

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д.А. Таюрский



01 » июня 2021 г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Прикладная алгебра

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): профессор, д.н. (доцент) Абызов А.Н. (Кафедра алгебры и математической логики, отделение математики), Adel.Abyzov@kpfu.ru ; доцент, к.н. Корнеева Н.Н. (Кафедра алгебры и математической логики, отделение математики), Natalia.Korneeva@kpfu.ru

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках
ПК-4	Способен ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики; обладать способностями к эффективному применению и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

приложения алгебраических методов в прикладных задачах и при разработке систем компьютерной математики.

Должен уметь:

применять методы, лежащие на стыке алгебры и вычислительных методов.

Должен владеть:

пониманием основных идей, лежащих в основе построения систем компьютерной математики.

Должен демонстрировать способность и готовность:

применять методы прикладной алгебры к решению практических задач.

**2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.03.02 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Анализ на многообразиях)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 49 часа(ов), в том числе лекции - 24 часа(ов), практические занятия - 24 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 59 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Вопросы и основные понятия								

прикладной алгебры

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная рабо- та
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лаборато- рные работы, всего	Лаборато- рные в эл. форме	
2.	Тема 2. Разложение многочленов на множители	1	8	0	8	0	0	0	20
3.	Тема 3. Базисы Гребнера	1	8	0	8	0	0	0	20
	Итого		24	0	24	0	0	0	59

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Вопросы и основные понятия прикладной алгебры

В данной теме рассматриваются основные вопросы прикладной алгебры. Рассматриваются компьютерные системы символьных вычислений. Обсуждается проблема представления данных. Обсуждаются приложения алгоритмов коммутативной алгебры и алгебраической геометрии, в частности, приложения в роботике. Приводятся основные понятия. Кольцо и кольца вычетов. Идеал кольца и фактор-кольцо. Поле. Расширения полей. Конечные поля, основная теорема о конечных полях. Кольцо многочленов и его идеалы. Лемма Диксона, теорема Гильберта о базисе. Также рассматриваются понятия алгебраического многообразия и радикала идеала и доказывается теорема Гильберта о нулях.

##### Тема 2. Разложение многочленов на множители

В данной теме рассматриваются многочлены с целыми коэффициентами, многочлены над конечными полями и их разложения на множители. Неприводимые многочлены, признаки неприводимости. Алгоритм Кронекера разложения многочленов с целыми коэффициентами. Алгоритм Берлекэмп разложение многочленов на неприводимые множители по простому модулю  $p$ . Алгоритмы разложения многочлена на множители над большими конечными полями. Лемма Гензеля. Факторизация многочленов с целыми коэффициентами с помощью леммы Гензеля. Обсуждается возможность применения к проблемам передачи информации (теории кодирования и криптографии).

##### Тема 3. Базисы Гребнера

В данной теме рассматриваются многочлены от нескольких переменных. Обобщенный алгоритм деления с остатком и его приложения. Вводится понятие базиса Гребнера идеала алгебры многочленов и доказываются основные свойства базисов Гребнера. Определяется редуцированный базис Гребнера и его однозначность. Теорема об исключении. Критерий Бухбергера, алгоритм Бухбергера построения базиса Гребнера. Рассматривается решение систем полиномиальных уравнений при помощи базисов Гребнера. Приводятся критерии совместности, эквивалентности, конечности числа решений системы полиномиальных уравнений. Обсуждаются возможности использования базисов Гребнера в задачах алгебраической геометрии, теории графов, комбинаторики, робототехники, автоматическом доказательстве геометрических теорем.

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

### 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

GAP System for Computational Discrete Algebra - [www.gap-system.org/](http://www.gap-system.org/)

SageMath - <http://www.sagemath.org/ru/>

Национальный Открытый Университет "ИНТУИТ" - <https://www.intuit.ru/studies/courses/1015/196/info>

Тронин С.Н. Введение в теорию групп. Задачи и теоремы. Часть 1. - [http://kpfu.ru//staff\\_files/F2140185355/TRONIN1.PDF](http://kpfu.ru//staff_files/F2140185355/TRONIN1.PDF)

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых в дальнейшем можно делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции. Поскольку материал следующих лекций опирается на материал предыдущих, то перед следующей лекцией необходимо еще раз повторить материал предыдущей, а также, при необходимости, дополнительно изучить рекомендованную литературу по данной теме.

Вид работ	Методические рекомендации
практические занятия	Основным видом деятельности на практических занятиях является решение задач по пройденной на лекции теме и самостоятельное доказательство простейших следствий из пройденных теорем. Поэтому при подготовке к практическим занятиям необходимо повторить основные моменты теоретического материала (определения, формулировки теорем, алгоритмы), изложенные на лекциях. При решении типовых задач необходимо стремиться к узнаванию и запоминанию алгоритма их решения, к пониманию цели его употребления в данном контексте и возможностей его адаптации к решению сходных задач, либо задач, решение которых предполагает нахождение способа комбинирования/синтеза уже освоенных ранее алгоритмов решения более простых задач. После практического занятия необходимо прорешать дома задания, аналогичные заданиям на занятии.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа студента состоит в изучении теоретического материала и решении теоретических и практических задач и упражнений без участия преподавателя. В том числе, самостоятельная работа включает в себя подготовку ко всем видам занятий и всем формам текущего и итогового контроля, предусмотренных программой дисциплины. При выполнении самостоятельной работы следует пользоваться конспектом лекций, а также рекомендованными учебными и учебно-методическими пособиями.
экзамен	При подготовке к экзамену необходимо более подробно изучить теоретический материал, изложенный на лекциях и в рекомендованных учебных/учебно-методических пособиях. При изучении теоретического материала необходимо обращать внимание не только на определение основных понятий и формулировки теорем и алгоритмов, но и на доказательство теорем и обоснование корректности работы алгоритмов. При разборе теорем необходимо учитывать, что все предположения теоремы должны использоваться в доказательстве ее утверждения, при этом необходимо понимать, в каком месте доказательства используется то или иное предположение теоремы. Каждый билет на экзамене содержит два вопроса.

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;



- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе "Анализ на многообразиях".



### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

#### Основная литература:

1. Балдин, К. В. Математическое программирование : учебник / К. В. Балдин, Н. А. Брызгалов, А. В. Рукосуев. - 2-е изд. - Москва : Дашков и К, 2018. - 218 с. - ISBN 978-5-394-01457-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/415097> (дата обращения: 12.03.2021). - Режим доступа: по подписке.
2. Шевцов, Г. С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - Москва: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 544 с. - ISBN 978-5-9776-0258-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1015326> (дата обращения: 12.03.2021). - Режим доступа: по подписке.
3. Тропин, М. П. Основы прикладной алгебры : учебное пособие / М. П. Тропин. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - 288 с. - ISBN 978-5-8114-5327-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/139282> (дата обращения: 12.03.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### Дополнительная литература:

1. Чечёта, С. И. Введение в дискретную теорию информации и кодирования : учебное пособие / С. И. Чечёта. - Москва : МЦНМО, 2021. - 223 с. - ISBN 978-5-4439-2182-2. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/267497> (дата обращения: 12.03.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Прасолов, В. В. Многочлены : учебное пособие / В. В. Прасолов. - Москва : МЦНМО, 2017. - 335 с. - ISBN 978-5-4439-2638-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/267590> (дата обращения: 12.03.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Сборник задач по алгебре : учебное пособие. - Москва : МЦНМО, 2009. - 408 с. - ISBN 978-5-94057-413-2. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9360> (дата обращения: 12.03.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Акулич, И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах : учебное пособие / И. Л. Акулич. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 352 с. - ISBN 978-5-8114-0916-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210680> (дата обращения: 12.03.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
5. Музыкантский, А. И. Лекции по криптографии : учебное пособие / А. И. Музыкантский, В. В. Фурин. - 3-е изд., доп. - Москва : МЦНМО, 2019. - 94 с. - ISBN 978-5-4439-3384-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/267677> (дата обращения: 12.03.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен обучающимся. Многопрофильный образовательный ресурс "Консультант студента" является электронной библиотечной системой (ЭБС), предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Полностью соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к комплектованию библиотек, в том числе электронных, в части формирования фондов основной и дополнительной литературы.