изучения соответствующих тем. Реализация данной дисциплины предполагает как очную, так и дистанционную форму обучения.
самостоятельная работа	Изучение данного курса предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов над теоретическим материалом, текстами рекомендованных учебников и учебных пособий; развитие навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса. Студентам следует стремиться к активизации знаний на занятиях по другим естественно-научным дисциплинам, связанным с данным курсом. Основной целью самостоятельных занятий по данному курсу является углубленное изучение основных принципов построения приближенных схем, которые используются при аппроксимации граничных задач для дифференциальных уравнений и интегральных уравнений. При подготовке к каждому занятию необходимо обратиться к учебному пособию. Необходимо также изучить литературу и интернет-источники по данной теме, чтобы уточнить определения, формулировки основных результатов, найти аналоги решаемым задачам и выполняемым упражнениям. При работе с примерами необходимо стремиться не только к узнаванию алгоритма решения каждой конкретной задачи, но и к пониманию цели его употребления в данном контексте, функциональной нагрузки, которой данный пример обладает. Самостоятельная работа по изучению курса предполагает внеаудиторную работу. Этапы выполнения самостоятельных работ: 1. Просмотр учебного пособия и рекомендуемой литературы по теме задания. 2. Составление резюме прочитанной главы соответствующего раздела рекомендуемого теоретического источника или учебника. 3. Выполнение заданий по теме и их комментирование.
экзамен	При подготовке к экзамену обучающемуся рекомендуется составить план процесса подготовки, включающей изучение, повторение, систематизацию, логическую обработку материала, анализ полученной информацией с выявлением возможных следствий и неявных свойств объектов, составлением списка возможных дополнительных вопросов и заданий, подготовку к выполнению практических задач по темам дисциплины.

#### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе "Математическое моделирование физических процессов".



*Приложение 2*  
*к рабочей программе дисциплины (модуля)*  
*Б1.В.ДВ.04.03 Теория функций комплексного переменного и ее приложения*

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое моделирование физических процессов

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

**Основная литература:**

1. Свешников, А. Г. Теория функций комплексной переменной: учебник / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов, - 6-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 336 с.: ISBN 978-5-9221-0133-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544573> (дата обращения: 17.03.2020). - Режим доступа: по подписке
2. Половинкин, Е. С. Теория функций комплексного переменного : учебник / Е.С. Половинкин. - Москва : ИНФРА-М, 2018. - 254 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - [www.dx.doi.org/10.12737/6014](http://www.dx.doi.org/10.12737/6014). - ISBN 978-5-16-106273-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/945532> (дата обращения: 17.03.2020). - Режим доступа: по подписке.
3. Титов, К. В. Функции комплексной переменной, ряды и операционное исчисление: компьютерные технологии решения задач и примеров в Wolfram Mathematica : учебное пособие / К.В. Титов, Н.Д. Горелов. - Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2019. - (Высшее образование). - 238 с. - <https://doi.org/10.12737/25089>. - ISBN 978-5-369-01677-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1021442> (дата обращения: 17.03.2020). - Режим доступа: по подписке.

**Дополнительная литература:**

1. Геворкян, П. С. Высшая математика. Интегралы, ряды, ТФКП, дифференциальные уравнения : учебное пособие / П. С. Геворкян. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 272 с. - ISBN 978-5-9221-0710-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2161> (дата обращения: 17.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной : учебное пособие / И. М. Петрушко, А. Г. Елисеев, В. И. Качалов, С. Ф. Кудин. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 368 с. - ISBN 978-5-8114-1064-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/526> (дата обращения: 17.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Натанзон, С. М. Курс комплексного анализа : учебное пособие / С. М. Натанзон. - Москва : МЦНМО, 2012. - 48 с. - ISBN 978-5-4439-2030-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/56409> (дата обращения: 17.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.



*Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.04.03 Теория функций комплексного переменного и ее приложения*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое моделирование физических процессов

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.