

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
\_\_\_\_\_ Д.А. Таюрский  
"\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Теория оптимизации

Направление подготовки: 01.03.03 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Механика и математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. (доцент) Насибуллин Р.Г. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), rnasibul@kpfu.ru ; доцент, к.н. (доцент) Ожегова А.В. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), Alla.Ozhegova@kpfu.ru

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-5	Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи математики и механики

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

классификацию экстремальных задач, необходимые и достаточные условия оптимальности для каждого типа задач , принцип Лагранжа, основные приближенные методы решения экстремальных задач.

Должен уметь:

находить решения экстремальных задач в конечномерных и бесконечномерных пространствах , используя соответствующие необходимые и достаточные условия оптимальности и численно. Анализировать полученные результаты.

Должен владеть:

методами решения задач оптимизации, используя компьютерные технологии.

Должен демонстрировать способность и готовность:

к применению известных алгоритмов точного и численного решения различных классов экстремальных задач , построению новых, анализу полученных результатов.

**2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.04 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.03 "Механика и математическое моделирование (Механика и математическое моделирование)" и относится к части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 3, 4 курсах в 6, 7 семестрах.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) на 216 часа(ов).

Контактная работа - 88 часа(ов), в том числе лекции - 44 часа(ов), практические занятия - 26 часа(ов), лабораторные работы - 16 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 2 часа(ов).

Самостоятельная работа - 74 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 54 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 6 семестре; экзамен в 7 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Безусловная оптимизация	6	12	0	10	0	0	0	15

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабораторные работы, всего	Лабораторные в эл. форме	
2.	Тема 2. Нелинейное программирование	6	8	0	8	0	0	0	12
3.	Тема 3. Линейное программирование	6	8	0	8	0	0	0	8
4.	Тема 4. Простейшая задача вариационного исчисления	7	6	0	0	0	4	0	14
5.	Тема 5. Задача Лагранжа и ее частные случаи	7	6	0	0	0	8	0	12
6.	Тема 6. Оптимальное управление	7	4	0	0	0	4	0	13
	Итого		44	0	26	0	16	0	74

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Безусловная оптимизация

Постановка задачи безусловной оптимизации. Локальный и глобальный экстремумы. Необходимые и достаточные условия оптимальности. Численные методы одномерной оптимизации : метод дихотомии, метод золотого сечения, метод Фибоначчи, метод деления отрезка пополам, метод Ньютона.

Постановка задачи безусловной оптимизации функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия оптимальности гладких функций. Численные методы : метод циклического покоординатного спуска, Хука-Дживса, градиентные методы, метод наискорейшего спуска, метод Ньютона и его модификации, методы сопряженных направлений, метод Флетчера - Ривса.

##### Тема 2. Нелинейное программирование

Постановка задачи математического программирования. Геометрическая интерпретация. Гладкие задачи с ограничениями равенствами и неравенствами. Необходимые условия оптимальности в терминах градиентов (Теоремы Джона и Куна-Таккера). Метод множителей Лагранжа. Седловая точка функции Лагранжа. Двойственная функция. Теоремы двойственности.

##### Тема 3. Линейное программирование

Постановка задачи линейного программирования(ЛП). различные формы записи задач ЛП, переход от одной к другим. Примеры задач ЛП: задача о рационе, производственная задача, транспортная задача. Геометрическая интерпретация задачи ЛП. Двойственные задачи. Теоремы двойственности. Экономическая интерпретация двойственных оценок. Симплекс- метод. Метод искусственного базиса. Метод потенциалов.

##### Тема 4. Простейшая задача вариационного исчисления

Постановка задачи вариационного исчисления.(ВИ). Примеры задач ВИ. Локальный и глобальный экстремум. Слабый экстремум. Сильный экстремум. Интегральные и терминальные функционалы. Первая и вторая вариации функционалов. Необходимое условие локального экстремума функционала. Постановка простейшей задачи ВИ. Лемма Дюбуа-Реймона. Необходимое условие слабого локального экстремума в простейшей задаче: уравнение Эйлера. Необходимое условие сильного о минимума: условие Веерштрасса. Необходимые условия слабого минимума высших порядков: условия Лежандра и Якоби. Достаточные условия сильного экстремума: усиленные условия Лежандра и Якоби. условия глобального экстремума для квадратичного функционала. Инвариантность уравнения Эйлера. Элементы теории поля экстремалей.

##### Тема 5. Задача Лагранжа и ее частные случаи

Постановка задачи Лагранжа. Необходимые условия слабого локального минимума. Функция Лагранжа.

Задача Больца. Необходимые условия слабого локального экстремума в задаче Больца: уравнение Эйлера и условия трансверсальности.

Изопериметрическая задача. Необходимые условия слабого локального экстремума в изопериметрической задаче: уравнение Эйлера для лагранжиана задачи. Условия Лежандра и Якоби. Достаточные условия слабого локального минимума в изопериметрической задаче.

Задача с подвижными концами. Необходимые условия слабого локального экстремума.

Задача со старшими производными. Необходимые условия слабого локального экстремума: Уравнение Эйлера-Пуассона. О многомерных экстремальных задачах. Численные методы решения задач ВИ: методы Эйлера и Ритца.

##### Тема 6. Оптимальное управление

Постановка задачи оптимального управления в понтрягинской форме. Оптимальный процесс. Фазовые траектории, управление. Принцип максимума Понтрягина для задачи оптимального управления - необходимое условие локального оптимального решения. Задача оптимального управления в ляпуновской форме. Задача о быстродействии.

##### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

##### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемому результату обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

##### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

**8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Научная электронная библиотека - <http://elibrary.ru>  
 Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru/>  
 Единое образовательное окно - <http://window.edu.ru/>

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.
практические занятия	Для выполнения работы на практических занятиях следует изучить теоретический материал по соответствующей теме, внимательно выслушать и понять решение типового задания, разобранный преподавателем и провести решение предложенной задачи. В последующем, изучив приемы и различные типы доказательств, можно переходить к решению нестандартных задач.
лабораторные работы	Для выполнения лабораторных работ следует изучить теоретический материал по соответствующей теме, рассмотреть образец типового задания и провести решение предложенной задачи, используя для вычислений пакеты прикладных программ или программируя алгоритмы самостоятельно. Результаты проверить на модельном примере.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа студента предполагает изучение и закрепление материала, изложенного в рабочей программе дисциплины вне аудиторных занятий, выполнении домашних заданий, подготовке к контрольным работам, составлении компьютерных программ и соответствующих отчетов. Самостоятельная работа является одной из важных составляющих образования.
экзамен	Для подготовки к экзамену необходимо согласно программе дисциплины и вопросам к промежуточной аттестации освоить теоретические основы, закрепить полученные практические навыки, используя как материал аудиторной формы проведения занятий, так и рекомендованную литературу, подготовить перечень вопросов на консультацию преподавателю и обсудить их с ним.

**10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

**11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.03 "Механика и математическое моделирование" и профилю подготовки "Механика и математическое моделирование".

### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.03 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Механика и математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

#### Основная литература:

1. Васильев, Ф. П. Методы оптимизации : учебное пособие / Ф. П. Васильев. - Москва : МЦНМО, 2021 - Часть 1 : Конечномерные задачи оптимизации. Принцип максимума. Динамическое программирование - 2021. - 619 с. - ISBN 978-5-4439-2167-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/267470> (дата обращения: 08.09.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Васильев, Ф. П. Методы оптимизации : учебное пособие / Ф. П. Васильев. - Москва : МЦНМО, 2021 - Часть 2 : Оптимизация в функциональных пространствах. Регуляризация. Аппроксимация - 2021. - 432 с. - ISBN 978-5-4439-2168-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/267473> (дата обращения: 08.09.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Алексеев, В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: учебное пособие / В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 256 с. - ISBN 978-5-9221-0590-3. - Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2097>
4. Галеев, Э.М. Оптимальное управление: монография / Э.М. Галеев, М.И. Зеликин, С.В. Конягин. - Москва: МЦНМО, 2008. - 320 с. - ISBN 978-5-94057-367-8. - Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9316>
5. Сухарев, А.Г. Курс методов оптимизации: учебное пособие / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. - 2-е изд. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 384 с. - ISBN 978-5-9221-0559-0. - Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2330>

#### Дополнительная литература:

1. Ашманов, С.А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях: учебное пособие / С.А. Ашманов, А.В. Тимохов. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2012. - 448 с. - ISBN 978-5-8114-1366-9. - Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/3799>
2. Ожегова, А.В. Вариационное исчисление: задачи, алгоритмы, примеры [Текст: электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / А. В. Ожегова, Р. Г. Насибуллин; М-во образования и науки Рос. Федерации, ФГАОУ ВПО 'Казан. (Приволж.) федер. ун-т', Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского. - Электронные данные (1 файл: 335 Кб) . - (Казань : Казанский федеральный университет, 2013). - Режим доступа: открытый. - URL: [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05\\_039\\_000340.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05_039_000340.pdf)



*Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.04 Теория оптимизации*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.03 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Механика и математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.