

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ

\_\_\_\_\_ Д.А. Таюрский

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Прикладная математика и информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): профессор, д.н. (профессор) Володин И.Н. (кафедра математической статистики, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского), igornvolodin@gmail.com ; доцент, к.н. (доцент) Симушкин С.В. (кафедра математической статистики, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского), Sergey.Simushkin@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- основные принципы построения вероятностных моделей и методов принятия статистических решений

Должен уметь:

- ориентироваться в классических и современных методах доказательства предельных теорем теории вероятностей и выводе распределения статистик - функций отклонения выборочных данных

Должен владеть:

- теоретическими знаниями, связанными с основными законами теории вероятностей и теории статистического вывода

- навыками построения вероятностных моделей реальных явлений и навыки обработки статистических данных

Должен демонстрировать способность и готовность:

- применять полученные знания в своей профессиональной деятельности

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.10 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 "Прикладная математика и информатика (Прикладная математика и информатика)" и относится к обязательным дисциплинам.

Осваивается на 1, 2 курсах в 2, 3 семестрах.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных(ые) единиц(ы) на 288 часа(ов).

Контактная работа - 126 часа(ов), в том числе лекции - 72 часа(ов), практические занятия - 54 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 126 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: отсутствует во 2 семестре; экзамен в 3 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Элементарная теория вероятностей	2	4	0	4	0	0	0	4

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
2.	Тема 2. Вероятностное пространство	2	4	0	4	0	0	0	4
3.	Тема 3. Условная вероятность и независимость событий	2	4	0	4	0	0	0	4
4.	Тема 4. Построение вероятностных моделей с помощью функций распределения	2	4	0	4	0	0	0	4
5.	Тема 5. Характеристики распределения случайной величины. Классификация распределений.	2	4	0	4	0	0	0	4
6.	Тема 6. Предельные теоремы в схеме испытаний Бернулли. Нормальное распределение.	2	4	0	4	0	0	0	4
7.	Тема 7. Векторные случайные величины. Моментные характеристики многомерных распределений.	2	4	0	4	0	0	0	4
8.	Тема 8. Сходимость случайных величин и функций распределения. Законы Больших Чисел. Метод характеристических функций	2	4	0	4	0	0	0	4
9.	Тема 9. Предельные теоремы теории вероятностей. Введение в теорию случайных процессов.	2	4	0	4	0	0	0	4
10.	Тема 10. Проблема статистического вывода. Основные этапы статистического исследования. Достаточные статистики	3	9	0	5	0	0	0	25
11.	Тема 11. Оценка параметров. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Доверительные интервалы	3	9	0	4	0	0	0	20
12.	Тема 12. Статистическая проверка гипотез. Наиболее мощные критерии.	3	9	0	4	0	0	0	20
13.	Тема 13. Проверка модельных предположений. Критерии согласия.	3	9	0	5	0	0	0	25
	Итого		72	0	54	0	0	0	126

## 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

### Тема 1. Элементарная теория вероятностей

Исторические корни теории вероятностей и ее гносеология. Случайность, устойчивость частот с иллюстрацией на реальных (моделированных) данных.

Пространство элементарных исходов. Примеры. Распределение вероятностей на конечных или счетных пространствах элементарных исходов (задание вероятности). Построение вероятностной модели (вывод распределения вероятностей). Понятие события и вычисление его вероятности. Гипергеометрическое распределение вероятностей. Примеры. Геометрические вероятности.

## **Тема 2. Вероятностное пространство**

Булева алгебра событий. Вероятностная интерпретация теоретико-множественных операций. Несовместные события. Примеры булевых алгебр. Вероятность на булевой алгебре (нормируемость, конечная аддитивность, непрерывность). Свойства вероятности. Определение вероятности с заменой аксиомы конечной аддитивности и непрерывности на сигма-аддитивность. Эквивалентность этих определений. Булева сигма-алгебра. Сигма-алгебра, порожденная булевой алгеброй. Определения измеримого и вероятностного пространств. Определения события как измеримого множества.

## **Тема 3. Условная вероятность и независимость событий**

Условная вероятность события. Независимость двух событий. Несовместность и независимость. Независимость семейства событий. Парная независимость и независимость в совокупности (пирамидка Бернштейна). Независимость сигма-подалгебр. Пример независимых булевых подалгебр. Схема испытаний Бернулли. Биномиальное распределение вероятностей. Аппроксимация гипергеометрического распределения биномиальным распределением. Формула полной вероятности. Примеры. Формула Байеса. Пример со статистическим контролем качества.

## **Тема 4. Построение вероятностных моделей с помощью функций распределения**

Случайные величины на вероятностном пространстве и распределение случайной величины, индуцированное распределение на этом пространстве.

Борелевская прямая. Функция распределения. Примеры. Свойства функции распределения. Единственность определения распределения на борелевской прямой с помощью функции распределения. Гипергеометрическое распределение. Биномиальное распределение. Примеры. Распределение Пуассона (модель радиоактивного распада). Равномерное распределение на отрезке. Показательное распределение (модель отказа изделия, не подверженного старению и износу). Геометрическое распределение. Показательное распределение как предел-аппроксимация геометрического при малом  $p$ .

## **Тема 5. Характеристики распределения случайной величины. Классификация распределений.**

Дискретный тип распределений. Функция вероятностей. Непрерывный тип распределения. Функция плотности. Запись функции распределения в виде интеграла от функции плотности. Определение среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения и моды. Свойства числовых характеристик. Дискретно-непрерывный тип. Понятие сингулярного распределения. Носитель распределения. Вычисление среднего значения и дисперсии случайных величин с биномиальным, пуассоновским, равномерным и показательным распределениями. Вероятностные модели, приводящие к распределениями Парето и Коши. Отсутствие моментов у этих распределений.

Неравенство Чебышёва и правило "трех сигм".

## **Тема 6. Предельные теоремы в схеме испытаний Бернулли. Нормальное распределение.**

Необходимость нахождения асимптотики биномиального распределения при неограниченном увеличении числа испытаний и постоянной вероятности успеха на примерах построения вероятностных моделей "ошибок измерений" (определение видимой звездной величины и определение общего содержания серы в дизельном топливе). Закон больших чисел Бернулли (слабая форма). Вычисление асимптотики биномиальной вероятности (функции плотности биномиального распределения по считающей мере) с помощью формулы Стирлинга. Локальная и интегральная теоремы Муавра--Лапласа; некоторые аспекты её использования (предостережение о невозможности её использования в области "больших отклонений"). Нормальное распределение; свойства его функций плотности и распределения, вычисление центральных моментов и характеристик формы (асимметрия и эксцесс).

**Тема 7. Векторные случайные величины. Моментные характеристики многомерных распределений.**

Определение случайного вектора. Распределение векторной с.в.; задание распределения с помощью функции плотности. Частные (маргинальные) распределения компонент. Равномерное распределение в круге.

Определение сигма-подалгебры, порожденной случайной величиной. Независимость

случайных величин как независимость порожденных ими сигма-алгебр. Критерий независимости. Среднее от произведения и дисперсия от суммы независимых случайных величин. Независимость функций от независимых случайных величин. Формула свертки (распределение суммы двух независимых случайных величин). Теорема сложения для нормального распределения. Векторы средних и дисперсий. Матрица ковариаций. Неравенство Шварца (неравенство Коши--Буняковского для интегралов Лебега по вероятностной мере). Коэффициент корреляции как мера линейной связности двух случайных величин. Соотношение независимости и некоррелированности на примере равномерного распределения в круге. Вычисление ковариаций от суммы независимых случайных векторов. Мультиномиальное распределение; вычисление его вектора средних и матрицы корреляций.

Многомерное нормальное распределение как аппроксимация мультиномиального распределения при большом числе испытаний (многомерная предельная теорема Муавра--Лапласа; без доказательства).

Эквивалентность некоррелированности и независимости для случайных величин с нормальными распределениями. Эллипс рассеяния и его роль в теории стрельб.

Определение условного распределения для дискретных и непрерывных распределений через условные плотности. Условное математическое ожидание и его свойства. Наилучший среднеквадратический прогноз одной случайной величины посредством значений другой. Наилучший прогноз в случае нормального распределения. Прямые регрессии и их положение относительно эллипса рассеяния.

**Тема 8. Сходимость случайных величин и функций распределения. Законы Больших Чисел. Метод характеристических функций**

Сходимость почти наверное. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел

Чебышева. Теоремы типа Слуцкого. Слабая сходимость распределений и ее

соотношение со сходимостью по вероятности (пример, когда слабая сходимость не влечет сходимость по вероятности, и доказательство того, что

слабая сходимость к постоянной влечет сходимость по вероятности). Определение характеристической функции. Свойства х.ф. Вычисление х.ф. Для некоторых вероятностных моделей.

**Тема 9. Предельные теоремы теории вероятностей. Введение в теорию случайных процессов.**

Формулировка критерия слабой сходимости (теорема непрерывности для х.ф.). Леммы (теоремы) Хелли и Хелли-Брея. Доказательство теоремы непрерывности. Закон больших чисел Хинчина. Усиленный закон больших чисел Колмогорова (без доказательства). Пример с распределением Коши (нарушение закона больших чисел при несуществовании среднего). Центральная предельная теорема для сумм независимых одинаково распределенных случайных величин с конечным вторым моментом. Понятие асимптотической нормальности.

Вероятностные модели роста. Логарифмически-нормальное распределение. Распределение Бирнбаума--Сондерса. Распределение Вейбулла. Определение случайной функции. Примеры (точечные процессы [поток событий], ветвящиеся процессы, броуновское движение в капилляре и на плоскости, случайное поле). Задание распределения на пространстве траекторий

случайного процесса. Теорема Колмогорова.

Пуассоновский процесс. Постулаты стационарности, независимости приращений и ординарности. Вывод конечномерных распределений процесса

Пуассона. Распределение промежутков между появлениями событий в процессе Пуассона. Вероятностные модели старения и износа. Связь процесса Пуассона с равномерным распределением (распределение моментов появления событий в заданном промежутке времени при условии, что на этом промежутке появилось фиксированное число событий).

Винеровский процесс. Дискретный аналог броуновского движения. Вывод конечномерных распределений винеровского процесса. Распределение момента достижения винеровским процессом заданного уровня.

Случайные блуждания по дискретной решетке на плоскости. Принцип отражения Дезире Андре. Вывод дискретного аналога момента достижения и вычисление его

асимптотики при уменьшении размера шага блуждания.

**Тема 10. Проблема статистического вывода. Основные этапы статистического исследования. Достаточные статистики**

Предмет математической статистики. Примеры: аттестация партии дизельного



топлива, выявление эффективности нового медицинского препарата (проверка гипотез, определение процедуры приемы и отклонения, выбор критического числа "неуспешных" испытаний по заданному уровню значимости). Основная задача математической статистики как построение решающих правил, минимизирующих величину средних потерь, или вычисление этой величины (вычисление функции риска) для заданных правил принятия решения. Строгое определение случайной выборки, выборочного пространства, статистической структуры и статистики (измеримой функции от случайной выборки). Распределение выборки.

Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения и ее распределение. Выборочные моменты, выборочные квантили. Гистограмма. Асимптотическое распределение выборочных моментов. Вычисление среднего значения выборочной дисперсии (важность устранения смещения оценки при оценке параметра по совокупности архивных выборок).

Строгое определение достаточной статистики. Теорема факторизации Неймана (критерий достаточности). Примеры.

### **Тема 11. Оценка параметров. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Доверительные интервалы**

Постановка задачи оценки параметра; основная задача теории оценивания. Состоятельность оценок и их несмещенность. Метод моментов. Примеры с оценкой параметров биномиального и гамма распределений. Состоятельность и асимптотическая нормальность оценок по методу моментов. Пример с оценкой надежности объекта в рамках модели показательного распределения долговечности.

Эвристическое оправдание метода принятия решения на основе максимального правдоподобия с примером по оценке параметров нормального распределения. Определение функции правдоподобия; уравнение правдоподобия. Примеры на применение метода максимального правдоподобия: (1) оценка параметра положения равномерного распределения, (2) оценка параметров гамма-распределения, (3) оценка параметров структурированного среднего при нормальном распределении отклика (регрессия с фиксированными неслучайными значениями регрессора), (4) оценка параметров двумерного нормального распределения.

Состоятельность оценок максимального правдоподобия. Неравенство Йенсена. Асимптотическая нормальность оценок максимального правдоподобия. Информация по Фишеру и её свойства.

Неравенство Рао--Крамера. Определение эффективной оценки в классе несмещенных оценок и ее соотношение с оптимальной оценкой. Оптимальность оценки максимального правдоподобия. Определение доверительной области, доверительного уровня, доверительного коэффициента и доверительного интервала. Построение доверительного

интервала для: а) среднего значения нормального распределения; б) дисперсии нормального распределения; в) параметров биномиального и г) пуассоновского распределений.

### **Тема 12. Статистическая проверка гипотез. Наиболее мощные критерии.**

Понятие гипотезы (простой и сложной). Критерий, критическая область, критическая функция, уровень значимости, размер критерия, функция мощности, вероятности ошибок первого и второго рода, мощность критерия. Равномерно наиболее мощные критерии - основная задача теории проверки гипотез.

Общий принцип построения критериев заданного уровня на основе оценки

тестируемого параметра. Проверка гипотезы о среднем нормального распределения при известной дисперсии; планирование объема испытаний с введением зоны безразличия.

Проверка гипотез о дисперсии нормального распределения при неизвестном среднем. Проверка гипотезы о среднем значении нормального

распределения при неизвестной дисперсии (одновыборочный критерий Стьюдента). Сравнение средних значений двух нормальных распределений при общей неизвестной дисперсии (двухвыборочный критерий Стьюдента). Сравнение дисперсий двух нормальных распределений с неизвестными средними (двухвыборочный критерий Фишера). Проверка гипотезы о вероятности успеха в испытаниях Бернулли. Двойственность задач доверительного оценивания и проверки гипотез.

Наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы при простой альтернативе (критерий отношения правдоподобия, лемма Неймана--Пирсона). Использование леммы Неймана--Пирсона при построении равномерно наиболее мощных критериев на примере проверки надежности объектов при показательном распределении долговечности. Равномерно наиболее точные доверительные границы.

### **Тема 13. Проверка модельных предположений. Критерии согласия.**

Критерий согласия хи-квадрат для проверки простой гипотезы (вероятностная модель с известными значениями параметров). Вывод распределения статистики критерия. Критерий согласия хи-квадрат при неизвестных значениях параметров. Распределение статистики при подстановке оценок параметров по методу минимума расхождения хи-квадрат и методу максимального правдоподобия (без доказательств). Критерий независимости хи-квадрат (таблицы сопряженности признаков). Критерий

однородности хи-квадрат.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Краткий справочник по математике - <http://matembook.chat.ru/>

Портал математических интернет ресурсов - <http://www.math.ru>

Портал математических интернет ресурсов - <http://www.allmath.com>



Сайт с материалами по естественно-научным дисциплинам - <http://en.endu.ru>

Сайт с учебными материалами по математическим наукам - <http://www.exponenta.ru>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Во время лекций студенты должны сосредоточить внимание на её содержании. Основные положения лекции, важные определения и теоретические положения необходимо записывать. Конспектирование предлагаемого преподавателем материала вырабатывает у студентов навыки самостоятельного отбора и анализа необходимой для них информации, умение более сжато и четко записывать услышанное. Лекции могут служить необходимым вспомогательным материалом в процессе подготовки к практическим занятиям и экзамену.
практические занятия	Практические занятия проводятся в форме лабораторных работ, на которых студенты должны решать различные задачи. Некоторые задания выполняются совместно группой вместе с преподавателем, некоторые задания требуют самостоятельного выполнения, что подразумевает решение задач из представленного сборника задач, а также выполнение вычислений и освоение соответствующего программного обеспечения.
самостоятельная работа	Изучение теории вероятностей предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов над дополнительными материалами; развитие навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса. Изучение лекционного материала по конспекту лекций должно сопровождаться изучением рекомендуемой литературы, основной и дополнительной. Основной целью организации самостоятельной работы студентов является систематизация и активизация знаний, полученных ими на лекциях и в процессе подготовки к практическим занятиям. Студентам следует стремиться к активизации знаний на занятиях и по другим дисциплинам. Самостоятельная работа по изучению дисциплины предполагает внеаудиторную работу, которая включает: 1. Решение практических задач различной сложности. 2. Рассмотрение вопросов, оставленных на самостоятельное изучение. 3. Подготовку к экзамену и зачету.
экзамен	При подготовке к экзамену обучающемуся рекомендуется повторить весь теоретический материал по соответствующим темам с выявлением ключевых теоретических аспектов и проблем, проработкой дополнительного материала по темам. Лучшему пониманию теоретического материала дисциплины будет способствовать разбор деталей определений, вывода и доказательств утверждений, выявление взаимосвязей между определениями, утверждениями и свойствами объектов, изучаемых в дисциплине. Важным аспектом по освоению дисциплины является планомерное выполнение всех основных и дополнительных заданий преподавателя. Для подготовки к промежуточному контролю обучающемуся рекомендуется составить план процесса подготовки, включающей изучение, повторение, систематизацию, логическую обработку материала, анализ полученной информацией с выявлением возможных следствий и неявных свойств объектов, составлением списка возможных дополнительных вопросов и заданий, подготовку к выполнению практических задач по темам дисциплины

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки "Прикладная математика и информатика".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.О.10 Теория вероятностей и математическая статистика

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Прикладная математика и информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

**Основная литература:**

1. Володин И.Н. Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Текст: электронный ресурс] : [учебник] для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010200 'Прикладная математика и информатика' и по направлению 510200 'Прикладная математика и информатика'. - Казань : Казанский федеральный университет, 2013. - URL: [https://libweb.kpfu.ru/ebooks/09\\_66%20\\_ds006.pdf](https://libweb.kpfu.ru/ebooks/09_66%20_ds006.pdf)

2. Симушкин С.В., Пушкин Л.Н. Задачи по теории вероятностей [Текст: электронный ресурс] : учебное пособие. - Казань : Казанский федеральный университет, 2014. - URL: <http://libweb.kpfu.ru/ebooks/publicat/0-787673.pdf>

3. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская, В.В. Соколов. - 2-е изд., испр. и перераб. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 240 с. - URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=447828>

4. Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей.- СПб.: Лань, 2012. - 480 с. - URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3184](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3184)

**Дополнительная литература:**

1. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб.: Лань, 2011. - 256с.

ЭБС 'Лань': [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026)

2. Боровков А.А. Математическая статистика.- СПб.: Лань, 2010. - 704 с.

ЭБС 'Лань': [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3810](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3810)

3. Ширяев А.Н., Эрлих И.Г., Яськов П.А. Вероятность в теоремах и задачах (с доказательствами и решениями). Книга 1. - М.: МЦНМО, 2013. - 648 с.

ЭБС 'Лань': <http://e.lanbook.com/view/book/56417/>

4. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. - М.:Физматлит, 2005. - 400 с.

ЭБС 'Лань': <http://e.lanbook.com/view/book/59319/>

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.О.10 Теория вероятностей и математическая статистика

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Прикладная математика и информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.